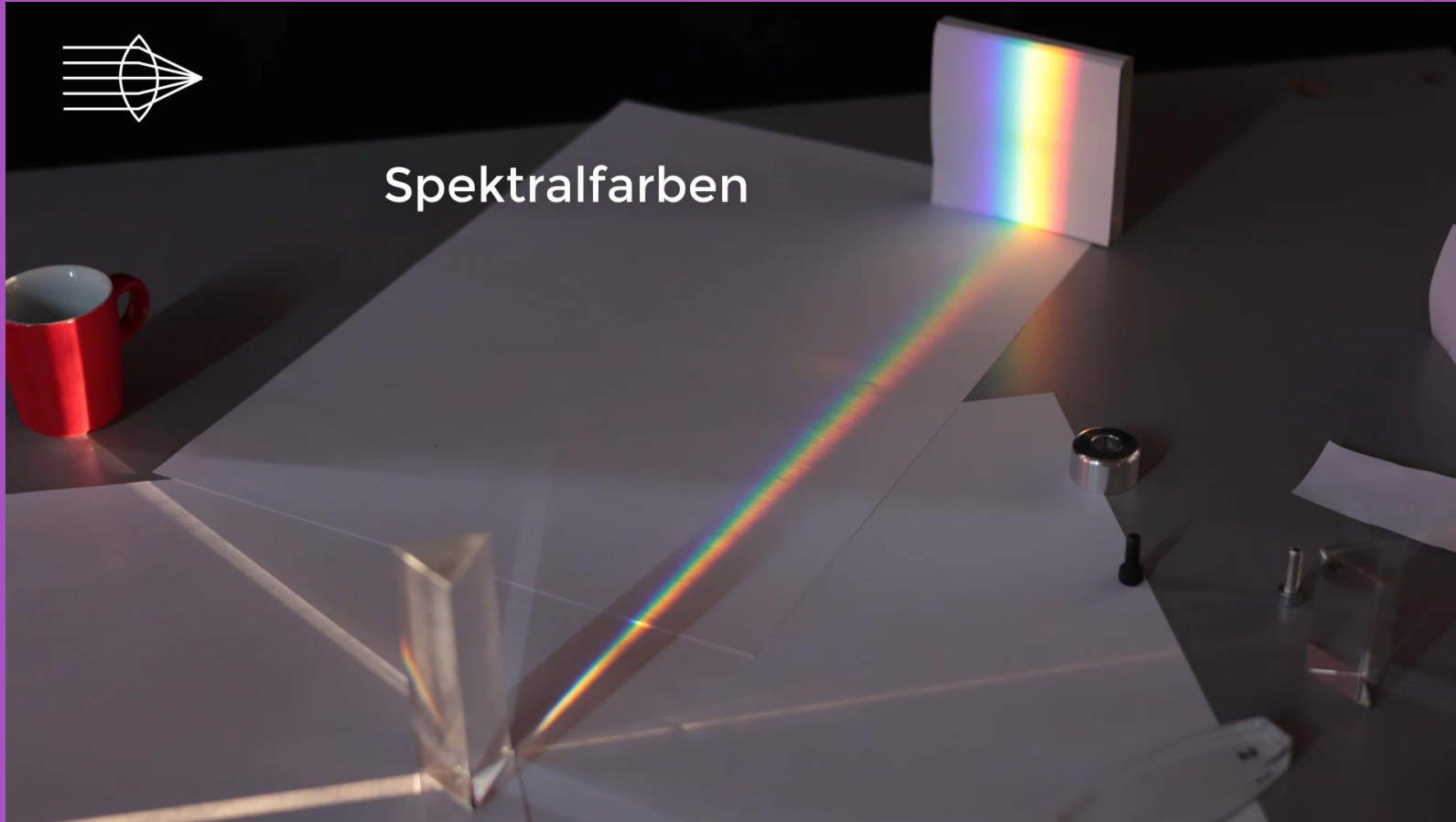
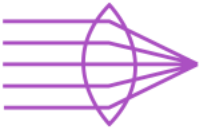


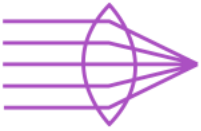
Optik

Einführung

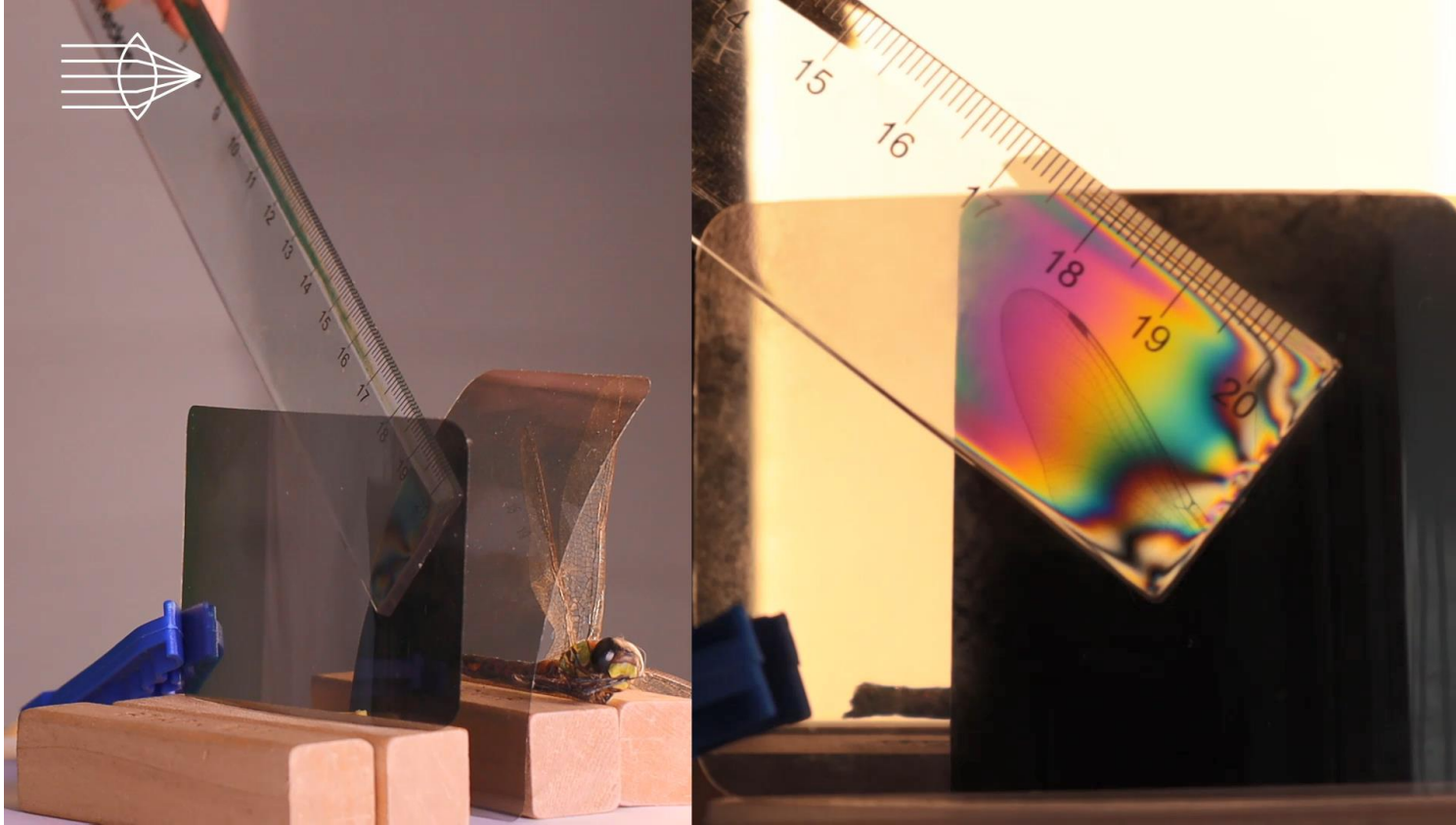
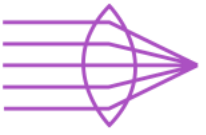




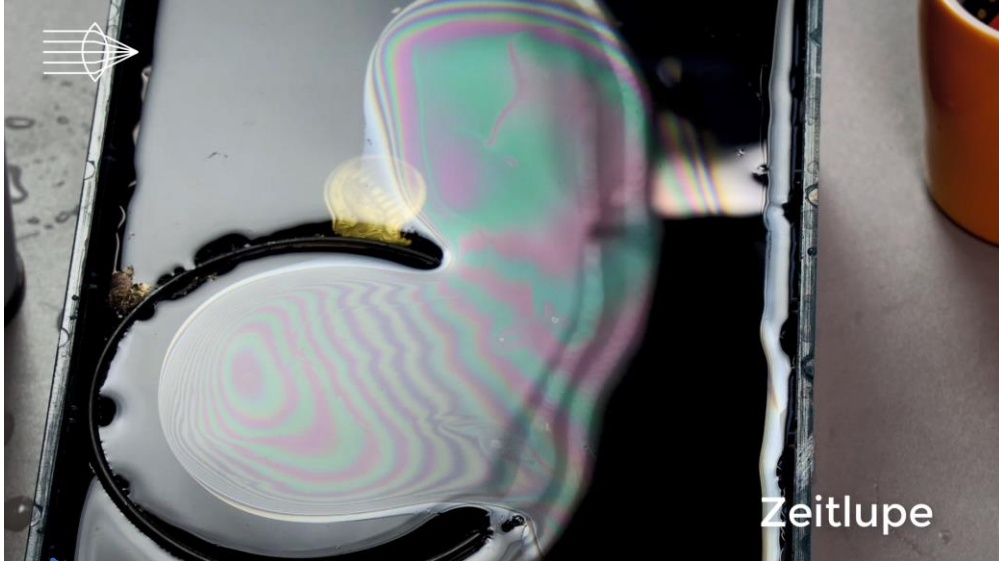
↳ Abbildung, Linsen
geometrische Optik



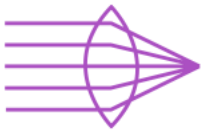
↳ Reflexion und Brechung
geometrische Optik



↳ Polarisation

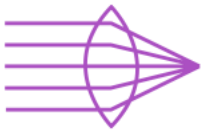


↳ Interferenz und Beugung



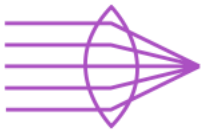
Optik - Physik

- Was ist Licht, woraus besteht es?
 - ↳ elektromagnetische Welle / Teilchen
- Eigenschaften?
 - ↳ Geschwindigkeit, Wellenlänge, Frequenz, Polarisation etc.
- Licht als Werkzeug
 - ↳ Linse, Teleskop, Mikroskop etc.
- Beugung und Interferenz
- Farben
 - ↳ Sinnesphysiologie



historische Einordnung

- Plinius / Seneca : Linsen, Brennglas
- Robert Bacon (1215-1294): Linsen als Brille
- 17. Jh : Fernrohr, Mikroskop, Brechungsgesetz
(Galilei, Snellius, Kepler, Descartes)
- Welle oder Teilchen?
Newton (1642-1727), Huygens (1629-1695)
- Lichtgeschwindigkeit (Rømer (1644-1710))
- 19. Jh: Welle!
(Fresnel, Young)
Licht ist elektromag. Welle!
(Faraday, Maxwell, Hertz)
- 20. Jh: Teilchen!
(Planck, Einstein)



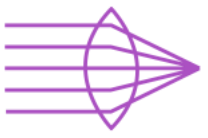
- Experimente & Formeln
- Vorkenntnisse
 - Mechanik, Schwingungen, Wellen
 - Elektromagnetismus

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{\partial}{\partial t} \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = +\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$$



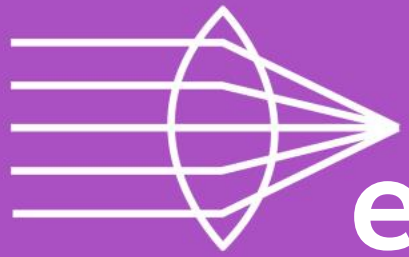
Wie beginnen?

↳ Licht als elektromagnetische Welle

oder

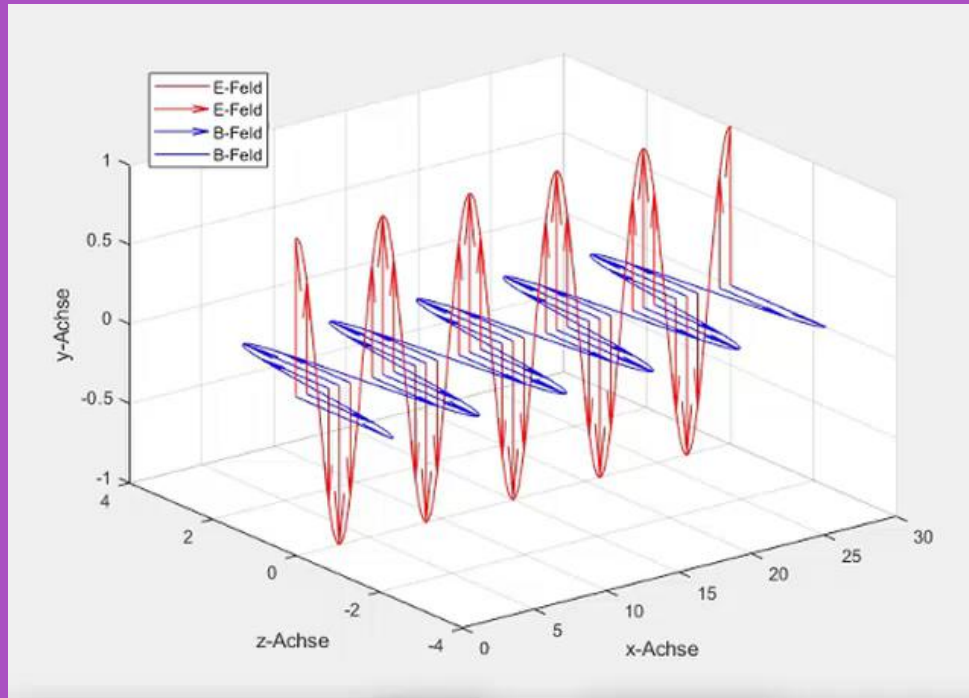
↳ Ausbreitung von Licht

„Der Worte sind genug gewechselt,
Laßt mich auch endlich Taten sehn ...“

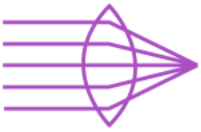


Licht -

elektro-magnetische Welle



Elektromagnetische Welle: linear polarisiert



Heinrich Hertz (1889): „Die Wellentheorie
des Lichts ist, menschlich gesprochen,
Gewissheit...“

Experimente: • Sendeclipol, Funkenstecke
• Metallwand als Reflektor

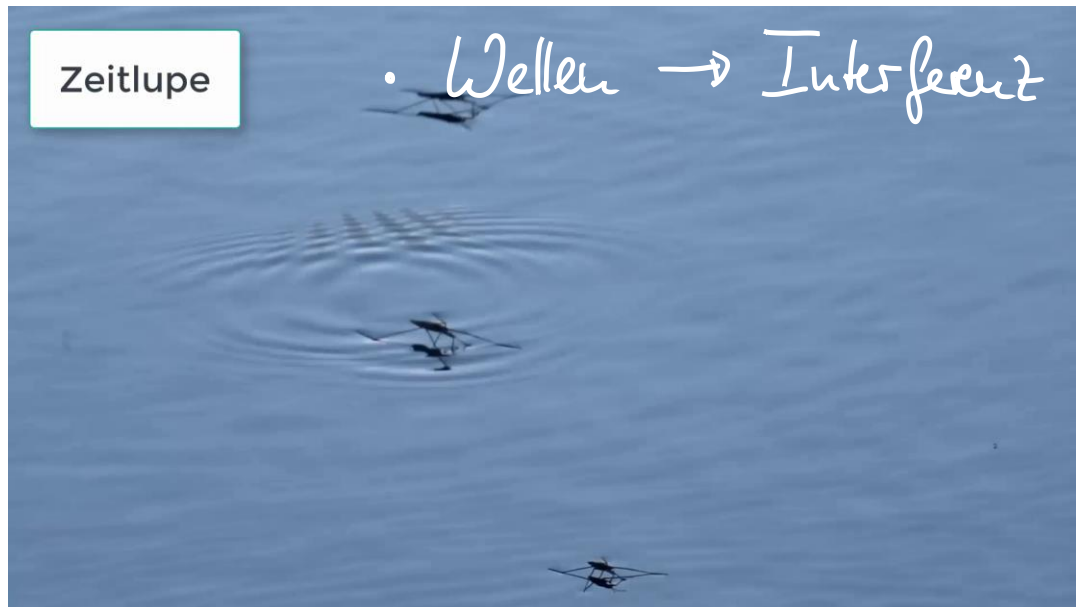
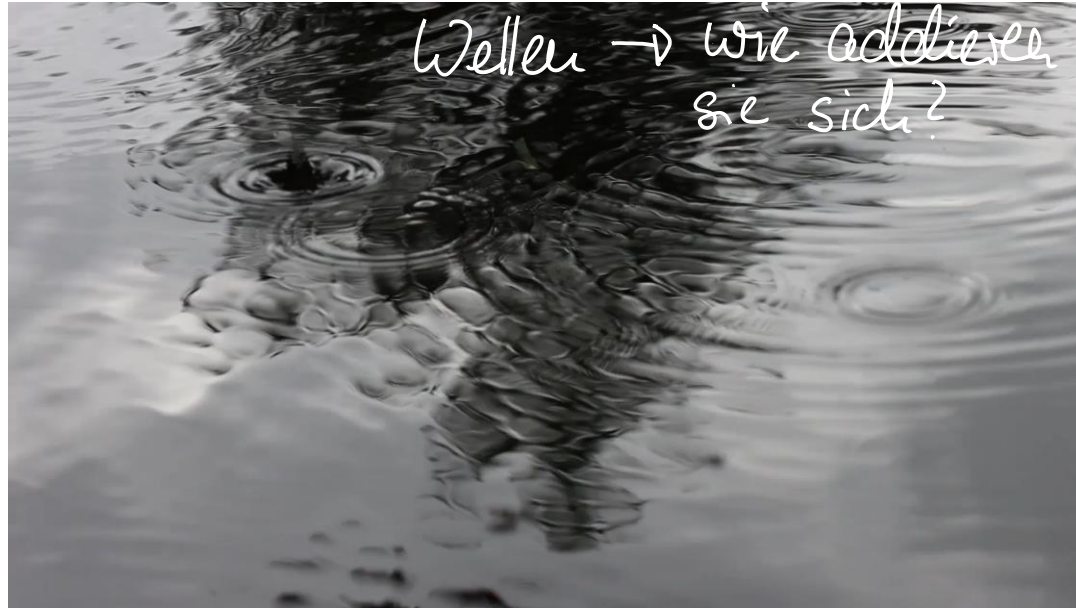
• Übertragung von
Funken auf Empfänger

↳ Nachweis von e.-m. Wellen

• theoretische Vorhersage:
Maxwell-Gleichungen (1862)



Sender von H. Hertz
Deutsches Museum, München

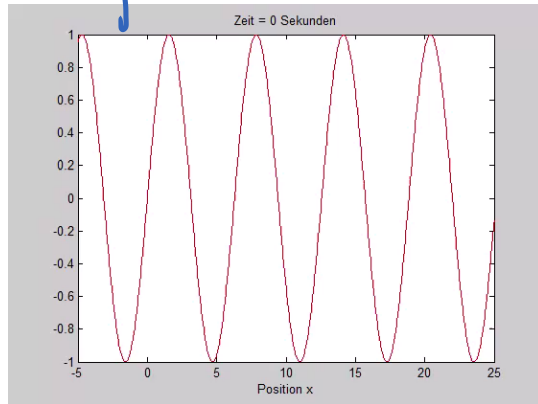


Welle: aus der Mechanik

allgemein: $f(x,t) = f(x \pm v \cdot t)$ in 1D

erfüllt die Wellengleichung $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0$

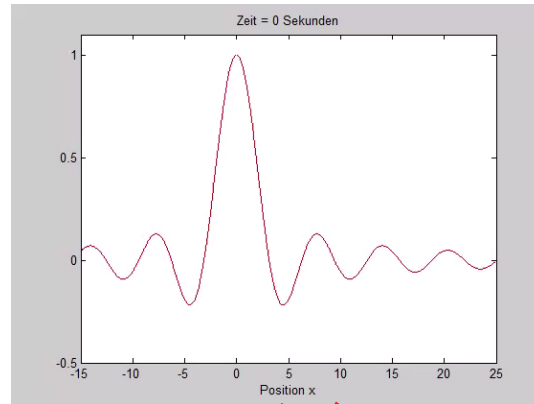
Beispiel:
 $f = \sin(k \cdot x - \omega t)$



formstabil, periodisch

Ausbreitungsgeschw.

$f = \sin(k \cdot x - \omega t) / (k \cdot x - \omega t)$



formstabil

$$v = \frac{\omega}{k}$$

Frequenz $\nu = \frac{1}{T}$; Kreisfrequenz $\omega = 2\pi \cdot \nu = 2\pi \cdot \frac{1}{T}$

Wellenlänge λ ; Wellenzahl $k = 2\pi \cdot \frac{1}{\lambda}$ $v = \frac{\omega}{k}$

transversal, longitudinal

Licht als elektromagnetische Welle:

Ansatz: Maxwell-Gleichungen in

Integralform:

Differentialform:

$$M1: \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$M2: \oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$M3: \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

$$M4: \oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I + \epsilon_0 \mu_0 \frac{d}{dt} \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

$$m1: \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$m2: \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$m3: \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \vec{B}$$

$$m4: \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \vec{E}$$

Q - Ladung

I - Strom

ρ - Ladungsdichte

j - Stromdichte

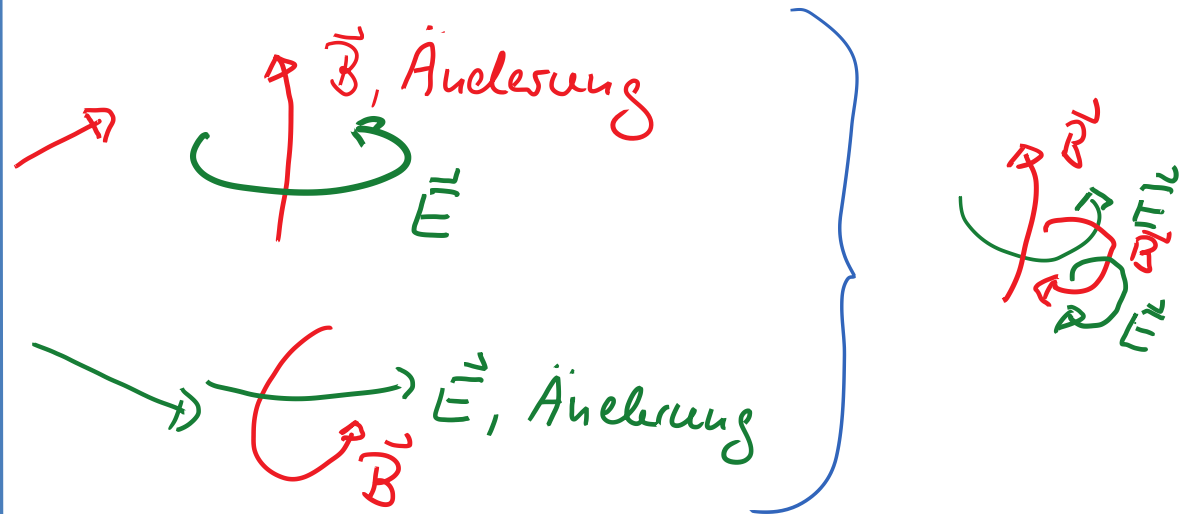
Konstanten: $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$

• Licht breitet sich im Vakuum aus

$$\rightarrow \begin{array}{ll} Q=0 & \rho=0 \text{ (keine Ladung)} \\ I=0 & \vec{j}=0 \text{ (kein Strom)} \end{array}$$

• hier: Verwendung der Diff-Form



Maxwell-Gl. in Differentialform

im Vakuum

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \vec{B}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \vec{E}$$

} „gekoppelte“
Differentialgl.,
abh. von $\vec{E}$ & $\vec{B}$

• Entkopplung durch Umformung:

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \vec{\nabla} \times \left(-\frac{\partial}{\partial t} \vec{B} \right) \quad (1)$$

$$\uparrow = -\frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = -\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E}$$

ebenso

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = \vec{\nabla} \times \left(\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \vec{E} \right) \quad (2)$$

$$\uparrow = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = -\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{B}$$

① & ② nur von $\vec{E}$ oder $\vec{B}$ abhängig $\rightarrow$ entkoppelt

• aus der Mathematik: es gilt allgemein

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{a}) = \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{a}) - \Delta \vec{a}$$

mit $\vec{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$ $\Delta = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}, \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)$
 $\uparrow$ Laplace-Operator

• damit aus ①

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \Delta \vec{E}$$

$$\overset{=0 \text{ im Vakuum}}{\vec{\nabla} \cdot \vec{E}} = -\Delta \vec{E} = -\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E}$$

und aus ②

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) - \Delta \vec{B}$$

$$\overset{=0}{\vec{\nabla} \cdot \vec{B}} = -\Delta \vec{B} = -\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{B}$$

$$\Delta \vec{E} - \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

$$\Delta \vec{B} - \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0$$

• Form für $\vec{E}$ & $\vec{B}$ gleich

• Struktur: Wellengleichung

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (1D)$$

↳ Lösungen können übernommen werden

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \vec{E}_0 \cdot \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega \cdot t + \varphi) \\ \vec{B} &= \vec{B}_0 \cdot \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \varphi) \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{einfachster} \\ \text{Fall} \end{array} \right\}$$

mit Phasengeschwindigkeit

$$v = c_0 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = \frac{\omega}{k}$$

Lichtgeschwindigkeit im Vakuum

↳ elektrisches und magn. Feld breitet sich als Welle im Vakuum aus!

Licht ist eine elektromagnetische Welle:

$\vec{E}_0$ und $\vec{B}_0$: Amplitude

ω : Kreisfrequenz mit $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot \nu$

$\vec{k}$: Vektor entlang der Ausbreitungsrichtung, $k = |\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}$

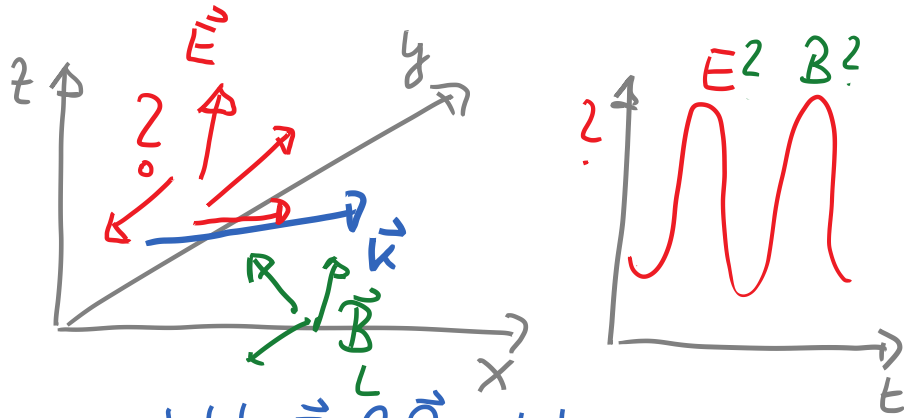
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum:

$$c_0 = \frac{1}{\sqrt{8,854 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}}}$$

$$= 2,998 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \quad \text{unabh. von } \omega \text{ & } k!$$

$$\approx 300.000 \text{ km/s}$$

(Vergleich: Erdumfang $\approx 40000 \text{ km}$)



- wie steht $\vec{E}$ & $\vec{B}$ relativ zur Ausbreitungsrichtung ($\vec{k}$)?
... wie zu einander?
- Betrachtung von Sonderfall: $\vec{E}$ in y-Richtung
 $\vec{E} = (0, E_y, 0) = (0, E_{y0} \cos(kx - \omega t), 0)$
Ausbreitung / Modulation in x

aus $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \vec{B}$

$$\left(\underbrace{\frac{\partial}{\partial y} E_z - \frac{\partial}{\partial z} E_y}_{=0}, \underbrace{\frac{\partial}{\partial z} E_x - \frac{\partial}{\partial x} E_z}_{=0}, \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} E_y - \frac{\partial}{\partial y} E_x}_{\neq 0} \right) = -\frac{\partial}{\partial t} (B_x, B_y, B_z)$$

"0, da nur Modulation in x-Richtung" *ungleich 0!*

↳ nur die z-Komponente $\neq 0$!
 $(0, 0, \frac{\partial}{\partial x} E_y) = - (0, 0, -\frac{\partial}{\partial t} B_z)$

↳ $\frac{\partial}{\partial x} E_y = E_{y0} \frac{\partial}{\partial x} \cos(kx - \omega t)$
 $= -E_{y0} \cdot k \sin(kx - \omega t) = -\frac{\partial}{\partial t} B_z$

• Integration liefert B_z :

$$B_z = E_{y0} \cdot k \cdot \frac{1}{\omega} \cos(kx - \omega t)$$

$$B_z = \frac{k}{\omega} \cdot E_y = \frac{1}{c_0} \cdot E_y \quad \text{mit } c_0 = \frac{\omega}{k}$$

↳ wenn $\vec{E} = (0, E_y, 0)$ steht $\vec{B} \perp$ mit
 $\vec{B} = (0, 0, B_z) = c_0 \cdot (0, 0, E_y)$

• $\vec{E}$ war willkürlich gewählt
 ↳ allgemeingültiges Resultat

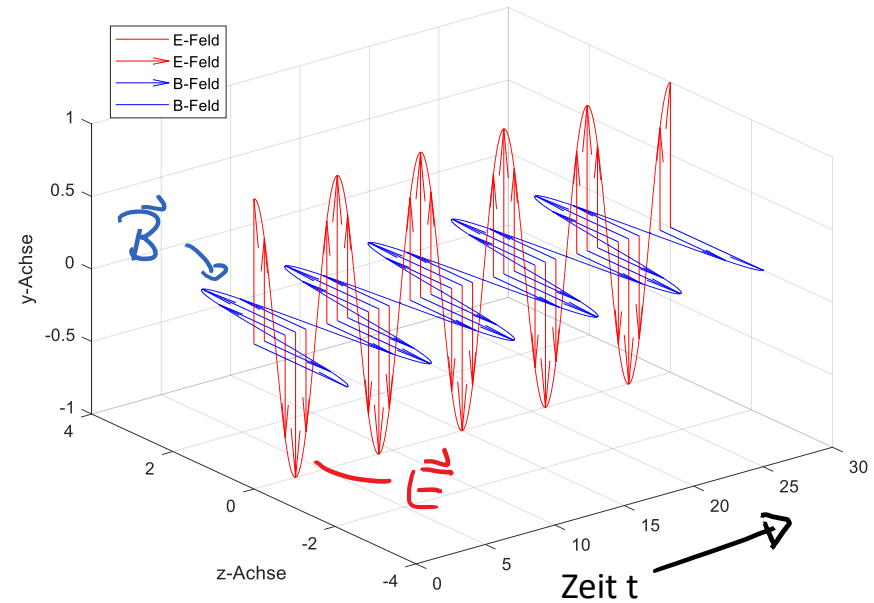


↳ Folgerungen für die Eigenschaften elektromagn. Wellen im Vakuum:

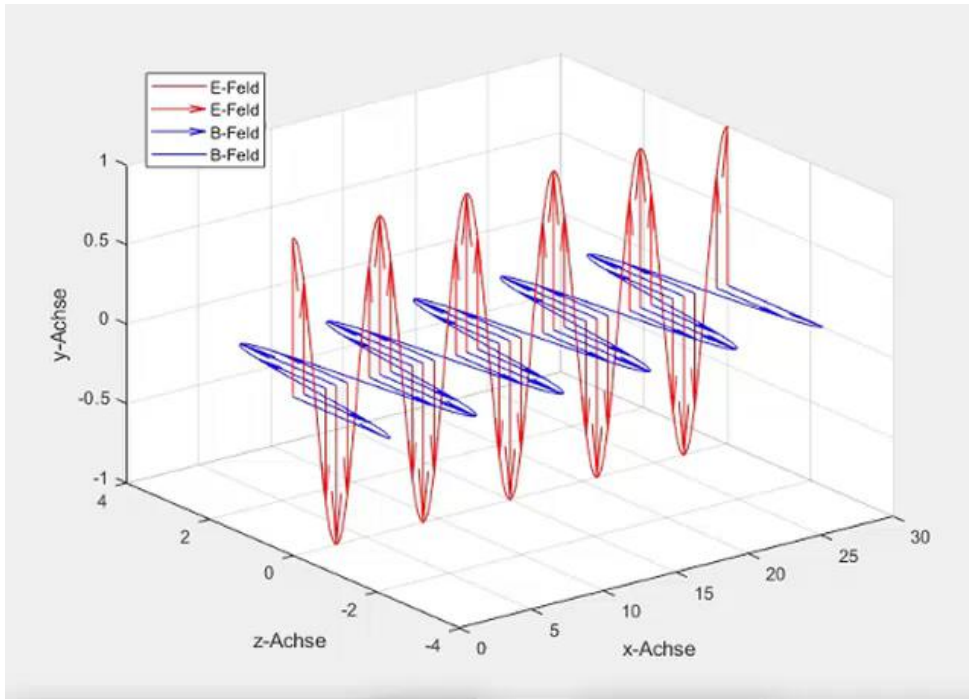
- $\frac{E_{\text{eff}}}{B_{\text{eff}}} = c_0$
- $\vec{E}$ & $\vec{B}$ schwingen in Phase; Maxima und Knoten sind an gleichem Ort & Zeit
- $\vec{E} \perp \vec{k}$, $\vec{B} \perp \vec{k}$, $\vec{E} \perp \vec{B}$

↳ linear polarisierte Welle,
Transversalwelle

Zeitabhängigkeit



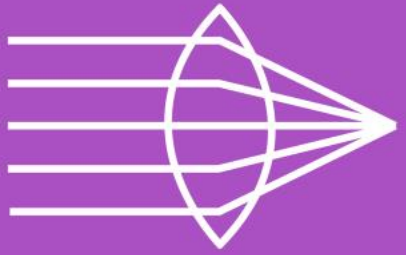
Linear polarisierte Welle: Ortsabhängigkeit



Elektromagnetische Welle: linear polarisiert

$\vec{E} \perp \vec{B} \perp$ Ausbreitungsrichtung ($\vec{k}$)

- bisher keine Aussagen über
 - $\lambda, \nu \rightarrow$ Spektrum
 - geometrische Ausdehnung $\rightarrow$ Größe des Lichtstrahls
 - andere Polarisation als linear
 - $\cos(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t)$ ist Abstraktion:
ist die Welle unendlich lang
in Raum und Zeit? $\rightarrow$ Kohärenz
 - was sehen wir mit dem Auge?
E oder B?



Licht - EM-Welle aus Integralform der Maxwell-Gleichungen

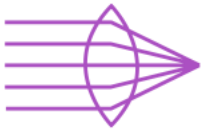


$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{\partial}{\partial t} \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = +\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$$



Licht als elektromagnetische Welle:

Ansatz: Maxwell-Gleichungen in

Integralform:

$$M1: \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$M2: \oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$M3: \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{\partial}{\partial t} \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

$$M4: \oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I + \epsilon_0 \mu_0 \frac{d}{dt} \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

Q - Ladung

I - Strom

ρ - Ladungsdichte

j - Stromdichte

Konstanten: $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$



• Licht breitet sich im Vakuum aus

$$\rightarrow \begin{array}{ll} Q=0 & \rho=0 \text{ (keine Ladung)} \\ I=0 & j=0 \text{ (kein Strom)} \end{array}$$

• hier: Verwendung der Integralform

$$M1: \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$M2: \oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$M3: \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{\partial}{\partial t} \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

$$M4: \oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = +\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

← Faraday'sches Induktionsg.

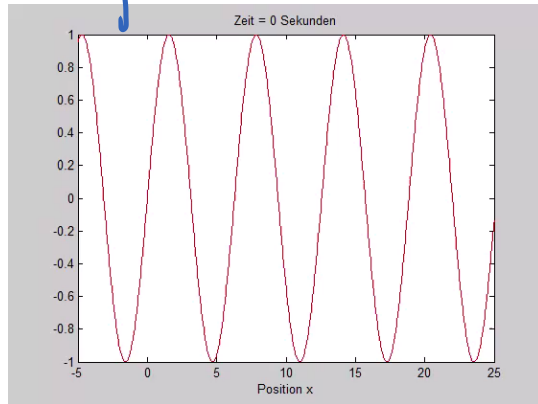
← Ampere'sches Gesetz

Welle: aus der Mechanik

allgemein: $f(x,t) = f(x \pm v \cdot t)$ in 1D

erfüllt die Wellengleichung $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0$

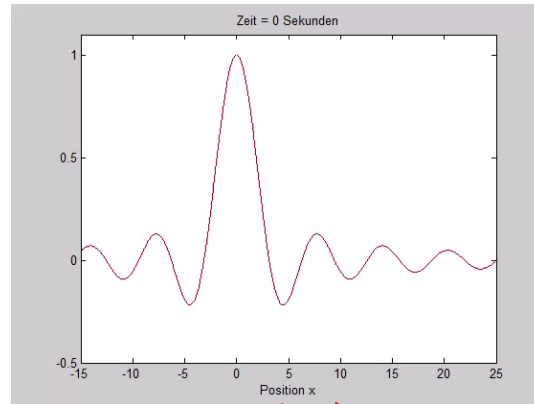
Beispiel:
 $f = \sin(k \cdot x - \omega t)$



formstabil, periodisch

Ausbreitungsgeschw.

$f = \sin(k \cdot x - \omega t) / (k \cdot x - \omega t)$



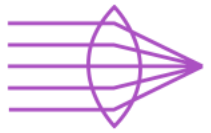
formstabil

$$v = \frac{\omega}{k}$$

Frequenz $\nu = \frac{1}{T}$; Kreisfrequenz $\omega = 2\pi \cdot \nu = 2\pi \cdot \frac{1}{T}$

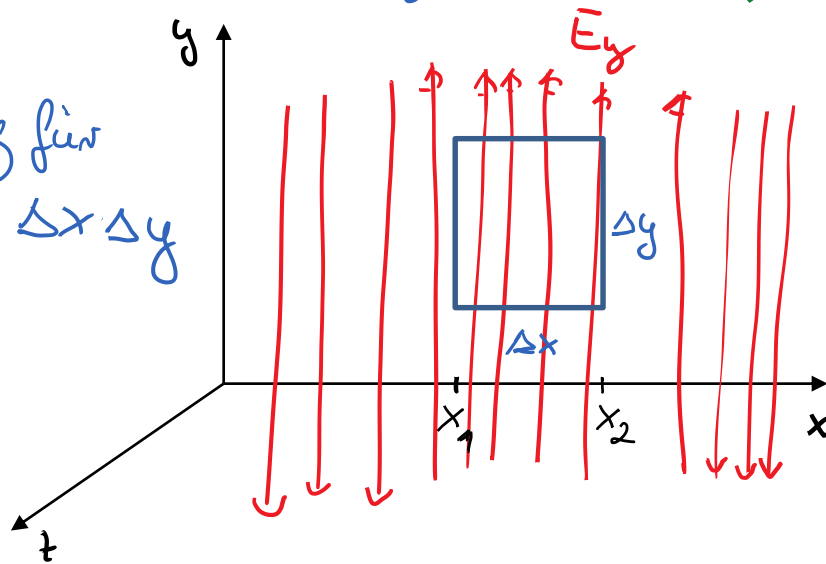
Wellenlänge λ ; Wellenzahl $k = 2\pi \cdot \frac{1}{\lambda}$ $v = \frac{\omega}{k}$

transversal, longitudinal



Annahme: $\vec{E}$ -Feld in xy -Ebene
Geschwindigkeit v_x $\xrightarrow{v_x}$

Betrachtung für
Fläche $A = \Delta x \Delta y$



aus Faraday-Gesetz $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{\partial}{\partial t} \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$
Weg um Rechteck

$$\begin{aligned} \hookrightarrow \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} &= E_y(x_1) \cdot \Delta y - E_y(x_2) \cdot \Delta y \\ &= (E_y(x_1) - E_y(x_2)) \cdot \Delta y \\ E_y \cdot \Delta x &= 0, \text{ da } \vec{E}\text{-Feld} \perp \text{Weg } \Delta x \end{aligned}$$

• wenn Δx klein, so ist

$$E_y(x_1) - E_y(x_2) = \Delta E_y \approx \frac{\partial}{\partial x} E_y \cdot \Delta x \quad (\text{Taylor-Entw.})$$

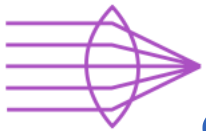
$$\begin{aligned} \hookrightarrow \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} &\approx \frac{\partial E_y}{\partial x} \cdot \Delta x \cdot \Delta y \\ &= -\frac{\partial}{\partial t} \int \vec{B} \cdot d\vec{A} \end{aligned}$$

$-d\vec{A}$ steht $\perp xy$ -Ebene, also in z -Richtung

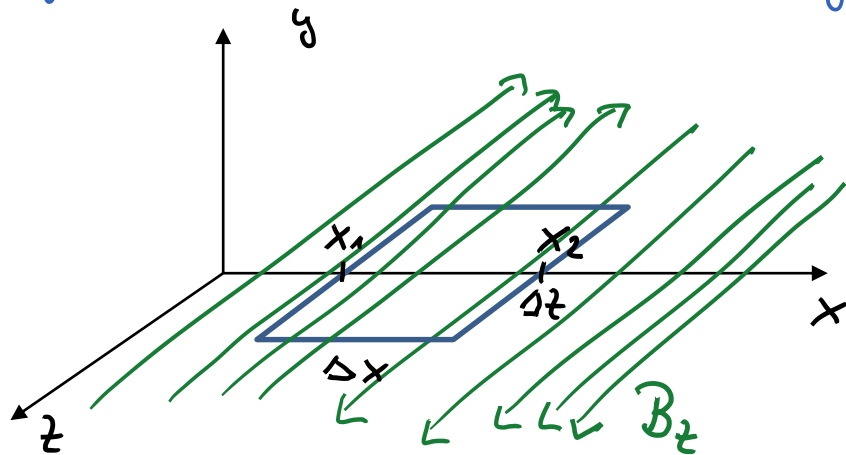
$$\frac{\partial}{\partial t} \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = \frac{\partial}{\partial t} B_z \cdot \Delta x \cdot \Delta y$$

$$\hookrightarrow \frac{\partial}{\partial x} E_y = -\frac{\partial}{\partial t} B_z \quad (1)$$

also: wenn sich E_y mit x ändert, so ändert sich B_z mit der Zeit!



ebenso für das B-Feld in z-Richtung:



aus dem Ampère'sches Gesetz:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

analoge Argumentation wie zuvor:

$$\begin{aligned} \oint \vec{B} \cdot d\vec{s} &= B_z(x_1) \cdot \Delta z - B_z(x_2) \cdot \Delta z = (B(x_1) - B(x_2)) \cdot \Delta z \\ &\approx \frac{\partial}{\partial x} B_z \cdot \Delta x \cdot \Delta z \end{aligned}$$



$d\vec{A}$ in y-Richtung

$$\begin{aligned} \hookrightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{s} &\approx \frac{\partial}{\partial x} B_z \cdot \Delta x \cdot \Delta z \\ &= \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \int \vec{E} \cdot d\vec{A} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} E_y \cdot \Delta x \cdot \Delta z \end{aligned}$$

$$\hookrightarrow \frac{\partial}{\partial x} B_z = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} E_y \quad (2)$$

aus (1): $\frac{\partial}{\partial x} E_y = -\frac{\partial}{\partial t} B_z$ wird

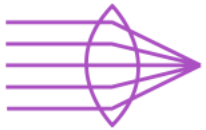
$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial}{\partial x} E_y \right) &= -\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial t} B_z \\ &= -\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial}{\partial x} B_z \right) \end{aligned}$$

mit (2)

$$= -\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial}{\partial t} E_y \right)$$

$$\hookrightarrow \boxed{\frac{\partial^2}{\partial x^2} E_y = -\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} E_y}$$

Wellengleichung für E_y



$\hookrightarrow \frac{\partial^2}{\partial x^2} \bar{E}_y + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \bar{E}_y = 0$
Wellengleichung für $\bar{E}_y$

• ebenso hätte die Berechnung für B-Feld erfolgen können:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \bar{B}_z + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \bar{B}_z = 0$$

$\hookrightarrow$ Schlussfolgerung wie bei Herleitung aus Differentialform:

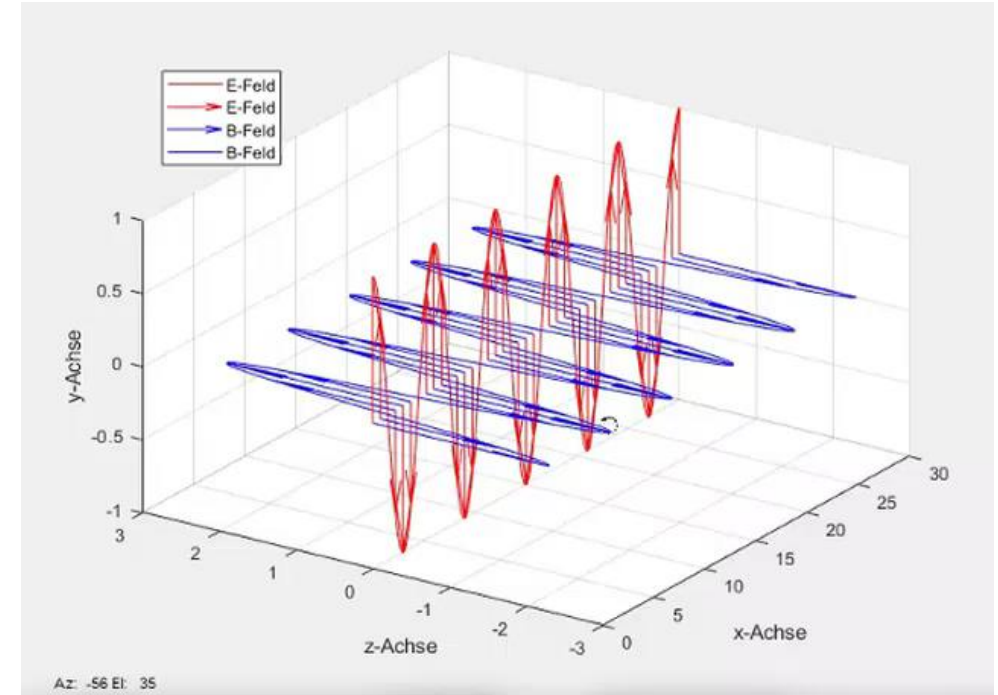
• elektromagnetische Welle mit $\vec{E} \perp \vec{B}$, $\vec{E} \perp \vec{v}$, $\vec{B} \perp \vec{v}$

• $v = c_0 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = \frac{\omega}{k}$

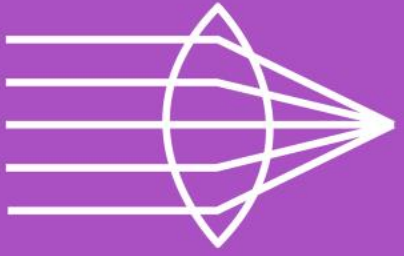
• linear polarisiertes Licht

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cdot \cos(\omega t - kx + \varphi)$$

$$\vec{B} = \vec{B}_0 \cdot \cos(\omega t - kx + \varphi)$$



Elektromagnetische Welle: linear polarisiert

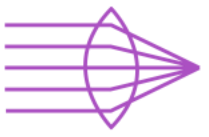


Das Spektrum elektromag. Strahlung

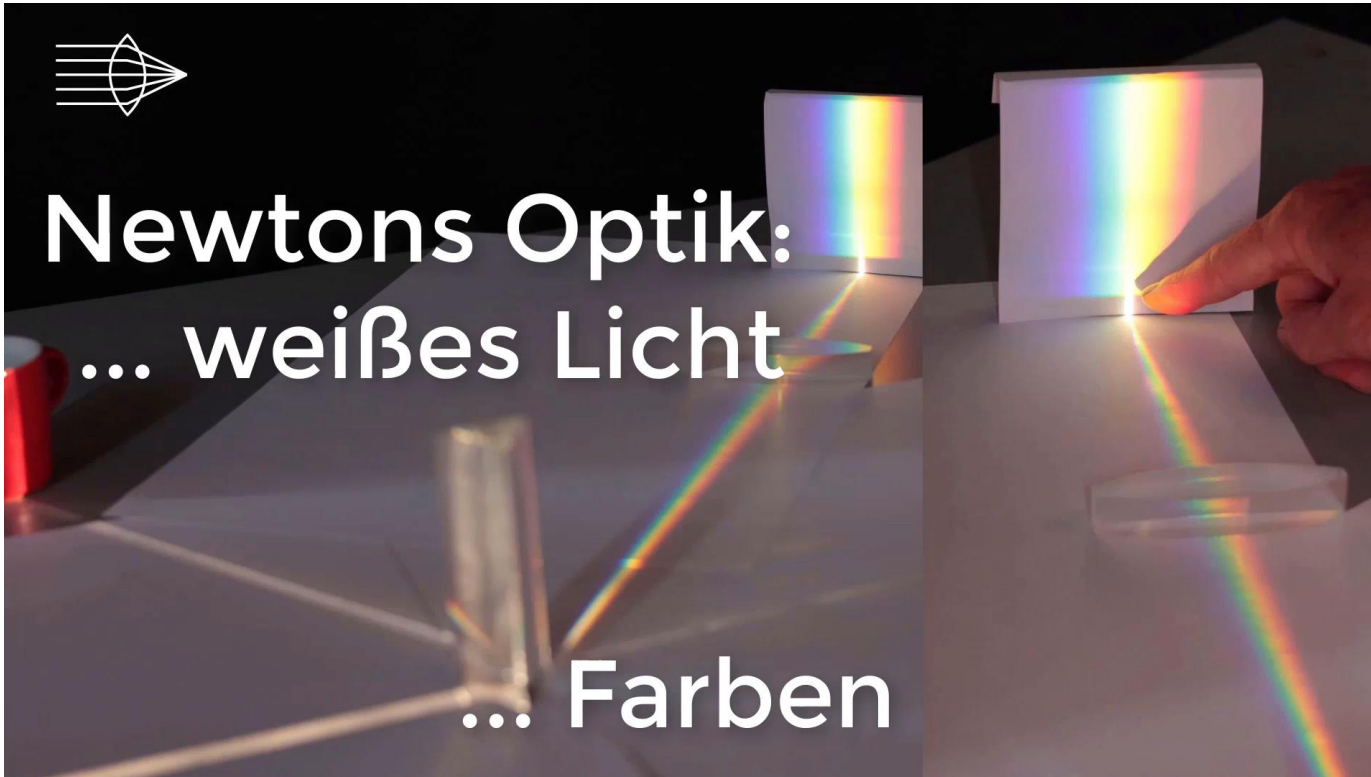


Was sehen wir?

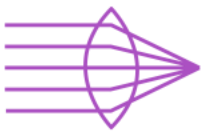
Messung der
Lichtgeschwindigkeit



Sichtbares Licht

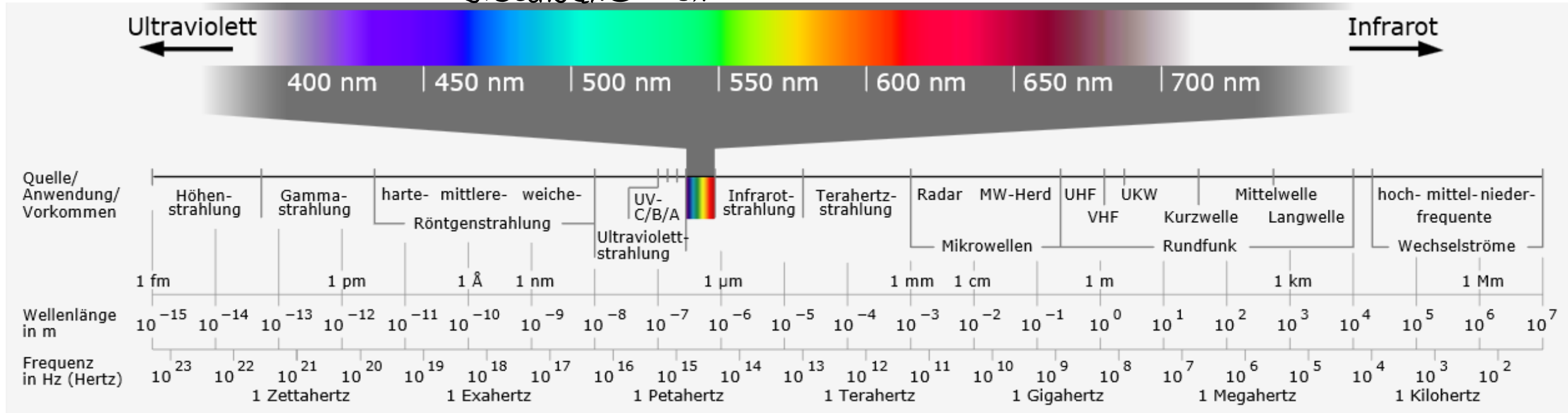


weißes Licht
→ Aufspaltung: Farbspektrum



Das Spektrum elektromagnetischer Strahlung

sichtbare Farben



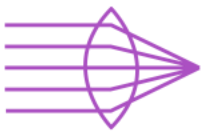
Quelle: Horst Frank / Phrood / Anony - Horst Frank, Jailbird and Phrood, CC BY-SA 3.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=3726606>

elektromagnetische Wellen

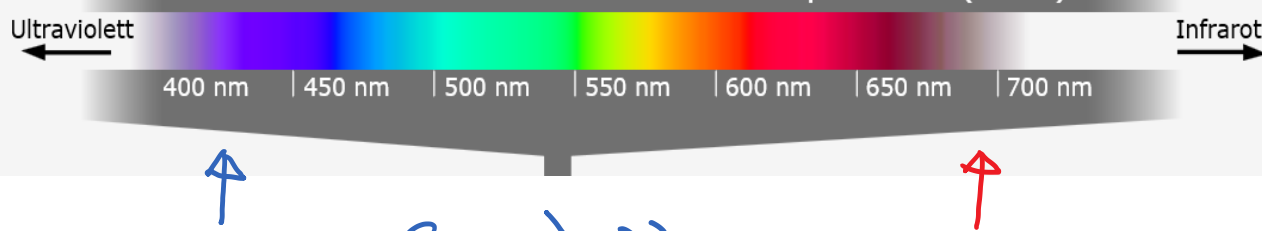
$\vec{E}$ - und $\vec{B}$ -Feld: $\vec{E} = \vec{E}_0 \cdot \cos(\omega t - kx)$

im Vakuum: $v = c_0 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \approx 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$

$c_0 = \lambda \cdot \nu$ unabhängig von λ bzw. ν



Sichtbares Licht



$$c_0 = \lambda \cdot \nu$$

- Wellenlänge λ : ca. 380 nm – 700 nm

$$\nu = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} / 380 \cdot 10^{-9} \text{ m} \\ = 7,9 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

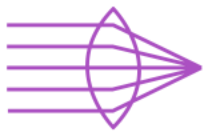
$$\nu = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{700 \text{ nm}} = 4,3 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

- Frequenz $\approx 10^{14} - 10^{15} \text{ Hz}$
sehr hoch / nicht direkt messbar

(typische Elektronik / Detektoren
Zeitauflösung $\Delta t \leq 1 \text{ ns} = 10^{-9} \text{ s}$
 $\nu_E = \frac{1}{\Delta t} \approx 10^9 \text{ Hz} = 1 \text{ GHz}$)

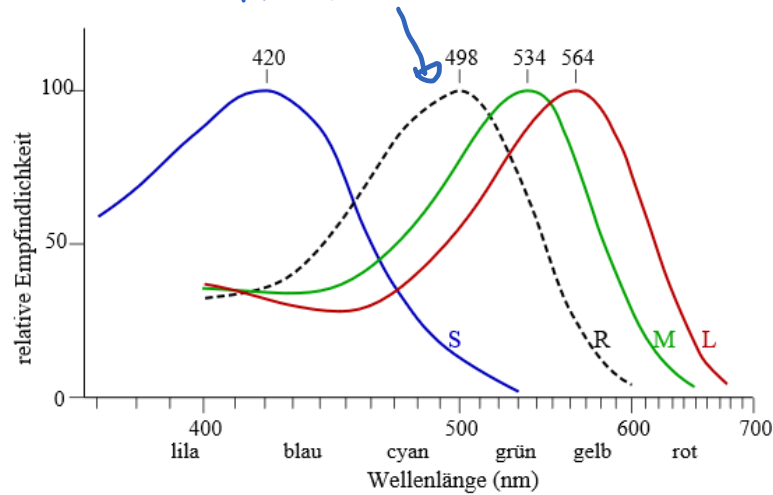


→ Messung von λ → Beugung



Warum sehen wir Licht?

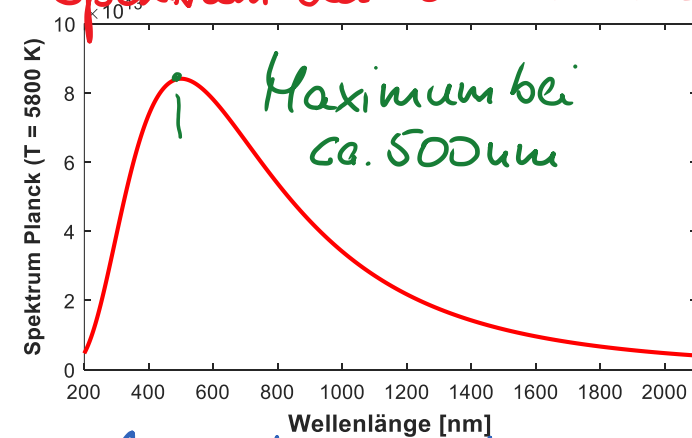
- menschliches Auge: Empfindlichkeit (λ)
 - Tageslicht: 3 Farbrezeptoren (rot, grün, blau)
 - nachts: 1 Sensor (hell/dunkel)



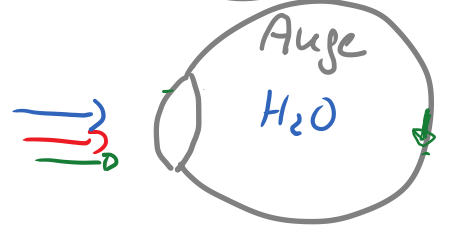
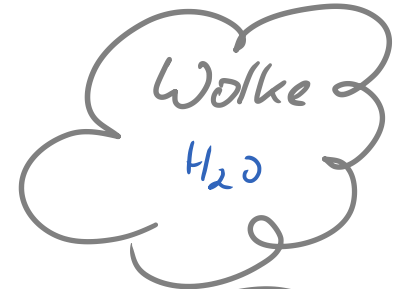
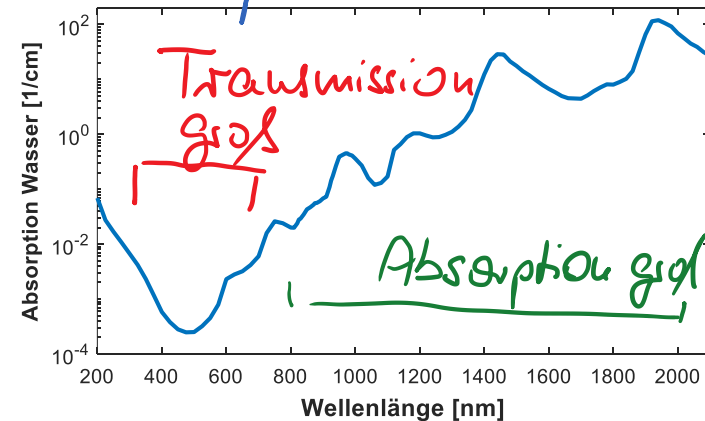
↳ Farbe entsteht im Kopf: Sinnesphysiologie

- zwei Gründe für kleinen Spektralbereich:
 - Sonnenspektrum
 - Absorption durch Wasser

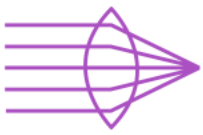
Spektrum des Sonnenlichtes



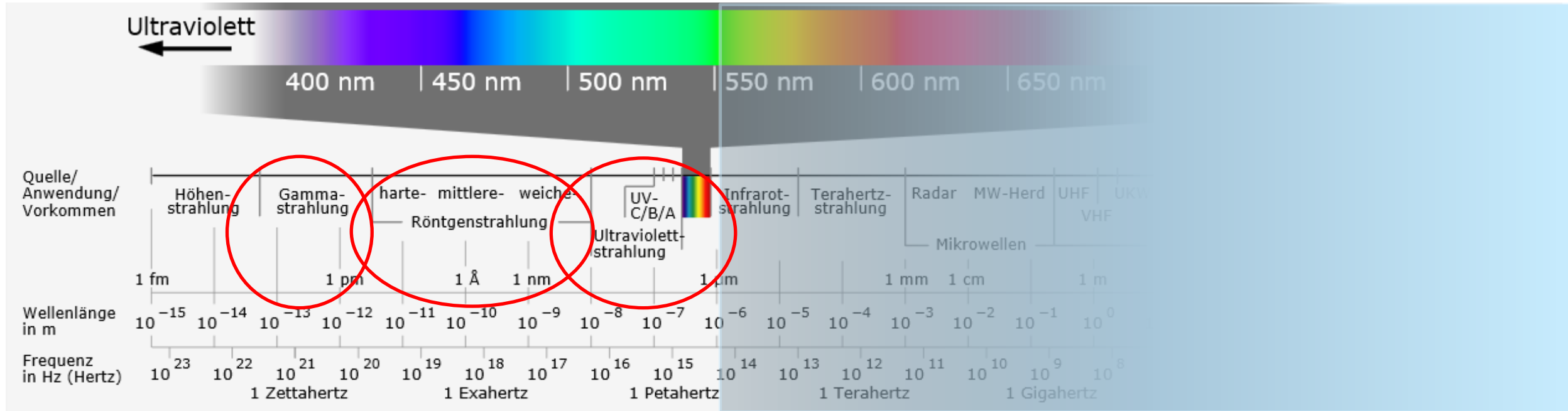
Absorption des Wassers

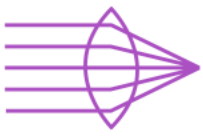


„Wär nicht das Auge sonnenhaft,
die Sonne könnt es nie erblicken.“

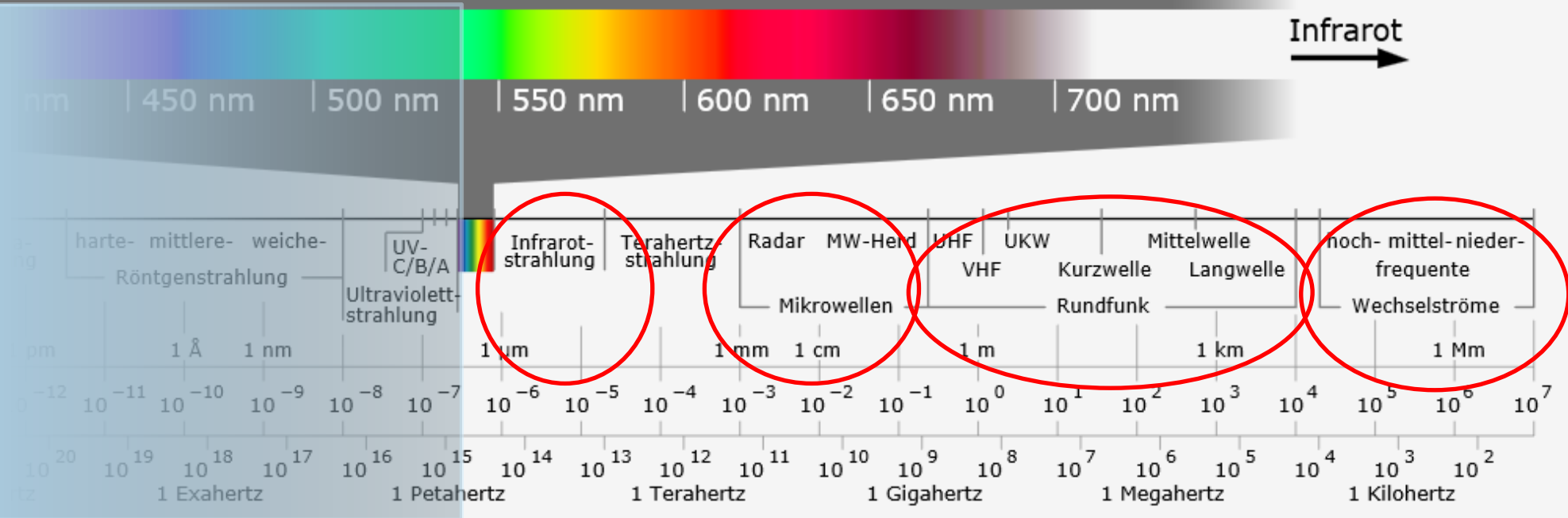


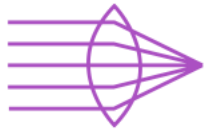
Das Spektrum elektromagnetischer Strahlung





Das Spektrum elektromagnetischer Strahlung



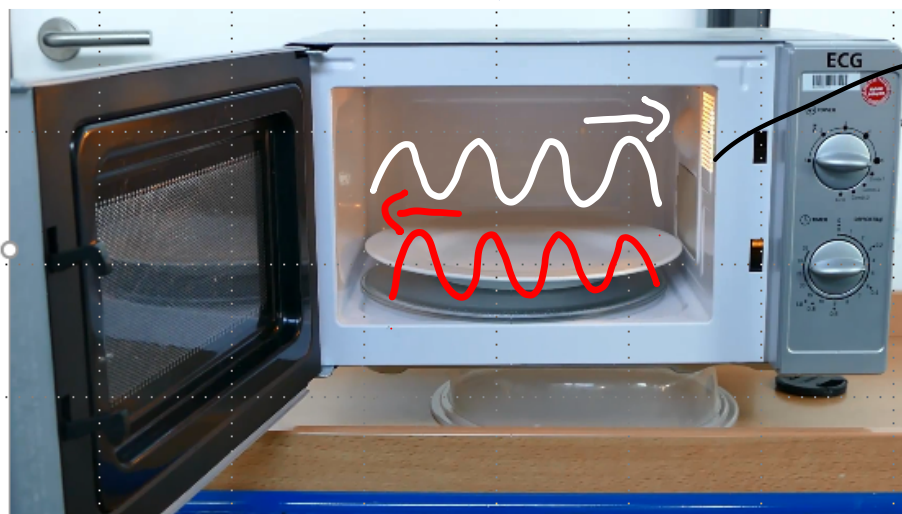


Mikrowellen offen: Messung von λ

- Absorption durch Wasser $\rightarrow$ Wärme

- üblich: $\nu = 2,45 \text{ GHz}$

$$\hookrightarrow \lambda = \frac{c_0}{\nu} = 12,2 \text{ cm}$$

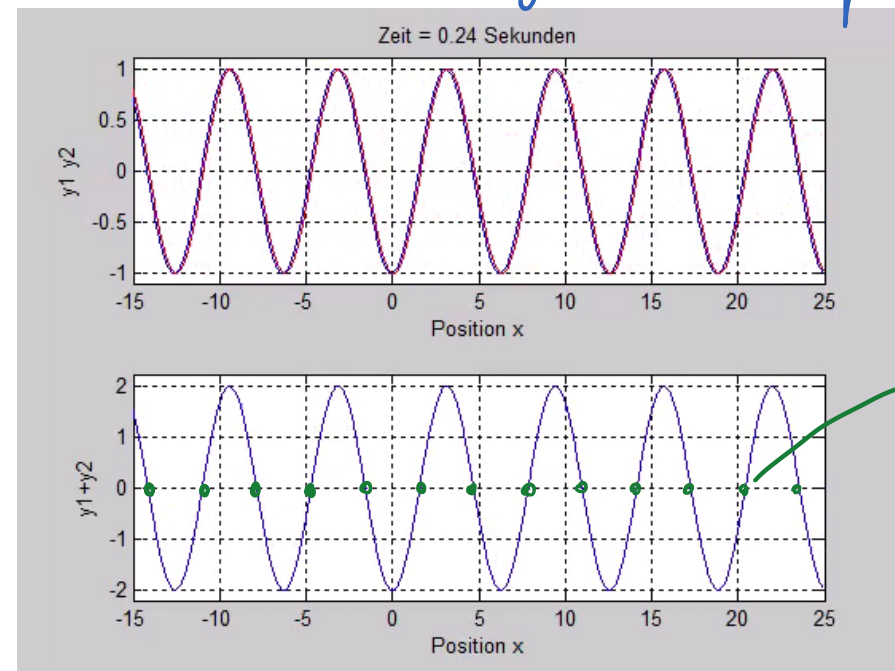


Metall

- Wellen werden an Metallwänden reflektiert, kein E-Feld auf Metall

$\hookrightarrow$ stehende Wellen bilden sich aus!

siehe: Mechanik, Schwing.-u. Wellen, Kap. 12



$\hookrightarrow$ Knoten: Abstand $\lambda/2$

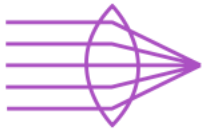
Welle: $E_1 = E_0 \cdot \cos(k \cdot x - \omega \cdot t)$

$$E_2 = E_0 \cdot \cos(k \cdot x + \omega \cdot t)$$

$\hookrightarrow$ stehende Welle:

$$E = 2 E_0 \cdot \underbrace{\cos(\omega t)}_{\text{zeitlich}} \cdot \underbrace{\sin(kx)}_{\text{räumlich}}$$

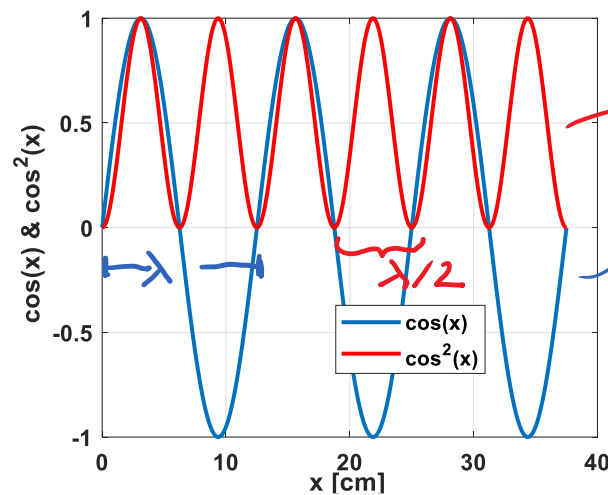
zeitlich räumlich



Experiment: Messung von λ



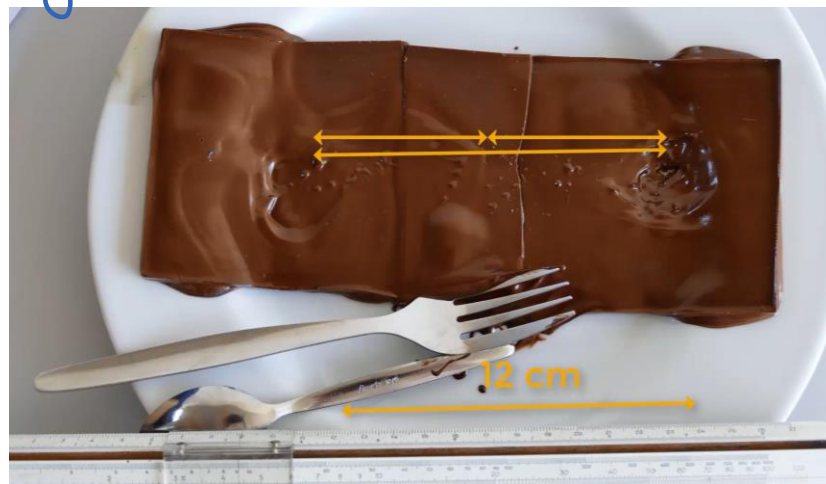
$\hookrightarrow$ stehende Welle: $E = 2E_0 \cdot \cos(\omega t) \cdot \sin(kx)$
 zeitliche Mittel $\langle E \rangle = 0!$
 aber Energie eines E-Feldes $\sim E^2$
 (siehe: Elektromagn: Kondensator)
 $\hookrightarrow$ Energie $\sim \sin^2(kx) = \sin^2(2\pi \frac{x}{\lambda})$
 $= \frac{1}{2} (1 - \cos(2 \cdot 2\pi \frac{x}{\lambda})) = \frac{1}{2} (1 - \cos(2\pi \frac{x}{\lambda/2}))$



Energie Erwärmung

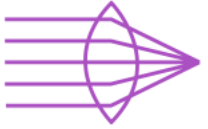
E-Feld

gemessen: Schokolade schmilzt mit $\Delta x \approx 6\text{cm}$

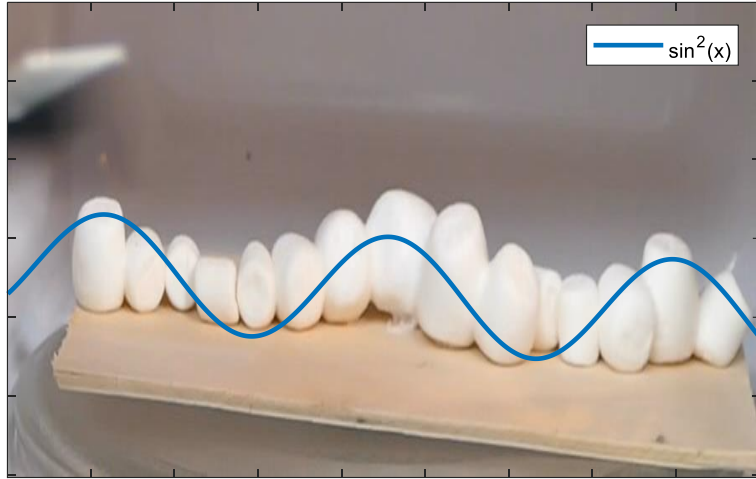


$\hookrightarrow \frac{\lambda}{2} \approx 6\text{cm}$
 Experiment

Überprüfung: $\nu = 2,456\text{Hz} \rightarrow \lambda = \frac{c}{\nu} = 12,2\text{cm}!$



Marshmallows in Mikrowelle



Form hat
Ähnlichkeit
zu $\sin^2(k \cdot x)$

Andere Betrachtung:

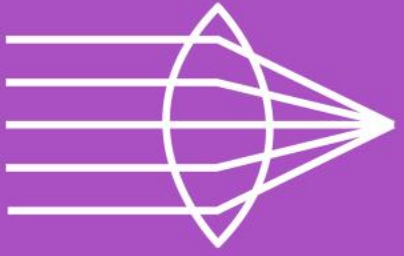
- wenn $\nu = 2,45 \text{ GHz}$ bekannt und
 $\lambda = 12 \text{ cm}$ aus Experiment

↳ Lichtgeschwindigkeit

$$c_0 = \nu \cdot \lambda = 2,45 \cdot 10^9 \text{ Hz} \cdot 12 \cdot 10^{-2} \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ = 2,94 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} !$$

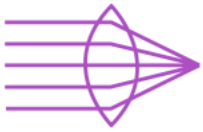
- gute Übereinstimmung mit
dem wahren Wert $c_0 = 2,9979 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} !$

Aber: c_0 wird definiert und das
Längenmaß (1 Meter) aus dem Licht-
weg in 1s bestimmt.

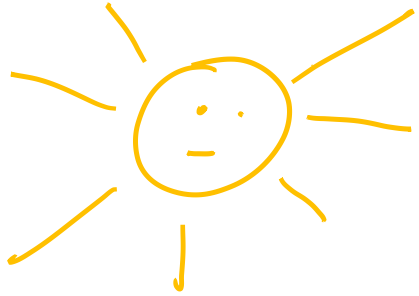


Energie und Impuls von Licht





Licht / Strahlung



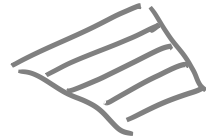
Photosynthese



Wasser verdunstet
→ Phasenübergang

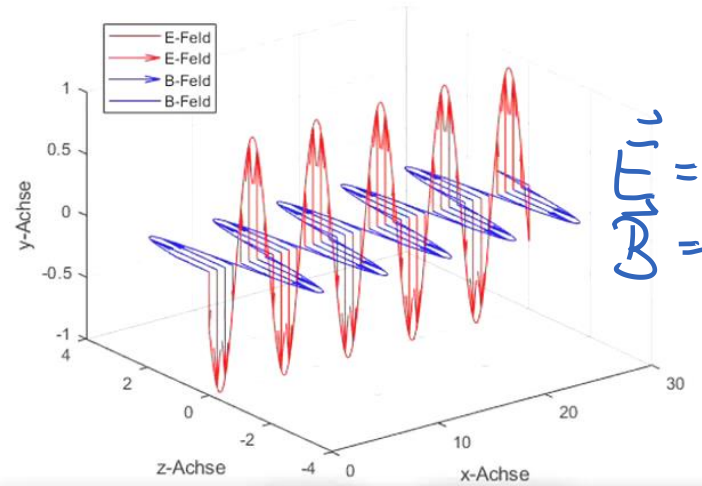


Sonnenbrand
chemische Reaktion



Solarzelle

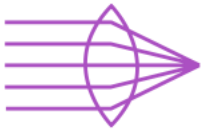
→ Energieübertragung:
gesucht: Zusammenhang mit
elektromag. Welle



Elektromagnetische Welle: linear polarisiert

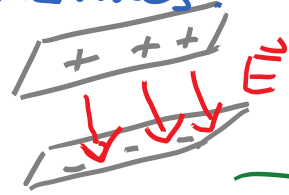
$$\begin{aligned} E &= E_0 \cdot \cos(\omega t - kx) \\ B &= B_0 \cdot \cos(\omega t - kx) \end{aligned}$$

$$c_0 = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$
$$E_0 = c_0 B_0$$

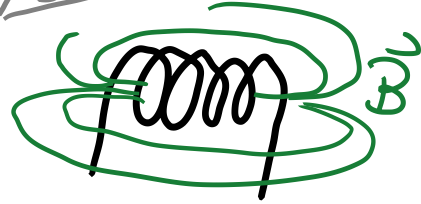


aus dem Elektromagnetismus:

E-Feld (Kondensator)



B-Feld (Spule)



↳ Energie ist in Feldern

mit Energiedichte $w_E = \frac{1}{2} \cdot \epsilon_0 \cdot E^2$

$$w_B = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\mu_0} \cdot B^2$$

• für e.-m. Welle: gesamte Energiedichte

$$w_G = w_E + w_B$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\mu_0} B^2$$

$$\text{mit } E = c_0 B$$

$$= \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{\mu_0 c_0^2} \cdot E^2 \quad \text{mit } c_0 = \sqrt{\frac{1}{\epsilon_0 \mu_0}}$$

$$= \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 = \epsilon_0 E^2$$

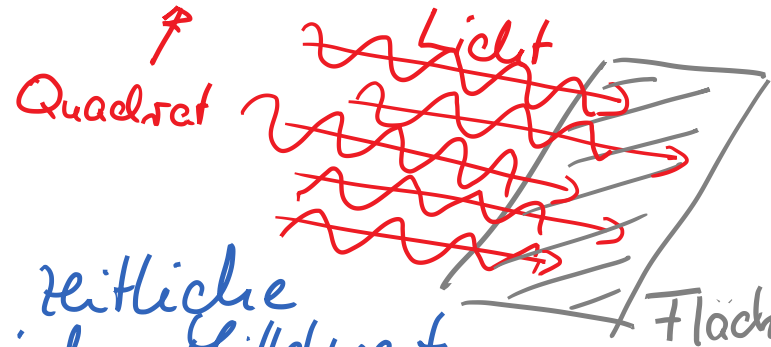


$$w_G = \epsilon_0 E^2 = \epsilon_0 c_0 \cdot E \cdot B = \frac{1}{\mu_0 \cdot c_0} \cdot E \cdot B$$

Energie-
dichte im Licht

• für $E = E_0 \cdot \sin(kx - \omega t)$ $B = B_0 \cdot \sin(kx - \omega t)$

$$\hookrightarrow w_G = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0} \cdot E_0 \cdot B_0 \cdot \sin^2(kx - \omega t)$$

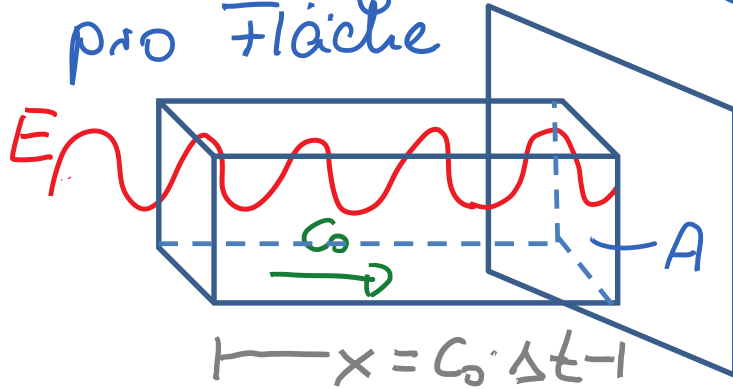


• es muß der zeitliche und räumliche Mittelwert betrachtet werden. $\langle \sin^2(kx - \omega t) \rangle = \frac{1}{2}$

$$\hookrightarrow \langle w_G \rangle = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\mu_0 c_0} \cdot E_0 \cdot B_0$$



- Intensität I = übertragene Leistung pro Fläche



$$I = \frac{P}{A} = \frac{\text{Energie} / \Delta t}{A} \quad | \cdot x$$

$$= \frac{\text{Energie} / \Delta t \cdot x}{\underbrace{\quad}_V} \quad V = A \cdot x$$

$$I = w_G \cdot c_0$$

↑
Energiedichte

↑
Ausbreitungsgeschw.



↳ Mittelwert $I = \langle w_G \rangle \cdot c_0$

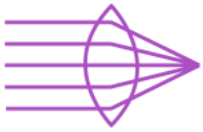
$$= \frac{1}{2} \frac{E_0 B_0}{\mu_0}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\mu_0 c_0} E_0^2 = \frac{1}{2} \frac{c_0}{\mu_0} B_0^2$$

- Strahlungstransport beschrieben durch:

Poynting-Vektor $\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$

- Intensität $I = \langle |\vec{S}| \rangle$
- Ausbreitungsrichtung $\parallel \vec{S}$



Beispiel: Einstrahlung der Sonne auf Erde

Solar konstante: $I = 1361 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$

gesucht: Feldstärken E_0 & B_0

$$\hookrightarrow I = \frac{1}{2} \frac{1}{\mu_0} \langle E_0 B_0 \rangle = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\mu_0 c_0} \langle E_0^2 \rangle$$

$$\langle E_0^2 \rangle = 2 \mu_0 \cdot c_0 \cdot I \quad \text{mit } c_0^2 = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0}$$

$$\begin{aligned} E_{\text{mittel}} &= \sqrt{\langle E_0^2 \rangle} = \sqrt{2 I / (\epsilon_0 c_0)} \\ &= \sqrt{2 \cdot 1361 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} / (8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}}{\text{Vm}} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})} \\ &= 2,68 \frac{\text{V}}{\text{m}} \end{aligned}$$

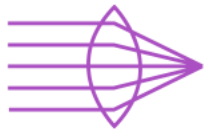
(Umrechnung der Einheiten: $F = q \cdot E$
 $\hookrightarrow 1 \text{ N} = 1 \text{ C} \cdot \frac{\text{V}}{\text{m}}$)



Beispiel: gebündelter Laserstrahl

$P = 1 \text{ mW}$ fokussiert auf $(0,1 \text{ mm})^2$

$$\hookrightarrow I = 1 \cdot 10^{-3} \text{ W} / 10^{-8} \text{ m}^2 = 10^5 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$



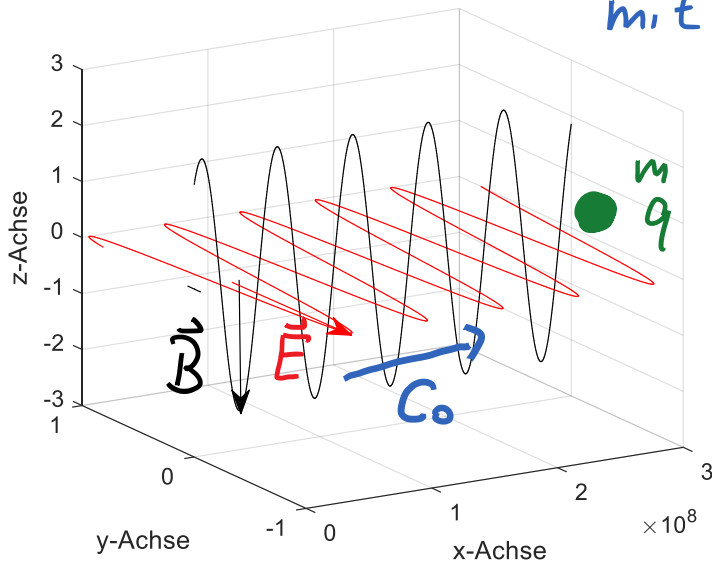
Impuls der e.-m. Welle:

- Licht verhält sich wie ein Teilchen

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2 \quad \vec{p} = m \vec{v}$$

$\vec{c}_0$ $\vec{p}?$

Betrachtung: Licht fällt an Masse m mit Ladung q



gesucht: Kraft von $\vec{E}$ & $\vec{B}$ auf Ladung q

qualitativ:

① $\vec{E} \uparrow$ $\vec{F}_E \uparrow$ q $\rightarrow$ Bewegung in $\vec{E}$ -Richtung mit Geschwindigkeit $\vec{v}$

$$\vec{F}_E = m \vec{a} = q \cdot \vec{E}$$

② $\vec{v} \uparrow$ $\vec{F}_L$ $\rightarrow$ Lorentzkraft $\vec{F}_L = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$

$\rightarrow$ Kraft in Richtung der Ausbreitungsrichtung





• Berechnung: Kraft von Licht auf q

sei $\vec{E} = (0, \bar{E}_y, 0)$ $\vec{B} = (0, 0, B_z)$

① $\vec{F}_E = q \cdot \vec{E} = m \cdot \vec{a}$



$\hookrightarrow a_y = \frac{q}{m} \bar{E}_y$

• $v_y = \int a_y \cdot dt = \frac{q}{m} \bar{E}_y \cdot t$ (wenn E_y konst.)

• $E_{kin} = \frac{1}{2} m v_y^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{m} \cdot \bar{E}_y^2 \cdot t^2$

② Lorentzkraft $\vec{F}_L = q \vec{v} \times \vec{B}$

• $F_{Lx} = q \cdot v_y \cdot B_z = \frac{q^2}{m} \cdot \bar{E}_y \cdot B \cdot t$

Kraft $\rightarrow$ Impulsänderung

$$F = \frac{dp}{dt}$$



$\hookrightarrow p_x = \int F_{Lx} \cdot dt$

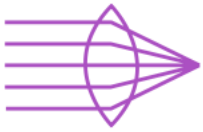
$$= \int_0^t \frac{q^2}{m} \cdot \bar{E}_y \cdot B_z \cdot t \cdot dt$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{m} \cdot \bar{E}_y \cdot B_z \cdot t^2$$

mit $\bar{E}_y = c_0 B_z$

$$p_x = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{m} \cdot E^2 \cdot \frac{1}{c_0} = \frac{E_{kin}}{c_0}$$

$\rightarrow$ Licht überträgt einen Impuls entlang der Ausbreitungsrichtung



Beispiel: Impuls der Strahlung

- Sonnensegel von Raumsonden

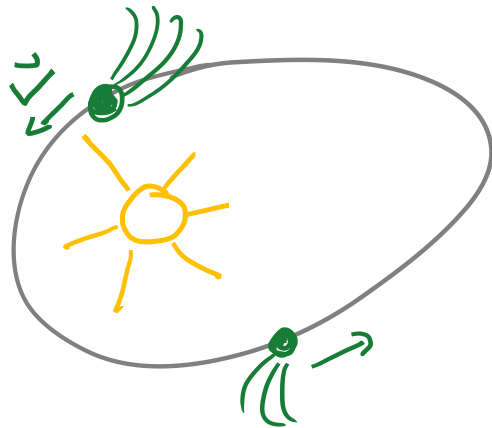


„Strahlungsdruck“

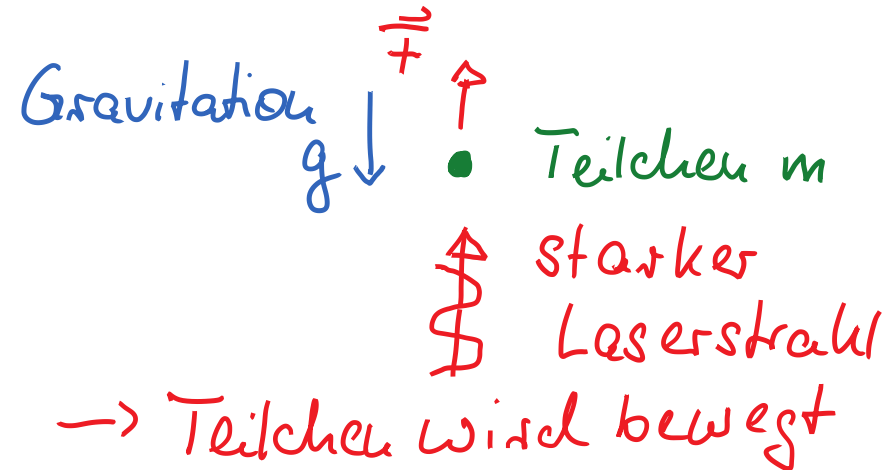
Antrieb von der Sonne weg

- Kometenschweif

Kometenstaub
wird von der
Sonne weg-
gedrückt



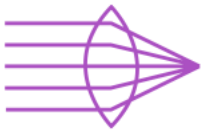
- im Labor: optische Pinzette



→ Teilchen wird bewegt

- Sonnenstrahlung auf Hausdach

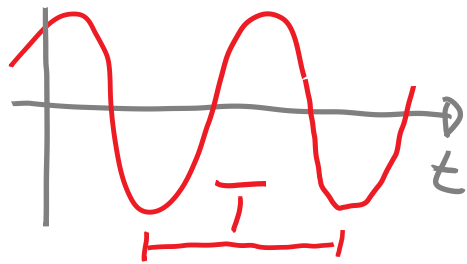
↳ Impuls / Kraft sehr, sehr klein
aus Solarkonstante $I = 1365 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$
ergibt sich ein Strahlungsdruck
 $p_s = 4,5 \cdot 10^{-6} \text{ Pa}$. Hausdach: $A = 100 \text{ m}^2$
↳ $F = p_s \cdot A = 4,5 \cdot 10^{-4} \text{ N}$



- Intensität: Was wird von Auge / Detektor beobachtet?

sichtbares Licht : λ : ca. 380 - 700 nm

ν : ca. $4 \cdot 10^{14}$ - $8 \cdot 10^{14}$ Hz



$T = \frac{1}{\nu}$: ca. 10^{-15} s

E-Feld : $E = E_0 \cdot \cos(\omega t)$

- zeitliches Mittelwert $\bar{E}$

$$\langle E \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T E dt = 0$$

aber $\langle I \rangle \sim \langle E^2 \rangle \neq 0$

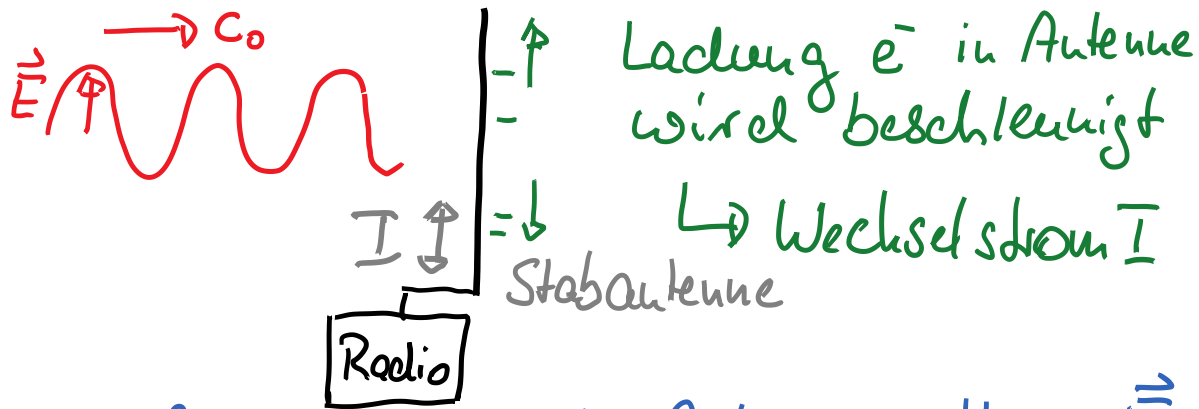
↳ in einem Detektor wird nicht das E-Feld sondern $\langle E^2 \rangle$ gemessen



• Was misst eine Radioantenne?

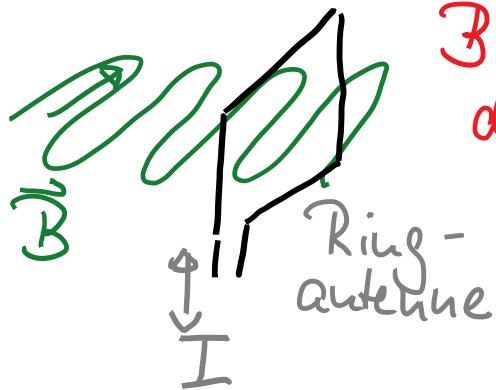
$\nu \sim 10^4 - 10^7 \text{ Hz} \rightarrow$ messbar

- für E-Feld



$\rightarrow$ Ausrichtung der Antenne entlang $\vec{E}$

- für B-Feld



B-Feld $\rightarrow$ magn. Fluß
durch Ringantenne

$\rightarrow$ Induktionsspannung / -strom



• Licht als Teilchen:

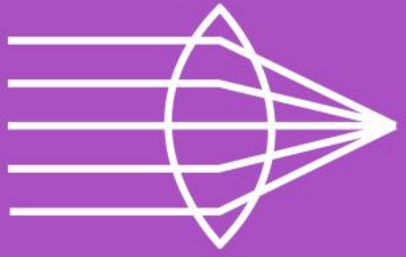
Anfang des 20. Jahrhunderts:

Licht hat Teilcheneigenschaften

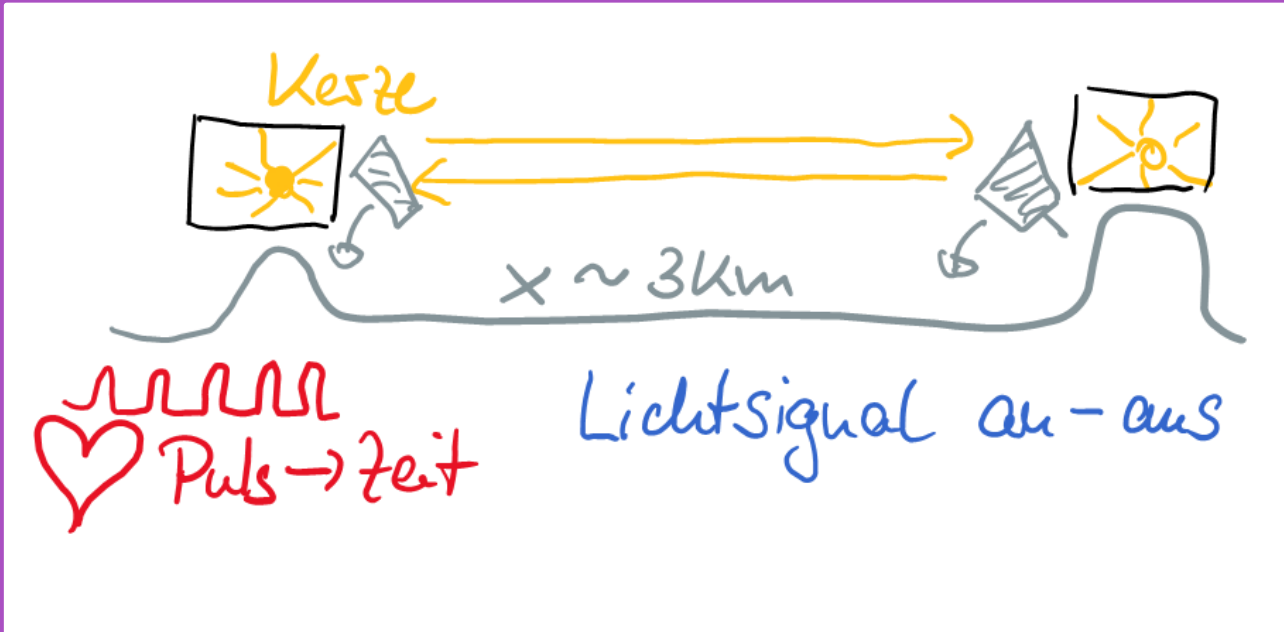
$$\text{Energie } E = h \cdot \nu = h \frac{c_0}{\lambda}$$

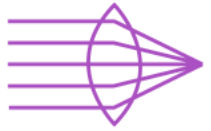
Plancksche Konstante $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$

$$\text{Impuls } p = h / \lambda$$

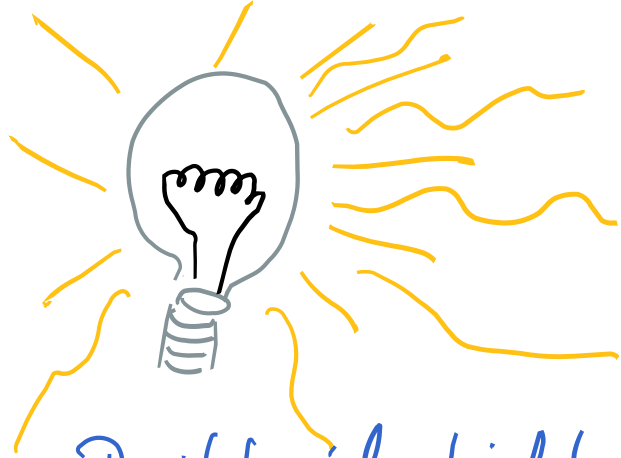


Ausbreitung von Licht: Lichtgeschwindigkeit





Ausbreitung von Licht



• Breitet sich Licht gerade aus?

- Ist Licht so schnell wie Röntgen- / Radiowellen?
- Wie verhalten sich Farben (λ, ν)?

↳ hier: Lichtgeschwindigkeit

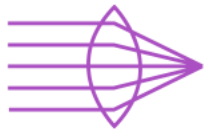


- Kapitel über Spektrum:
Messung Lichtgeschw. mit Schokolade

$$\hookrightarrow c_0 = \lambda \cdot \nu$$

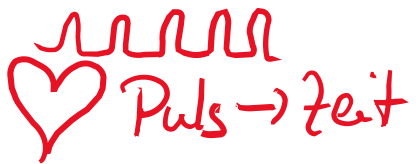


- nächstes Kapitel:
- Brechung
 - Dispersion
 - geometrische Optik
 - Beugung



Lichtgeschwindigkeit c_0

- René Descartes (1596-1650)
„Licht ist unendlich schnell!“
- Galileo Galilei (1564-1642)
erster Versuch zur Messung über Laufzeitmessung scheitert



Lichtsignal an-ans

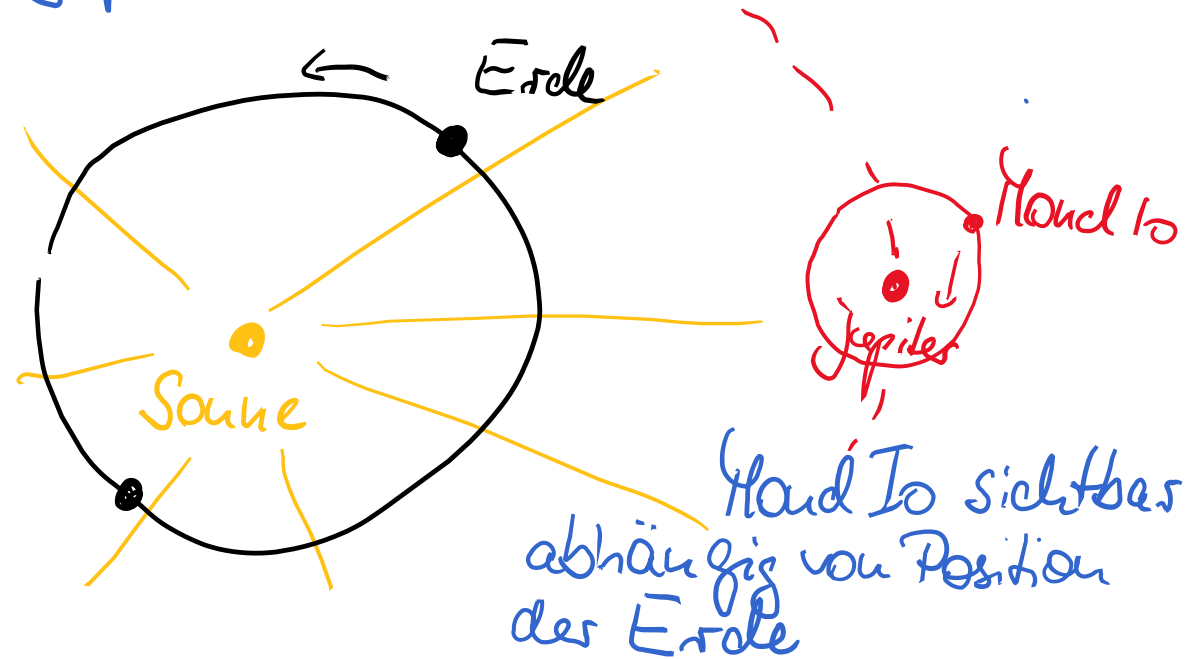
Zeitmessung zu ungenau!

Licht zu schnell

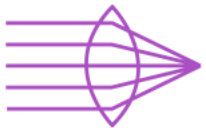
(heute: $c_0 = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \rightarrow \Delta t \approx 10^{-5} s$ notwendig!)



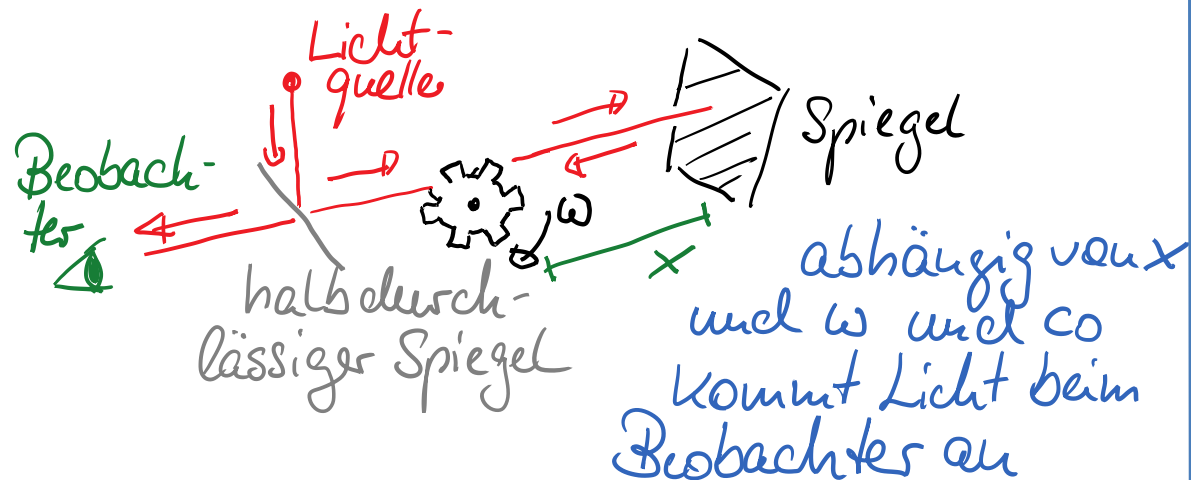
- Ole Römer (1644-1710)
im Jahr 1675: erste Messung von c_0
über Umlaufzeiten eines Mondes des Jupiters



↳ Berechnung $c_0 \approx 220000 \frac{km}{s}$



Zahnradmethode: Fizeau (1849)

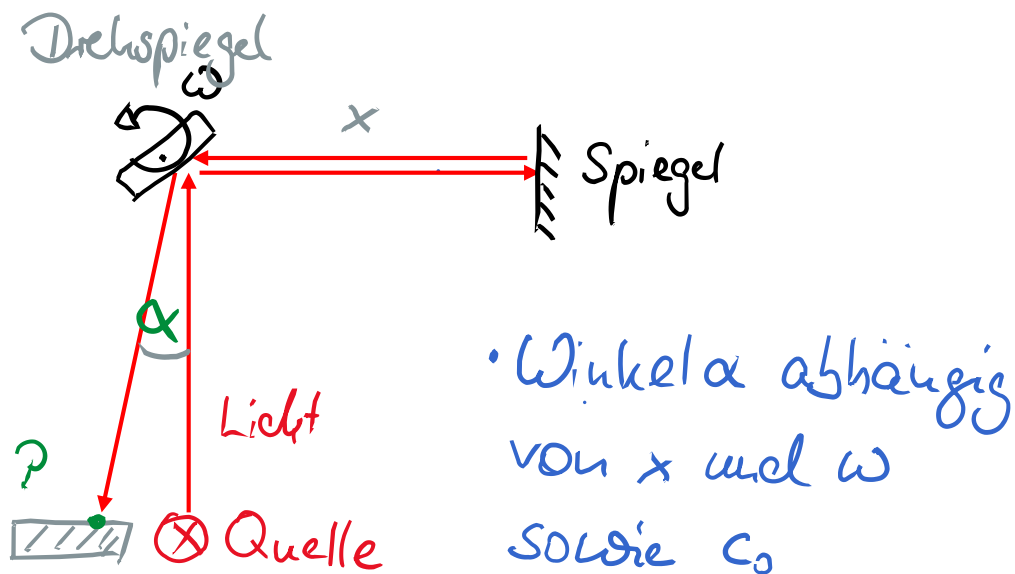


Oldenburger Nachbau von Fizeaus Apparatur

$$\hookrightarrow c_0 = 3,15 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



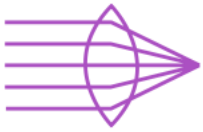
Drehspiegelmethode: Foucault (1851)



$$\hookrightarrow \text{Experimenteller Wert von } c_0 = 2,98 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}!$$

Michelson (1879): neue Messungen

$$\hookrightarrow c_0 = 2,9985 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



• Maxwell-Gleichungen:

↳ Licht = elektromagnetische Welle

$$\text{mit } c_0 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

$$\epsilon_0 = 88541878123 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{T} \cdot \text{m/A}$$

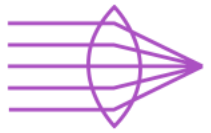
$$c_0 = 2,99792458 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ im Vakuum}$$

↳ heute: Lichtgeschwindigkeit ist definiert



• da die Zeiteinheit $\Delta t = 1\text{s}$ definiert ist,
kann daraus die Längeneinheit „Meter“
abgeleitet werden

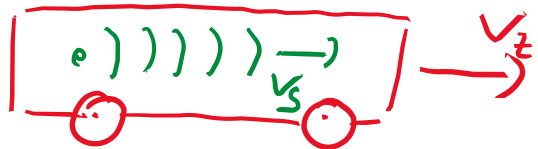
• c_0 : 1m legt das Licht in $\approx \frac{1}{3 \cdot 10^8} \text{s}$
zurück: $1\text{m} \approx 3 \text{ ns}$!



Äthertheorie

- seit 17. Jahrhundert: Licht breitet sich im Äther aus (Hypothese) ähnlich zu Schall in Luft
- Unklarheit, was der Äther sein sollte

• Mechanik:



$$v = v_z + v_s$$

Geschwindigkeiten addieren sich

- gilt das für Licht im Äther?



- Grundexperiment der speziellen Relativitätstheorie

$$x \xrightarrow{\vec{c}_0}$$

$$\vec{c}_0 + \vec{v}_E = \vec{c}_0$$

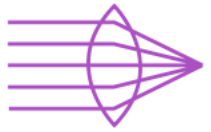
Erde
bewegtes Bezugssystem

→ c_0 ist die maximal mögliche Geschw., unabhängig vom Bezugssystem

↳ siehe: Michelson-Morley-Experiment
Michelson-Interferometer

↳ es gibt keinen Äther

$$E = mc^2$$



Lichtgeschwindigkeit in Materie

- in Materie ist die Ausbreitung des Lichtes langsamer als im Vakuum

↳ in Materie $c = \frac{c_0}{n}$

Brechungsindex

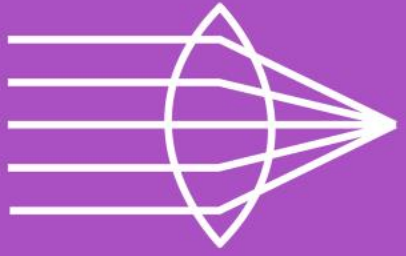
- n ist abhängig von Materie

Stoff	$n (\lambda = 589 \text{ nm})$
Luft	1,0003
Wasser	1,33
Ethanol	1,36
Glas	1,45 - 1,6
Diamant	2,4



- n ist abh. von λ
↳ Dispersion

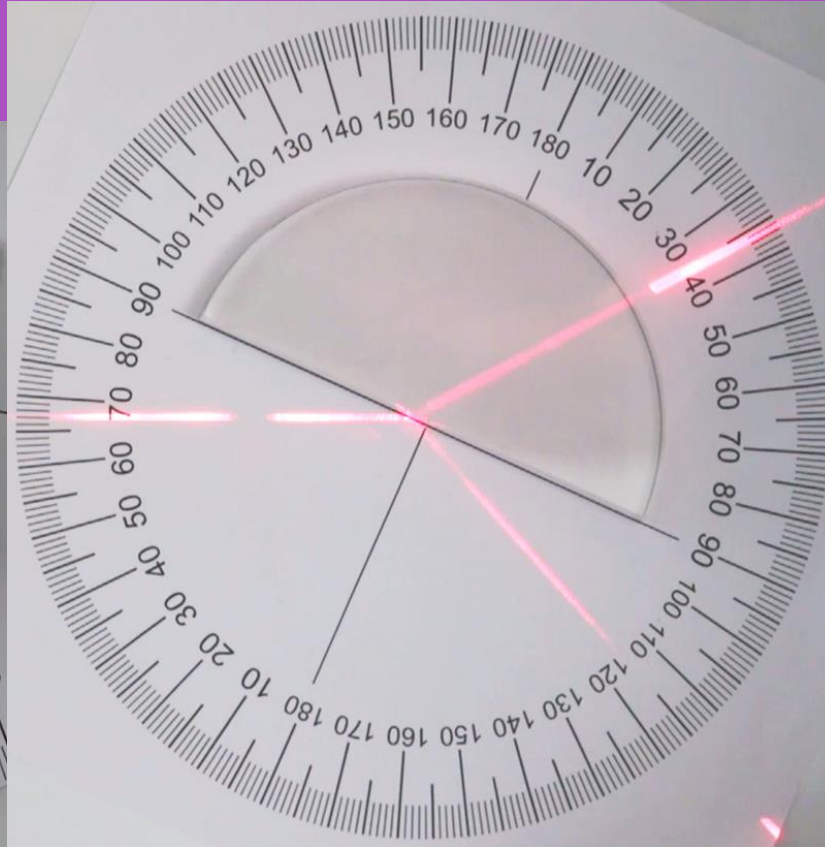
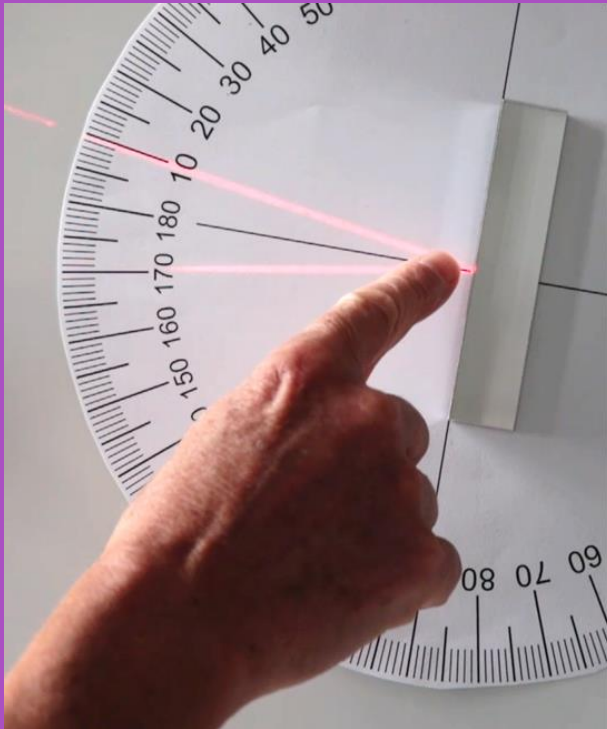
→ Lichtbrechung

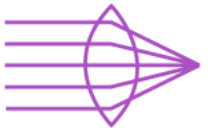


Fermat'sche Prinzip



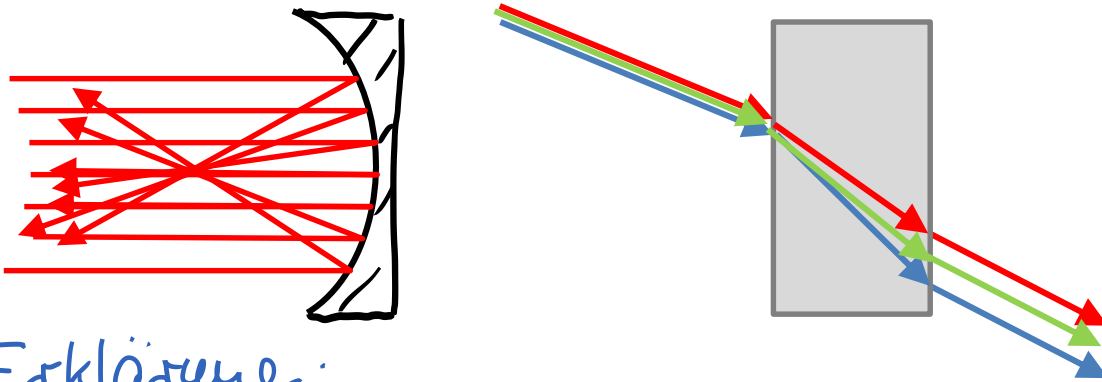
Woher weiß Licht, wie es läuft?





Ausbreitung von Licht:

Reflexion und Brechung:



• Erklärung:

- Huygen'sche Elementarwellen
- $c = \frac{c_0}{n}$ Dispersion $n(\lambda)$

↳ Snellius'sches Brechungsgesetz

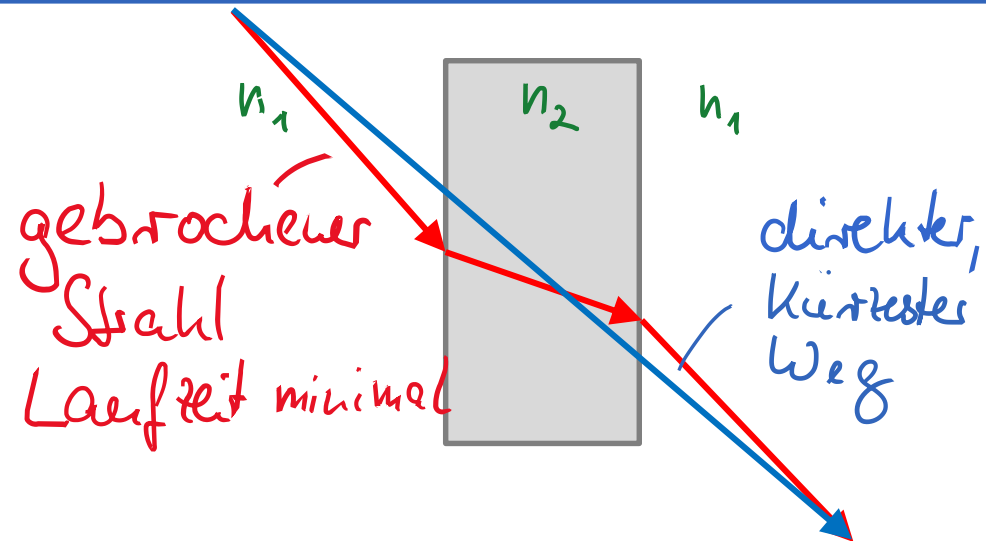
$$n_1 \cdot \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2$$



Alternative Beschreibung der Brechung

Das Fermat'sche Prinzip:

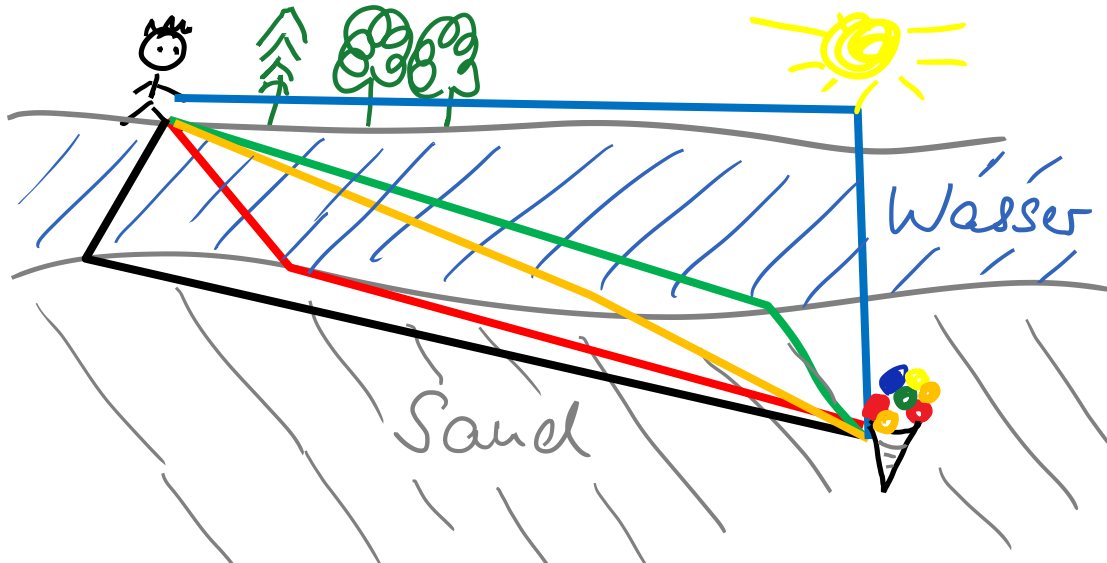
Der Weg eines Lichtstrahls ist so, daß die Laufzeit minimal ist.



$n = \frac{c_0}{c}$ bestimmt die Laufzeit



Beispiel: Wie komme ich am schnellsten zum Eis?



Kürzeste Zeit ist abhängig von der Geschwindigkeit im Wasser u. Sand



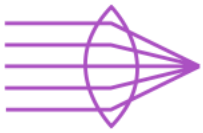
→ direkter, kürzester Weg ist nicht der schnellste

→ Weg im Wasser (kleine Geschw.) ist kurz

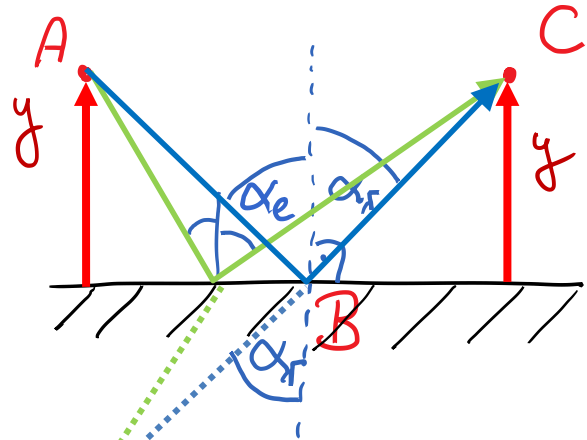
Extremalprinzip: Laufzeit T so, daß

- T minimal ist

- $\frac{dT}{dx} = 0$, wenn dx eine Änderung des Weges



a) Reflexion von Licht: ebener Spiegel



A & C: Höhe y
 n und c konstant

reflektierende
Fläche

A' Spiegelpunkt

↳ aus Geometrie ist ersichtlich:

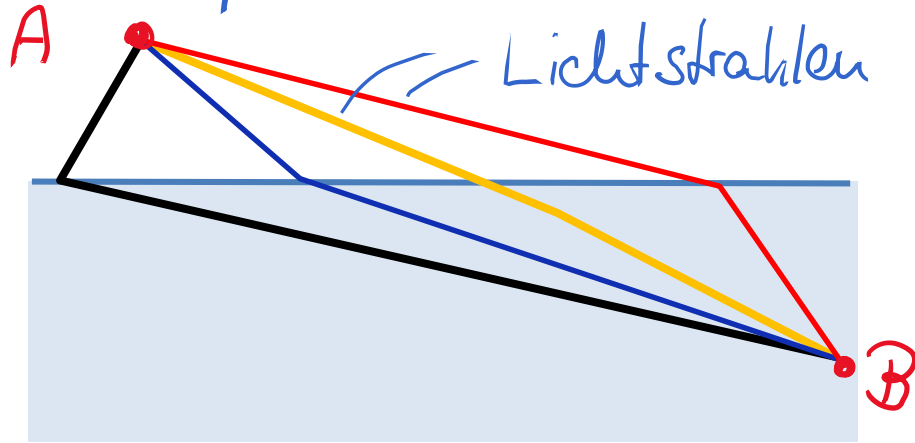
- $\alpha_r = \alpha_e$: Weg und Laufzeit minimal
- $\alpha_r \neq \alpha_e$: längerer Weg, längere Laufzeit





b) Brechung

- Schichten mit $c_1 = c_0/n_1$, $c_2 = c_0/n_2$
- Lichtquelle in A

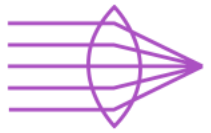


- welchen Weg nimmt das Licht?
 - nicht den geometrisch kürzesten, sondern den schnellsten
- in jedem Medium: gerader Lichtweg

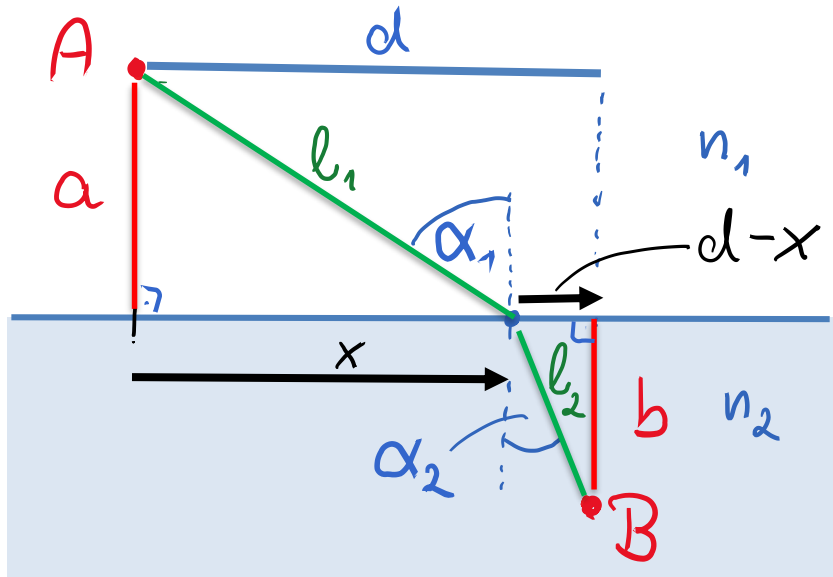


- Ansatz: Berechnung der Laufzeit abhängig vom Winkel, Minimumsuche!

↳ Snellius'sches Brechungsgesetz muß bestätigt werden



Berechnung der Laufzeit



- Lichtgeschw: $c_1 = \frac{c_0}{n_1}$, $c_2 = \frac{c_0}{n_2}$
- Laufweg: $L = l_1 + l_2$
- Laufzeit: $T = \frac{l_1}{c_1} + \frac{l_2}{c_2} = \frac{l_1}{c_0} \cdot n_1 + \frac{l_2}{c_0} \cdot n_2$
- Geometrie: $l_1^2 = a^2 + x^2$ $l_2^2 = b^2 + (d-x)^2$

$$\hookrightarrow T = \frac{n_1}{c_0} \sqrt{a^2 + x^2} + \frac{n_2}{c_0} \sqrt{b^2 + (d-x)^2}$$

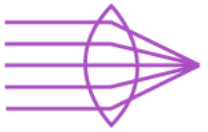
Fermat'sches Prinzip: T ist minimal,
also $\frac{dT}{dx} = 0$



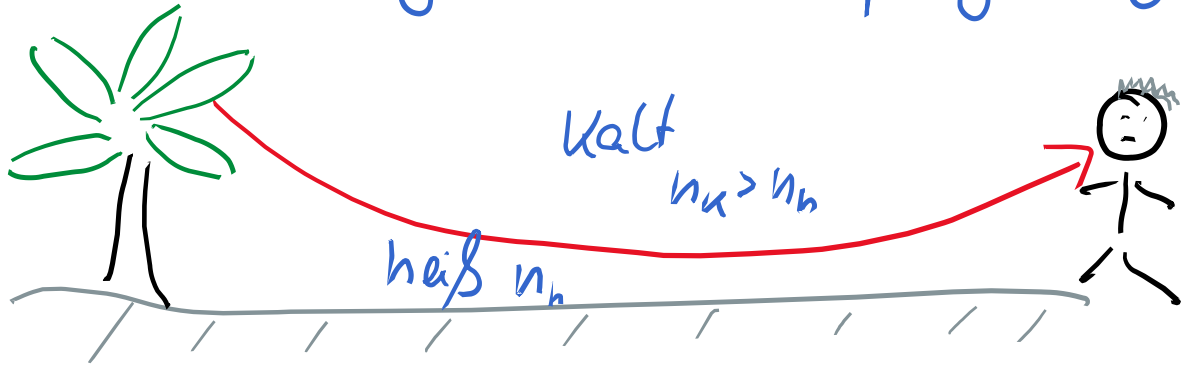
$$\begin{aligned} \frac{dT}{dx} &= \frac{n_1}{c_0} \frac{d}{dx} \sqrt{a^2 + x^2} + \frac{n_2}{c_0} \frac{d}{dx} \sqrt{b^2 + (d-x)^2} \\ &= \frac{n_1}{c_0} \cdot \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} + \frac{n_2}{c_0} \cdot \frac{-(d-x)}{\sqrt{b^2 + (d-x)^2}} \\ &= \frac{n_1}{c_0} \cdot \frac{x}{l_1} - \frac{n_2}{c_0} \cdot \frac{d-x}{l_2} \\ &= \frac{n_1}{c_0} \cdot \sin \alpha_1 - \frac{n_2}{c_0} (\sin \alpha_2) = 0 \end{aligned}$$

$$\hookrightarrow \boxed{n_1 \cdot \sin \alpha_1 = n_2 \cdot \sin \alpha_2}$$

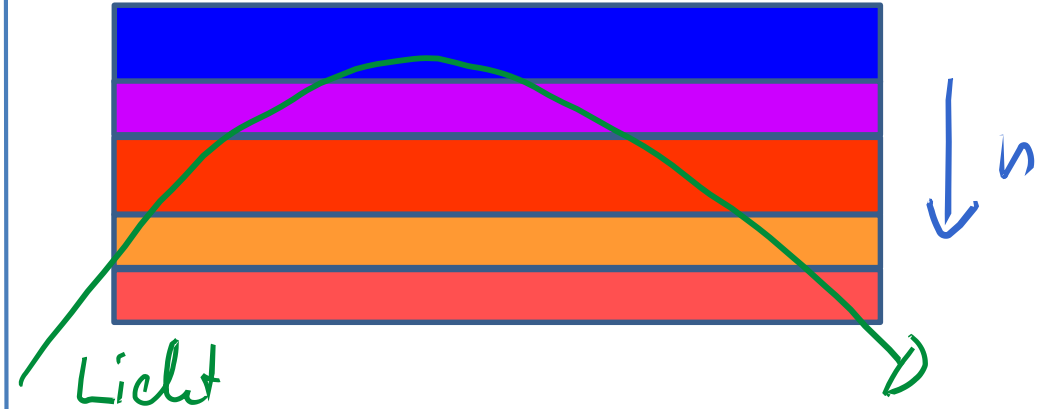
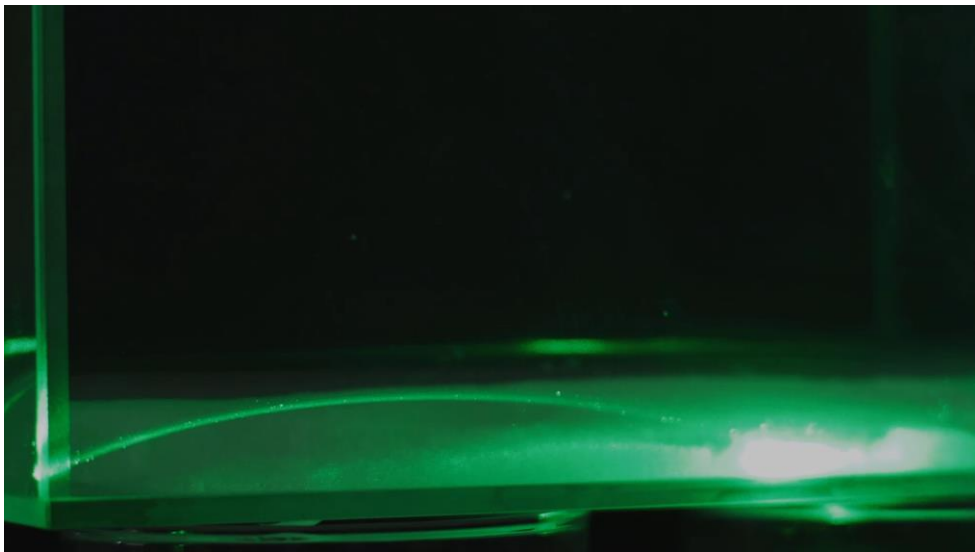
- Snellius'sche Brechungsgesetz
- Übereinstimmung mit Herleitung nach Huygens.



• Fata Morgana - Luftspiegelung



• Laser in Zuckerlösung
Gradient von n



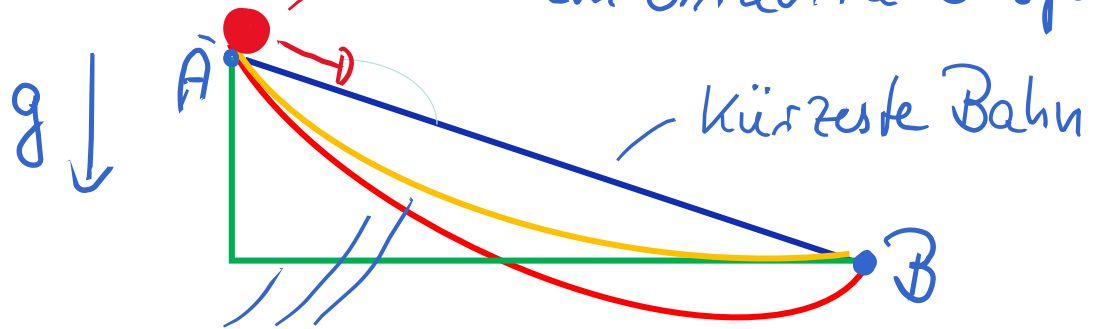
L) Laufzeit T minimal



Extremalprinzip

- Optik: Fermat'sches Prinzip
Laufzeit T minimal

- Mechanik: Rollende Kugel
im Gravitationsfeld



Bahnen: Welche ist die schnellste?

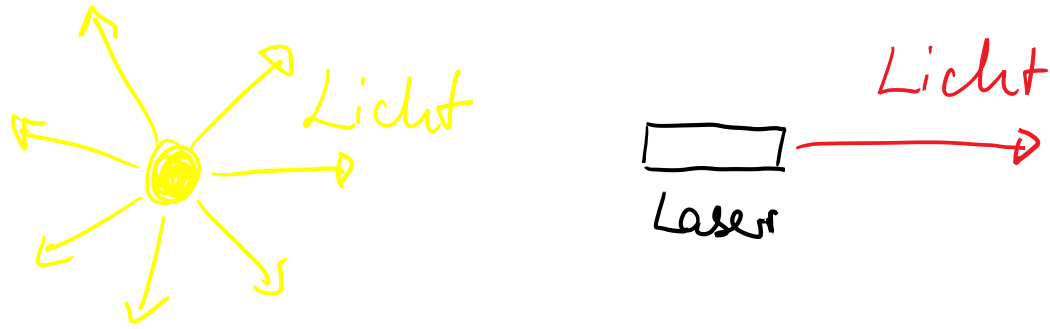
↳ Brachistochrone

Physik: Einführung in die Optik

Prof. Dr. Matthias Kohl

3. Ausbreitung von Licht:
Reflexion und Brechung

Ausbreitung von Licht:



- Warum läuft Licht gerade?
(warum Schall nicht?)
... wann ändert es die Richtung?
- Wie schnell ist es?
- Ist es für alle Farben (λ, ν) gleich schnell?
- Warum und wie wird es reflektiert?

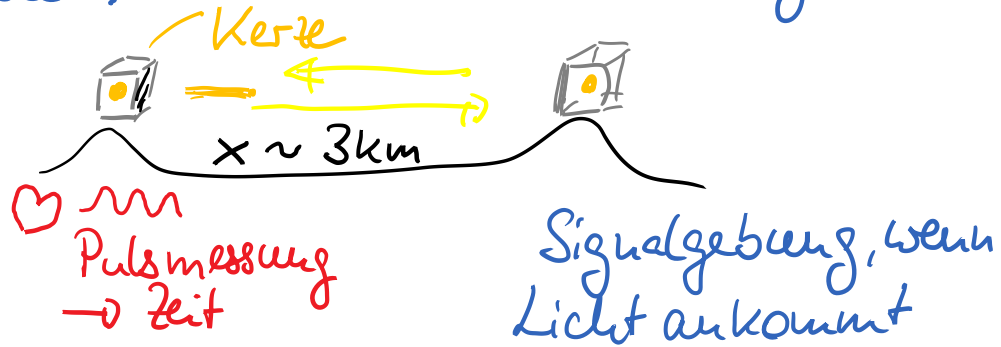
Ausbreitung von Licht:

- René Descartes: Licht ist unendlich schnell

Messung der Lichtgeschwindigkeit:

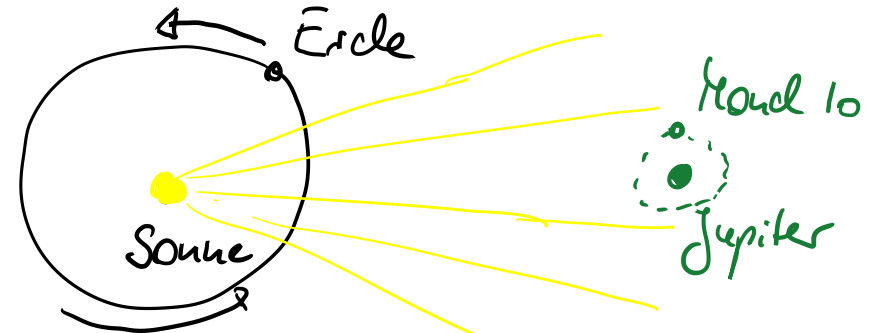
$$c_0 \approx 300000 \text{ km/s} = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- Galileo: erster Versuch zur Messung schickte



- Zeitmessung ungenau
- Licht zu schnell

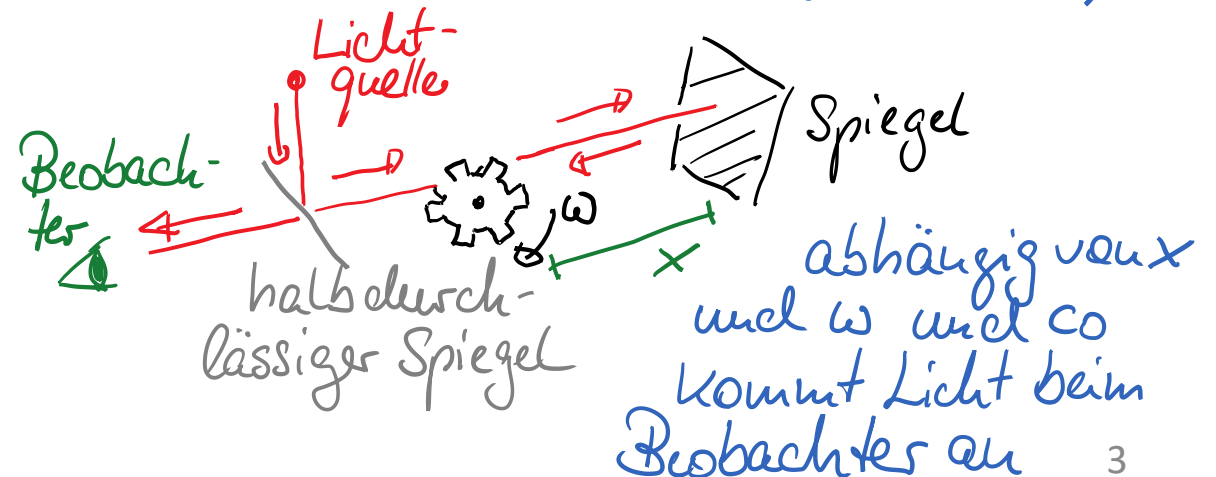
- Messung der Umlaufzeiten eines Jupitermondes durch D. Römer (1675)



abhängig von Erdposition...

$$\rightarrow c_0(\text{Römer}) \approx 220000 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

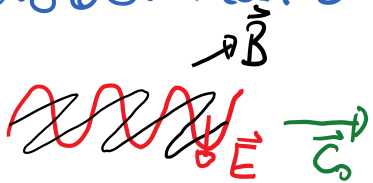
- Zahnradmethode nach Fizeau (1849):



Was ist Licht „eigentlich“?

- 1. Deutung: Welle / Wellentheorie
nach Ch. Huygens und R. Hook
1801 (Th. Young)

Interferenz als Wellenphänomen
ca. 1810 (Fresnel): Beugung und Interferenz
1860: Maxwell: Theorie der elektromag.
Wellen



- 2. Deutung: Teilchen
1. Newton / Korpuskulartheorie

Planck (1900): Wärmestrahlung

Einstein (1905): Photoelektrischer Effekt

→ Licht: Teilchen mit Energie $E = h \cdot \nu$

h = Planck'sche Konstante = $6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$



Lichtgeschw., Brechungsindex und Dispersion:

- heute: Lichtgeschwindigkeit ist definiert
 $c_0 = 2,99792458 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ im Vakuum
daraus wird die Längeneinheit 1m
abgeleitet bei bekannter Zeiteinheit

c_0 : maximale Geschwindigkeit

→ Relativitätstheorie
im Vakuum!

es existiert keine höhere Geschw., mit
der Materie oder Information bewegt
werden kann

- in Materie: die Ausbreitungsgeschw. c
von Licht ist niedriger als im Vakuum

$$c = \frac{c_0}{n} \quad \text{oder} \quad n = \frac{c_0}{c}$$

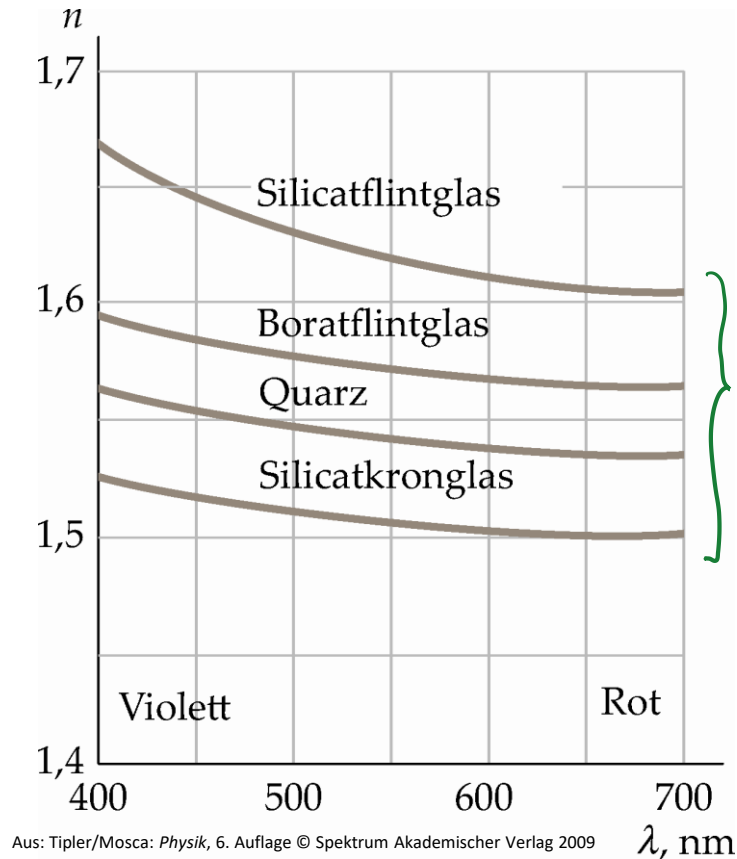
↑ Lichtge-
schwindigkeit

↑ Brechungs-
index

- der Brechungsindex $n = \frac{c_0}{c}$ ist material-
abhängig!

Stoff	n ($\lambda = 589 \text{ nm}$)
Diamant	2,4
Glas	1,5 - 1,6
Öle	1,4 - 1,5
Ethanol	1,36
Wasser	1,33
Luft	1,0003

Dispersion: n ist abhängig von der Wellenlänge



verschiedene
Glassorten

• in VIS: n nimmt mit λ ab!

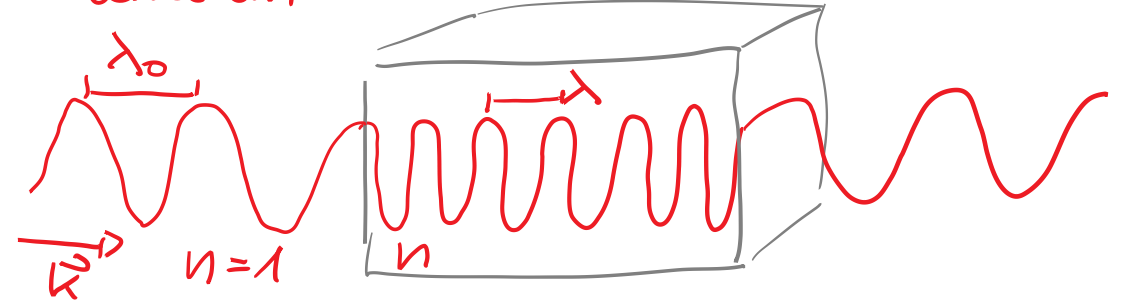
• $c = \lambda / T = \lambda \cdot \nu = \frac{\omega}{k}$ ($\omega = 2\pi / T = 2\pi \cdot \nu$
 $k = 2\pi / \lambda$)

$c = \frac{c_0}{n}$ $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$ mit $\lambda_0 \equiv$ Wellenlänge im Vakuum

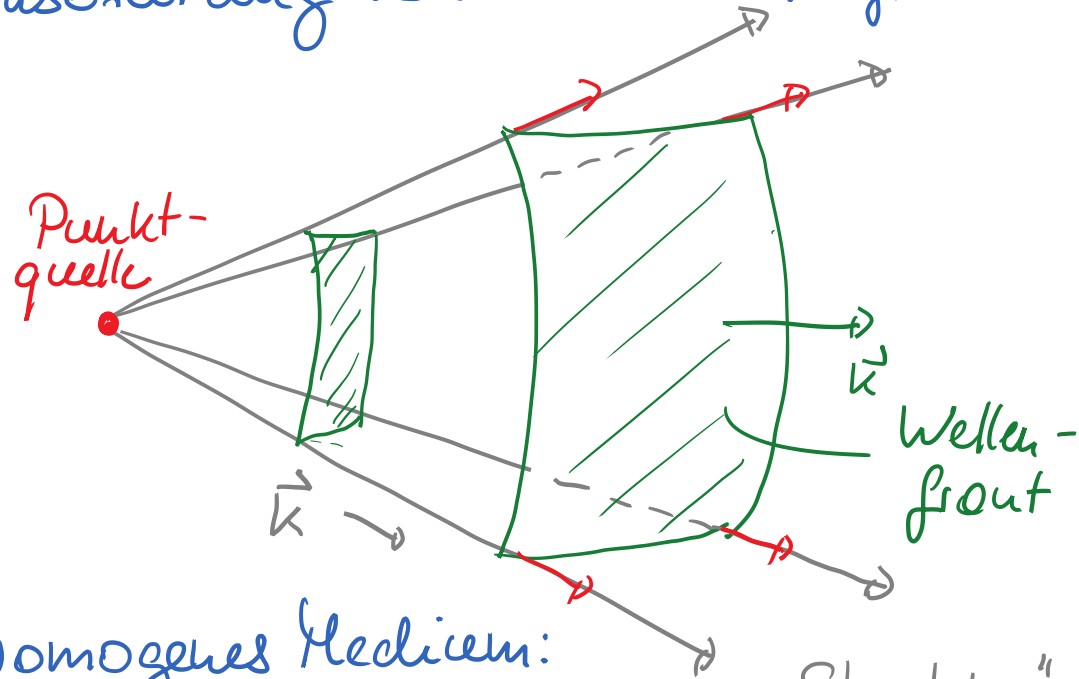
ν ändert sich nicht!

↳ die Wellenlänge ändert sich mit dem Brechungsindex, die Frequenz nicht!

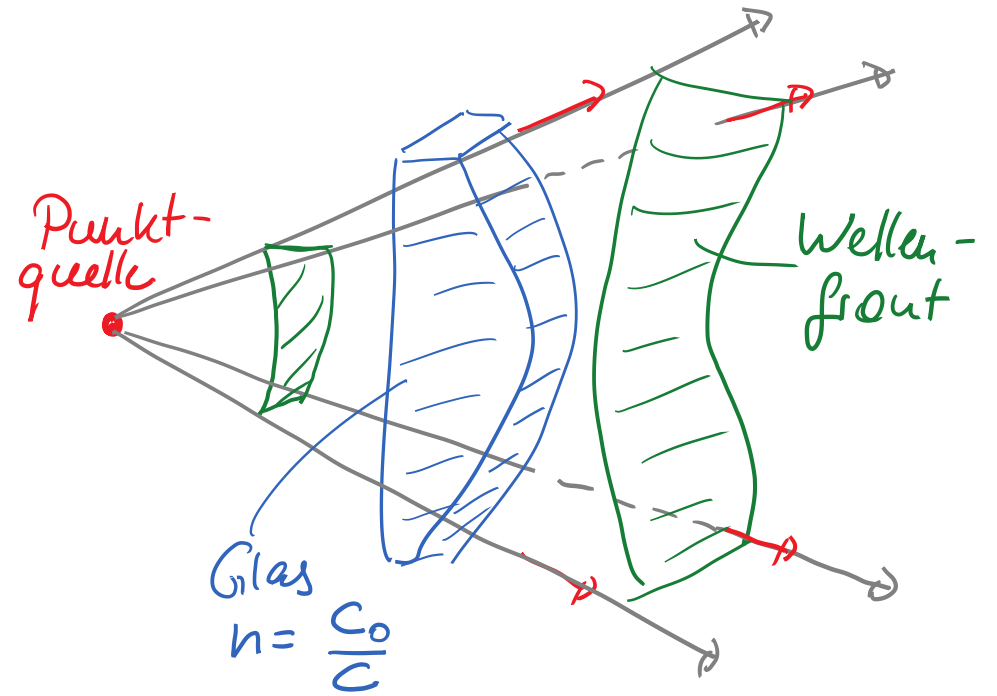
Vakuum



Ausbreitung von Licht: Wellenfront



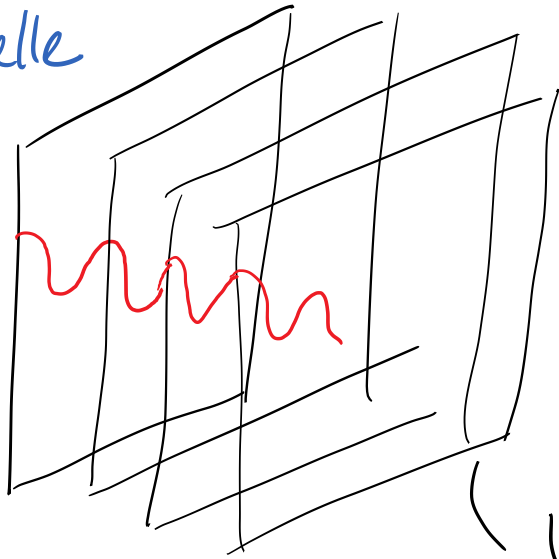
homogenes Medium:
 c ist überall gleich
→ Wellenfront bewegt sich mit c



- Strahl im Medium: Laufzeit verzögert → Wellenfront ist verformt

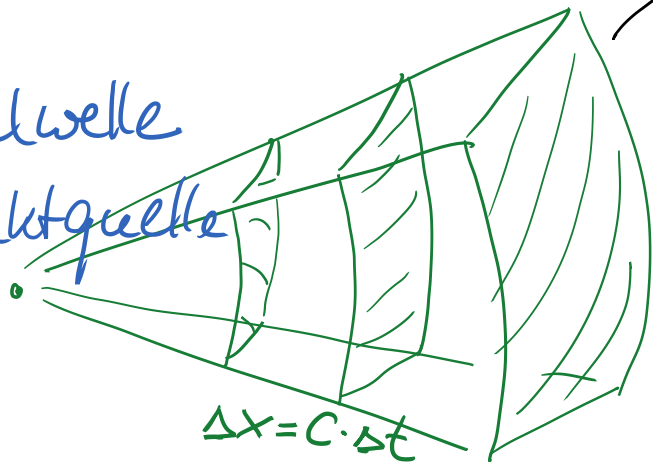
Ausbreitung von Licht: Huygens'sche Prinzip und Elementarwellen

Ebene Welle



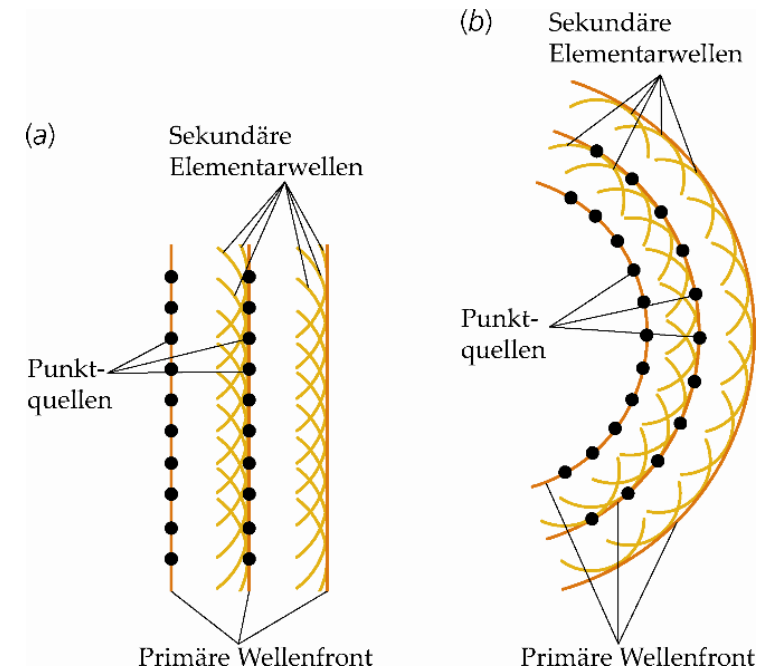
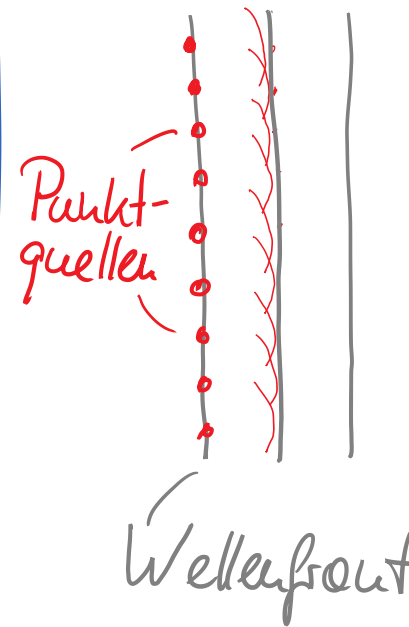
Wellenfront

Kugelwelle
Punktquelle



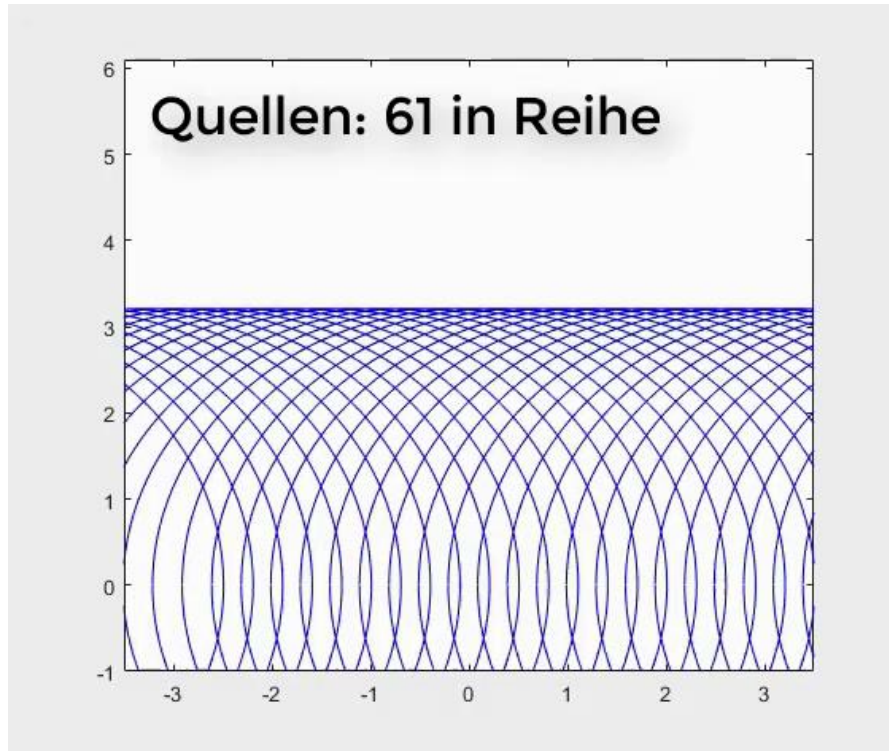
$$\Delta x = c \cdot \Delta t$$

Huygens'sche Prinzip: Jeder Punkt einer Wellenfront ist Ausgangspunkt einer neuen kugelförmigen Elementarwelle mit gleicher Frequenz und Wellenlänge



Aus: Tipler/Mosca: Physik, 6. Auflage © Spektrum Akademischer Verlag 2009

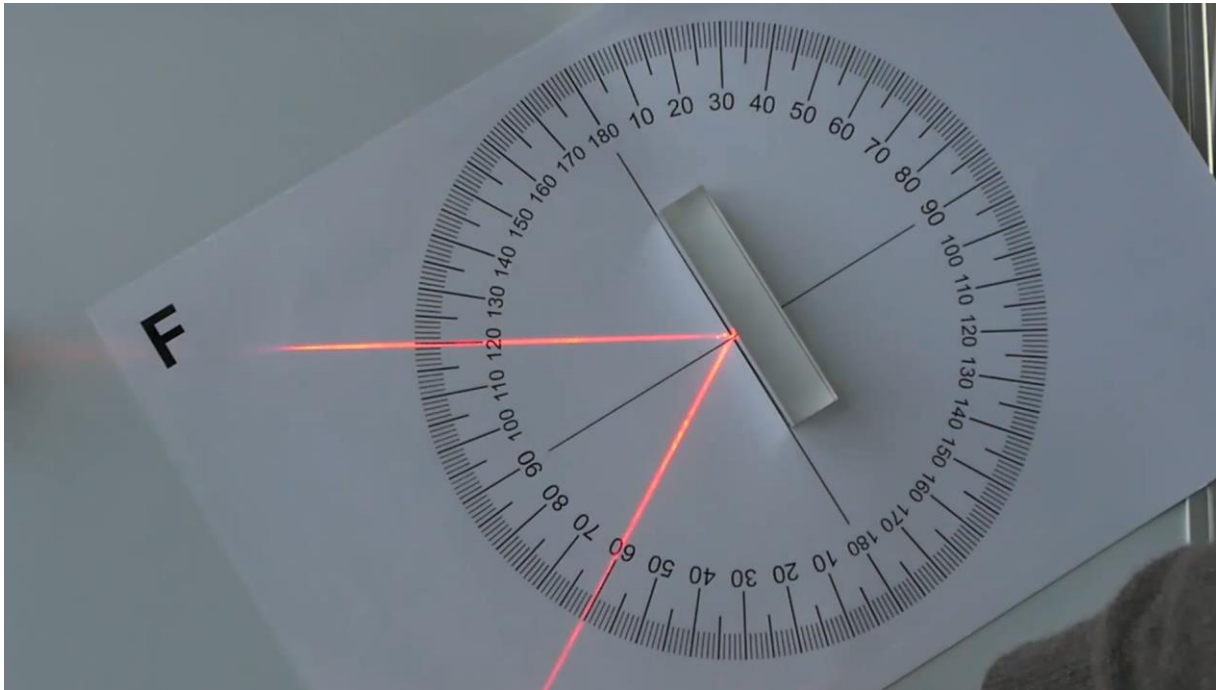
Huygens'sche Elementarwellen: Simulation für ebene Welle



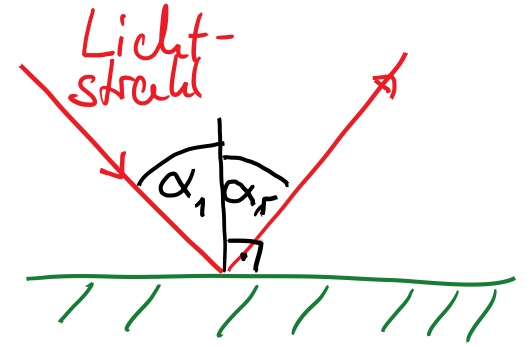
- unendlich viele Quellen für Elementarwellen
- Wellenfront tangential

a) Reflexion:

- Lichtstrahl trifft ebene, reflektierende Fläche: Spiegel



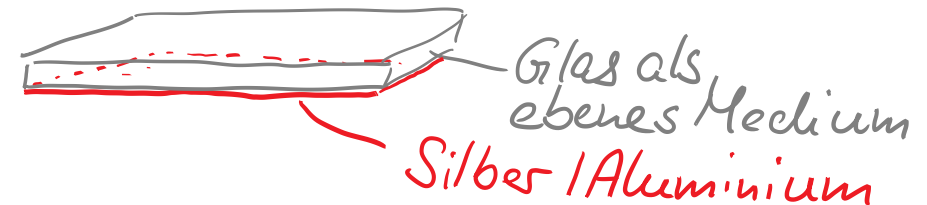
Beobachtung:
Reflexionswinkel
= Einfallswinkel
 $\alpha_r = \alpha_i$

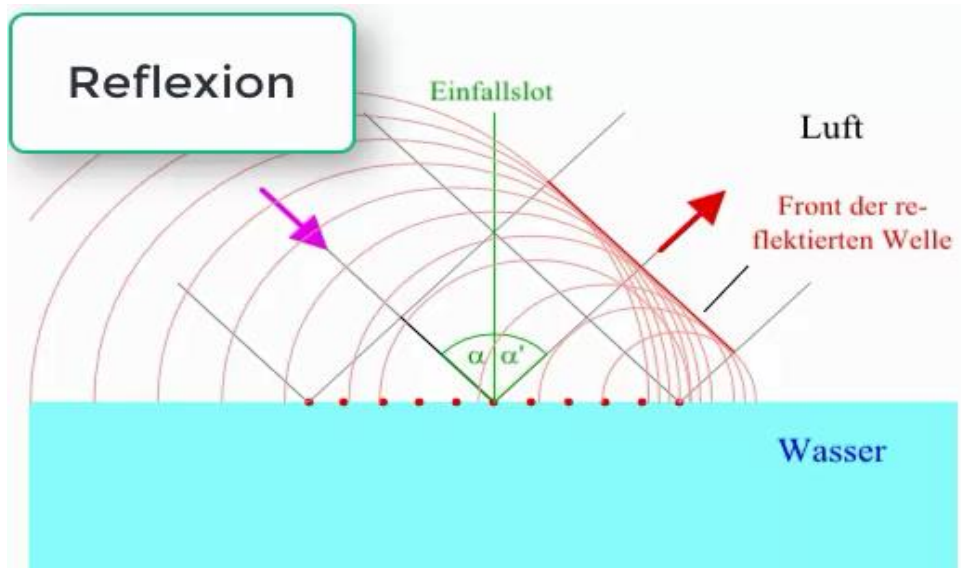


Anmerkung: Winkel werden bezogen auf die Senkrechte zur Ebene

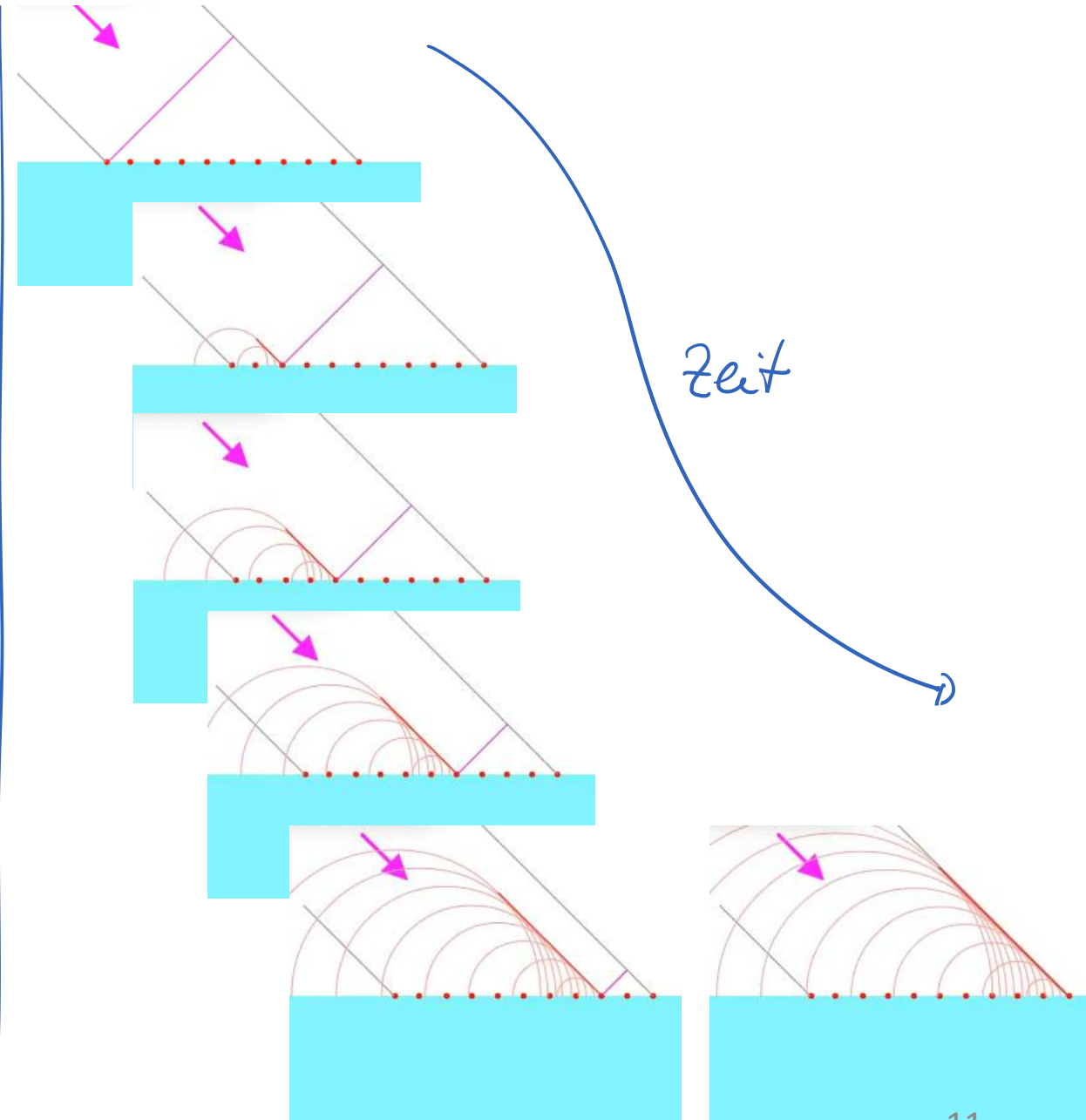
- reflektierende Medien: Metalle, die freie Elektronen haben → elektr. Leitung
→ Wärmeleitung

• Spiegel:



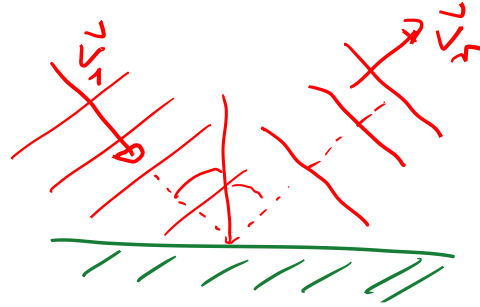


<https://www.leifiphysik.de/optik/wellenmodell-des-lichts/ausblick>

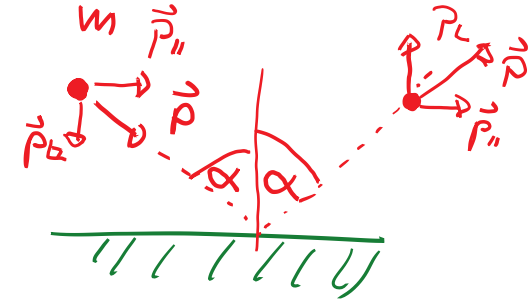


Vergleich:

- ebene Wasserwelle
.... gleiches Verhalten



- Mechanik: elastischer Stoß von Ball mit Wand:



Impulserhaltung

↳ $p_{||}$ parallel zur Wand
bleibt gleich

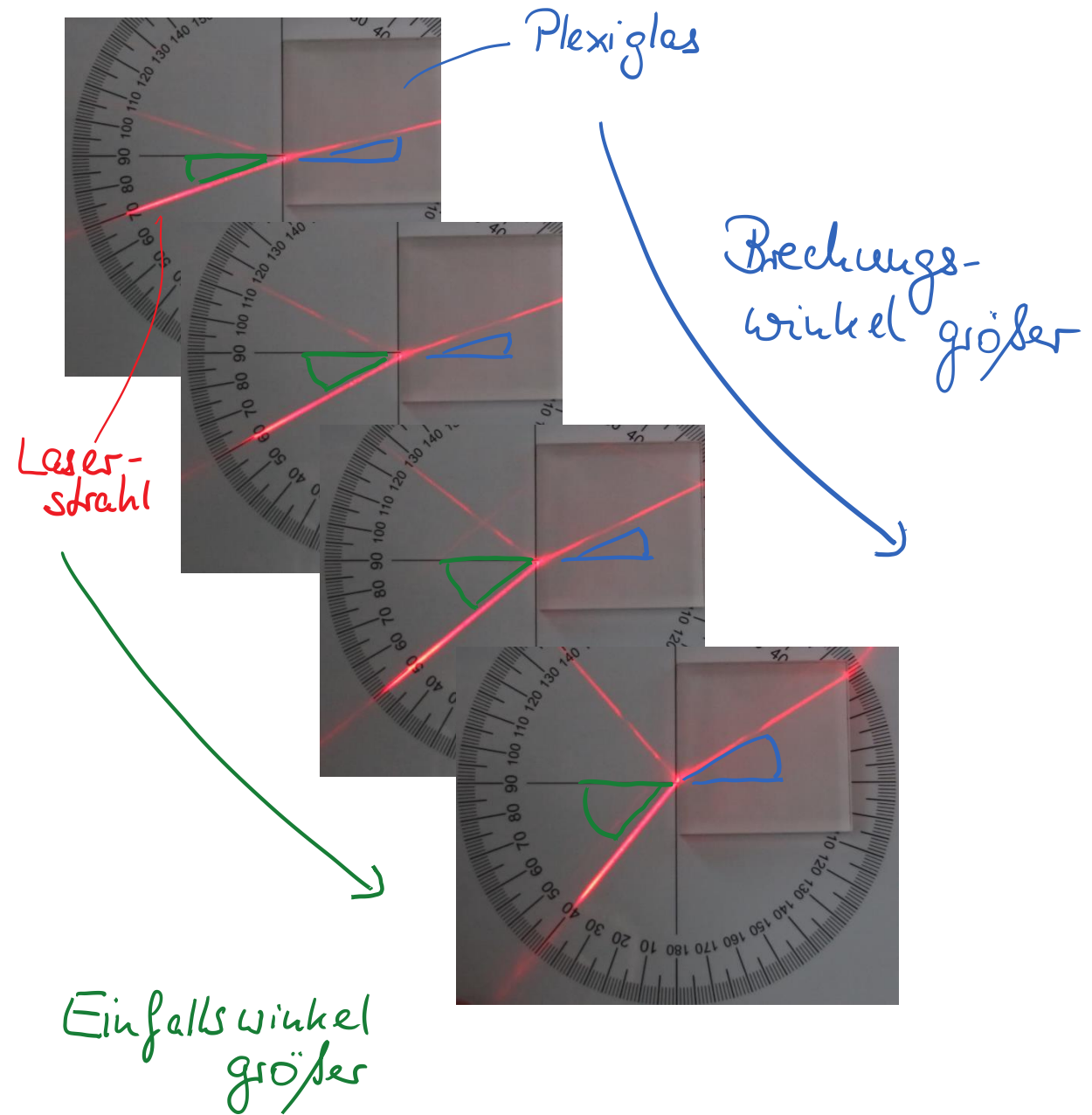
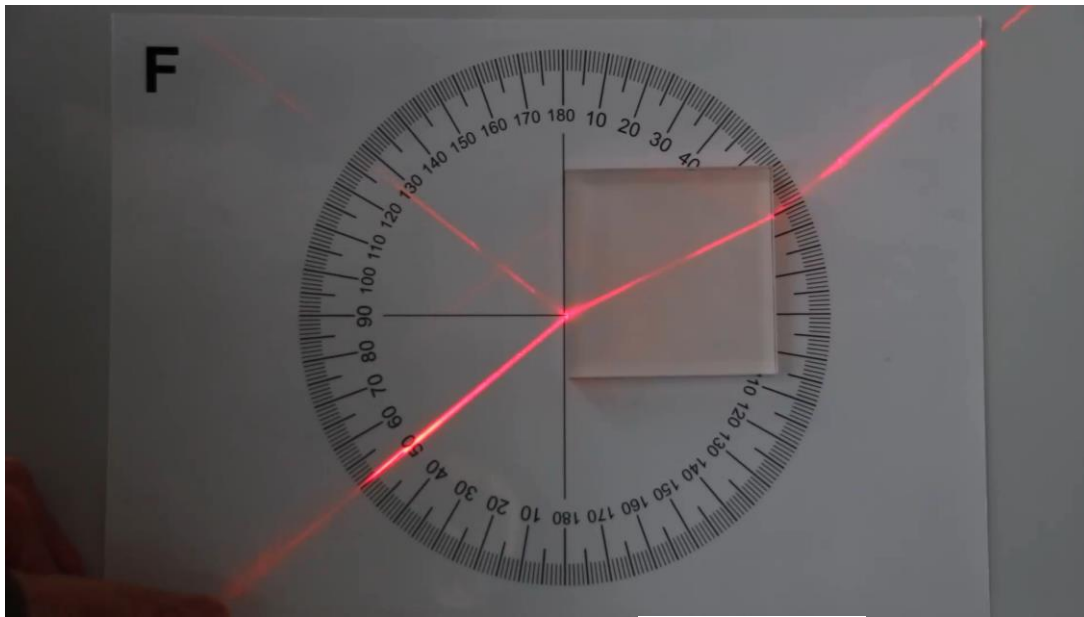
$p_{\perp}$ senkrecht zur Wand
erfährt Richtungsänderung

→ Einfallswinkel = Ausfallwinkel

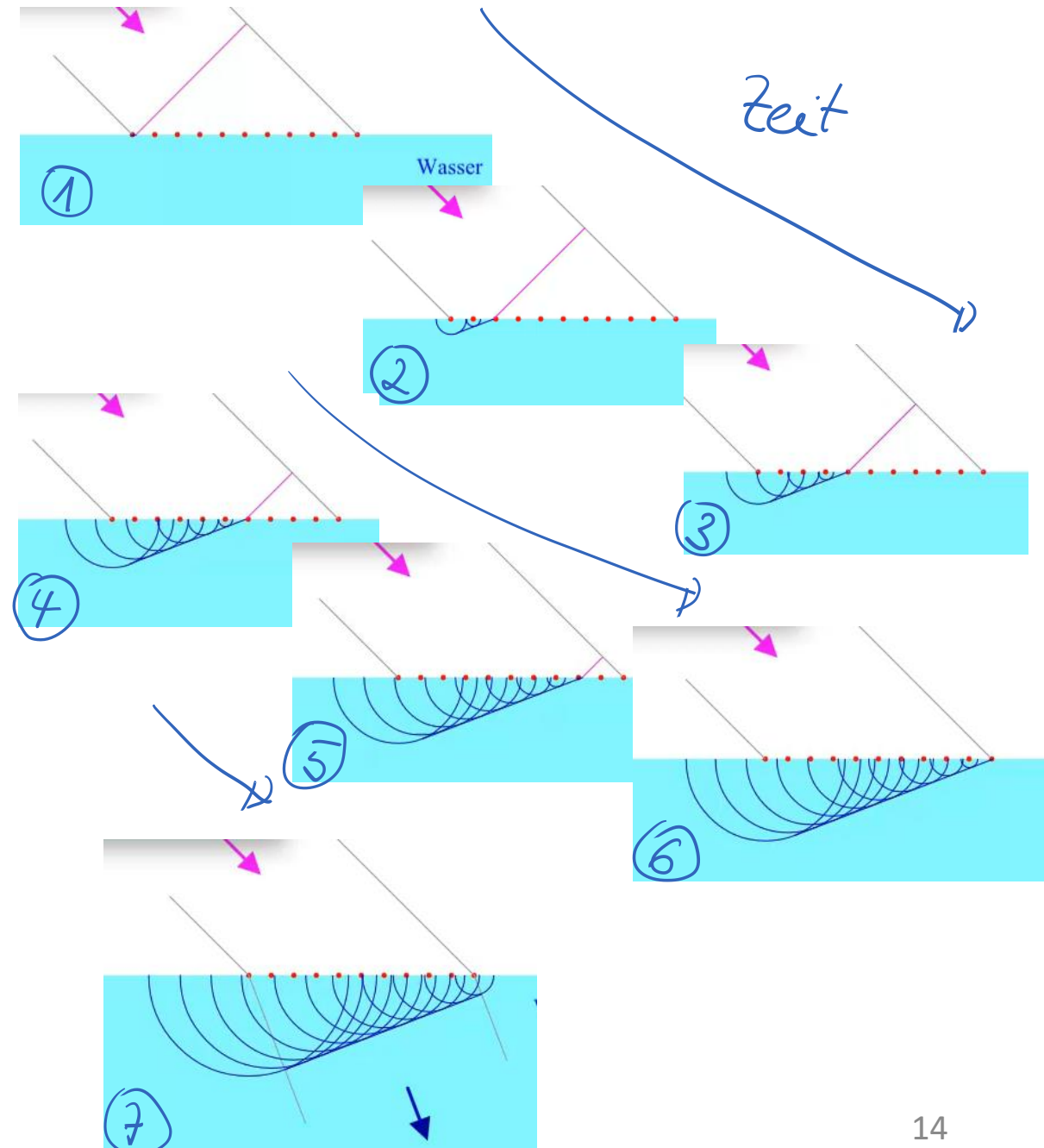
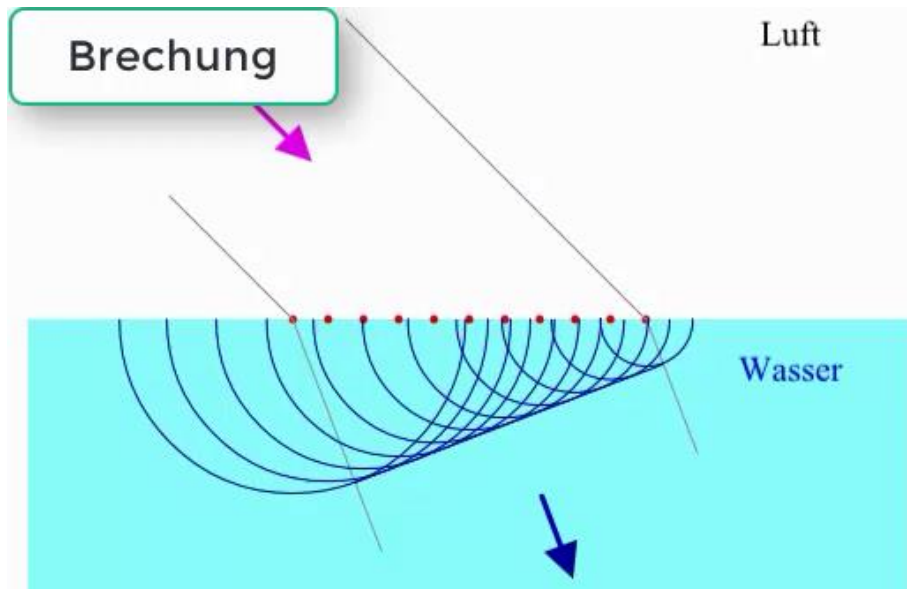
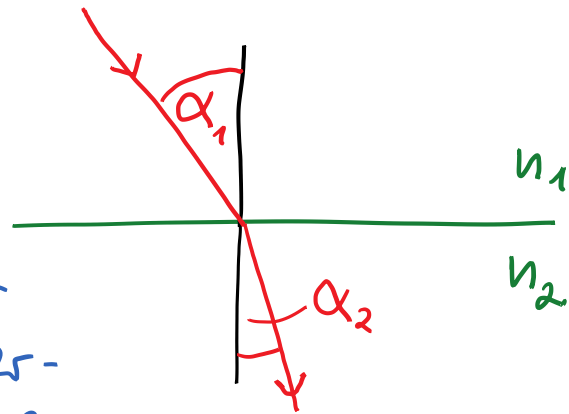
5) Brechung

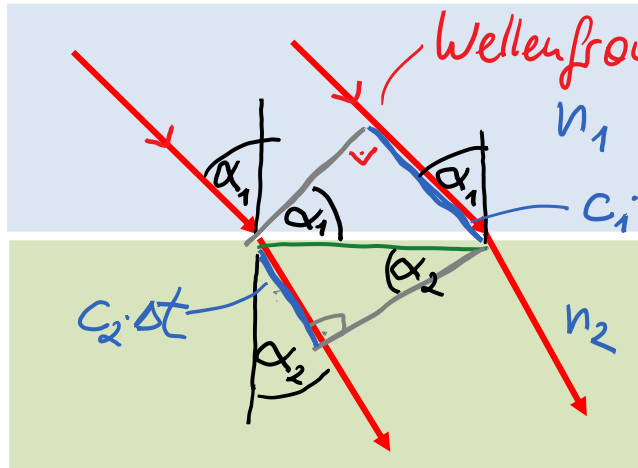
- Lichtstrahl trifft auf Grenzfläche zwischen Medien mit unterschiedlichen Brechungsindex

Beobachtung: die Strahlrichtung ändert sich



Erklärung: die Ausbreitungsgeschwindigkeit bestimmt die Überlagerung der Huygen'schen Elementarwellen.





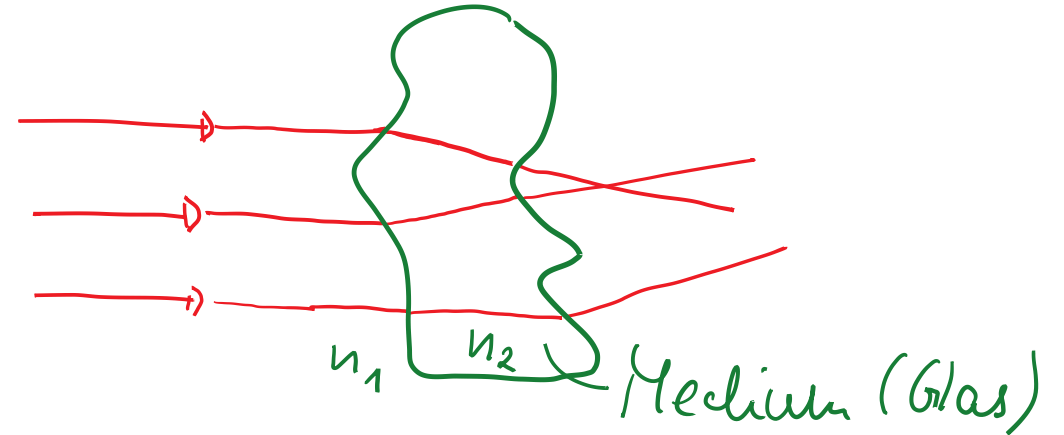
$$\sin \alpha_1 = \frac{c_1 \cdot \Delta t}{d}$$

$$\sin \alpha_2 = \frac{c_2 \cdot \Delta t}{d}$$

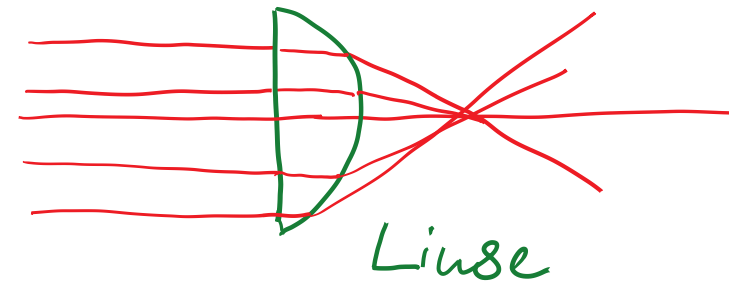
$$\frac{\sin \alpha_1}{c_1} = \frac{\sin \alpha_2}{c_2}$$

↳ $n_1 \cdot \sin \alpha_1 = n_2 \cdot \sin \alpha_2$ Snellius'sches Brechungsgesetz

- Relation zwischen Brechungsindices und Winkeln
- Änderung der Ausbreitungsgeschwindigkeit $\rightarrow$ Winkeländerung



- n_1 & n_2 und Einfallswinkel bestimmen Brechungswinkel
- Oberflächenform entscheidend $\checkmark$

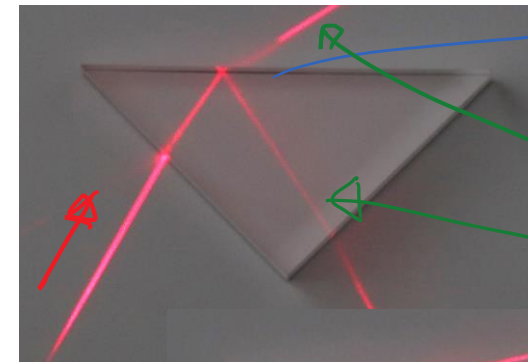
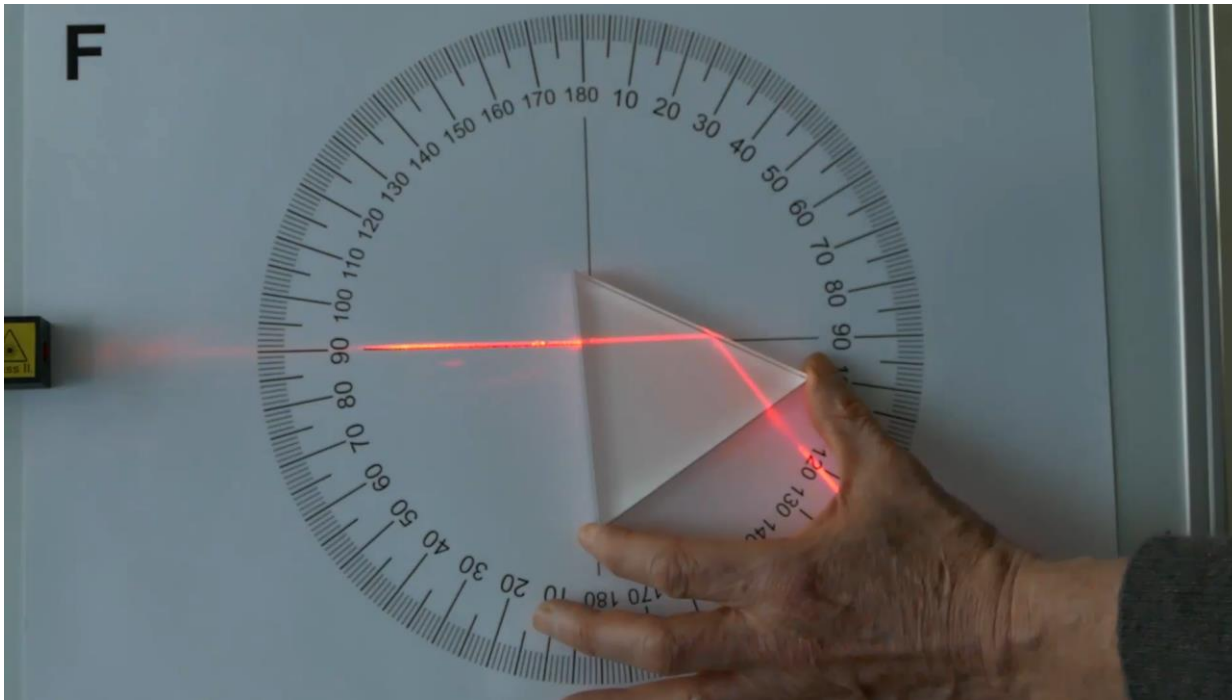


Beispiel: Brechung Luft-Wasser



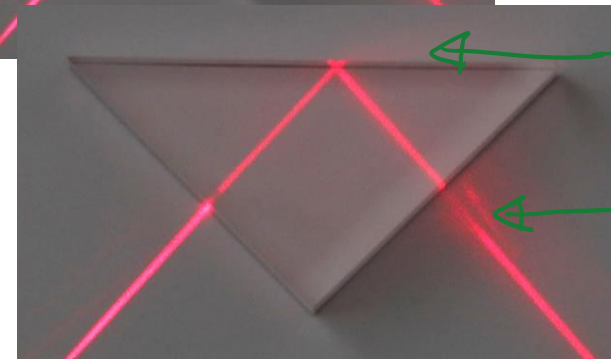
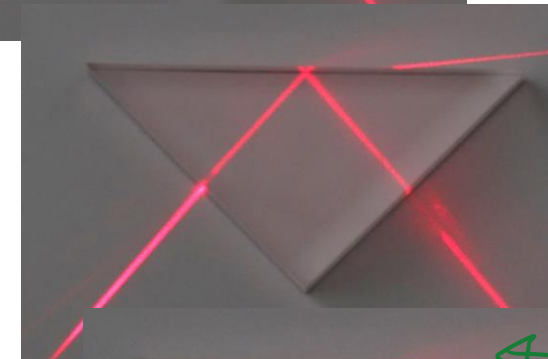
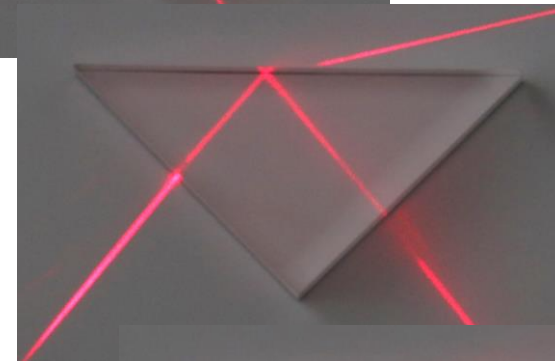
c) Totalreflexion

Beobachtung: beim Übergang zwischen zwei Medien kann statt Brechung vollständige Reflexion auftreten.



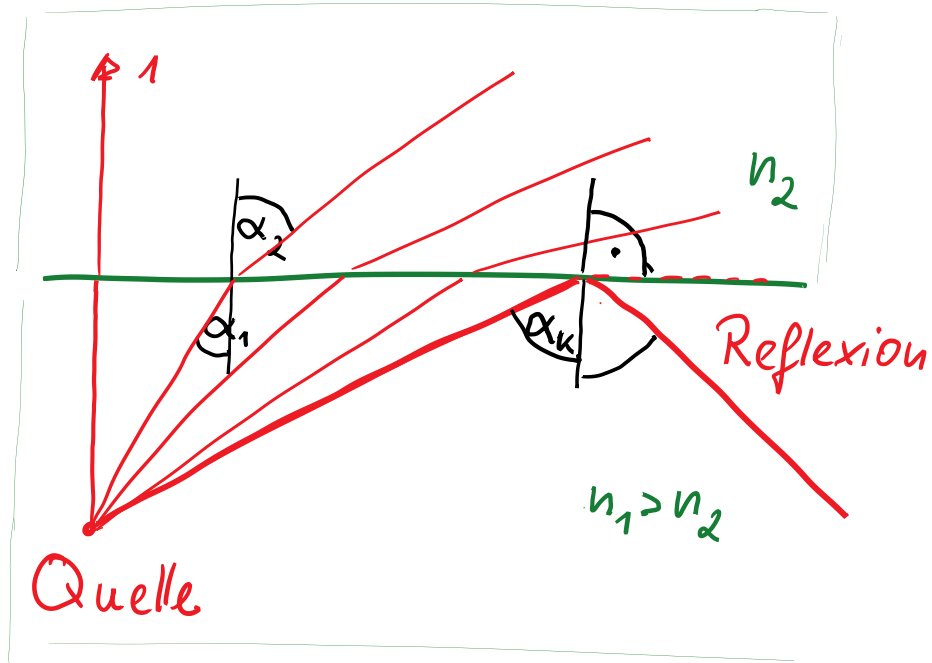
Grenzschicht
von Glas zu Luft

transmittierter
Strahl / Brechung
reflektierter Strahl



Trans-
mission = 0

Total-
reflexion



• Snellius'sches Gesetz: $n_1 \cdot \sin \alpha_1 = n_2 \cdot \sin \alpha_2$

• Wenn $n_1 > n_2 \rightarrow \alpha_2 > \alpha_1$

↳ es gibt einen kritischen Winkel α_k ,
für den $\alpha_2 = 90^\circ$

$$n_1 \cdot \sin \alpha_k = n_2 \cdot \sin 90^\circ = n_2$$

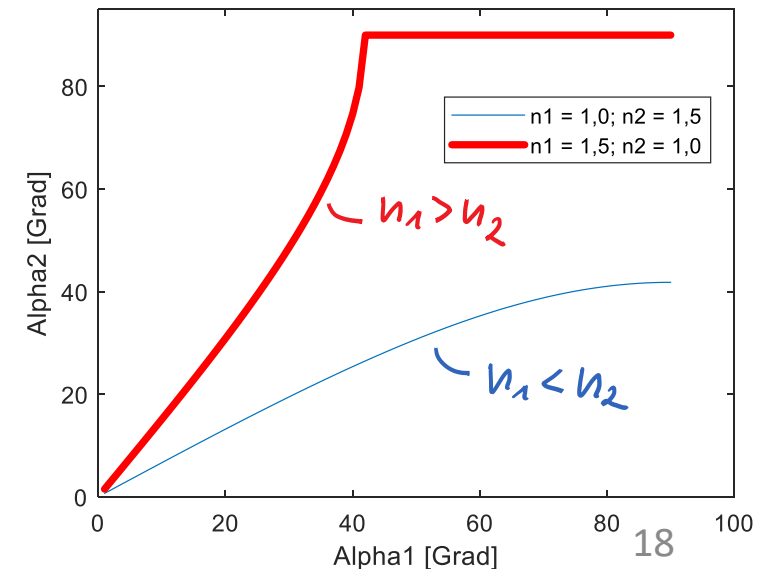
$$\sin \alpha_k = \frac{n_2}{n_1}$$

• für alle Winkel $\alpha > \alpha_k = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$
tritt Totalreflexion auf

Beispiel: $n_1 = 1,5$ (Glas), $n_2 = 1$ (Luft)
 $\alpha_k = \arcsin\left(\frac{1}{1,5}\right) = 41,8^\circ$

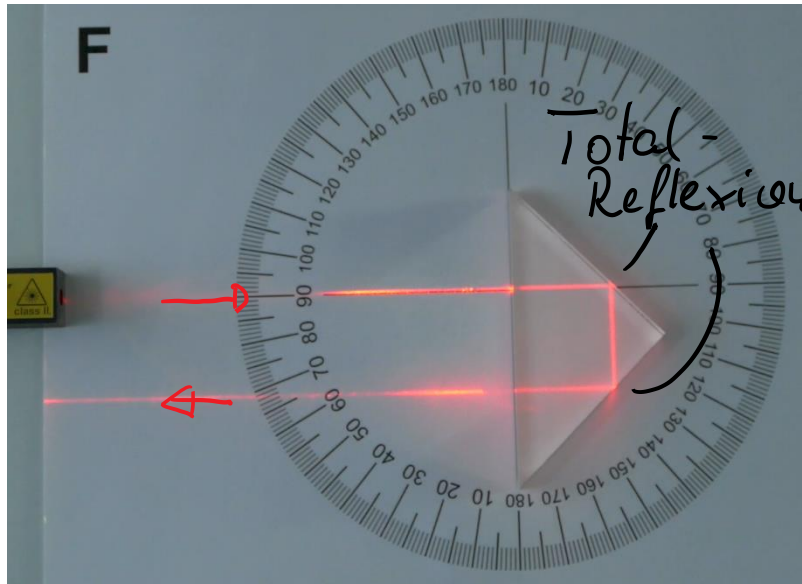
Anwendung: Bestimmung von n durch
Winkelmessung

$$n_1 \cdot \sin \alpha_1 = n_2 \cdot \sin \alpha_2$$

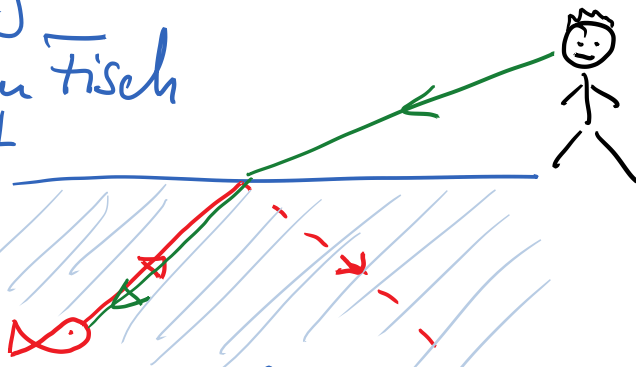


Anwendungen / Beispiele

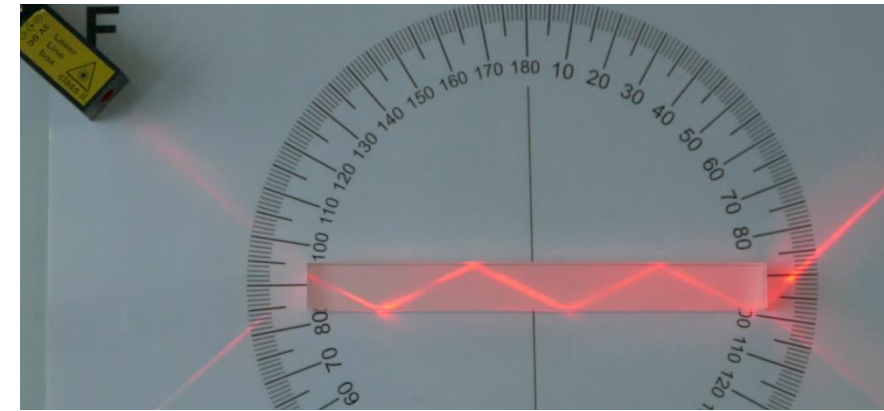
- Umkehr-
prisma,
ohne Spiegel



- Fisch und Angler
Lichtstrahlen vom Fisch
werden reflektiert
→ der Angler sieht
den Fisch nicht;
der Fisch aber kann den Angler sehen

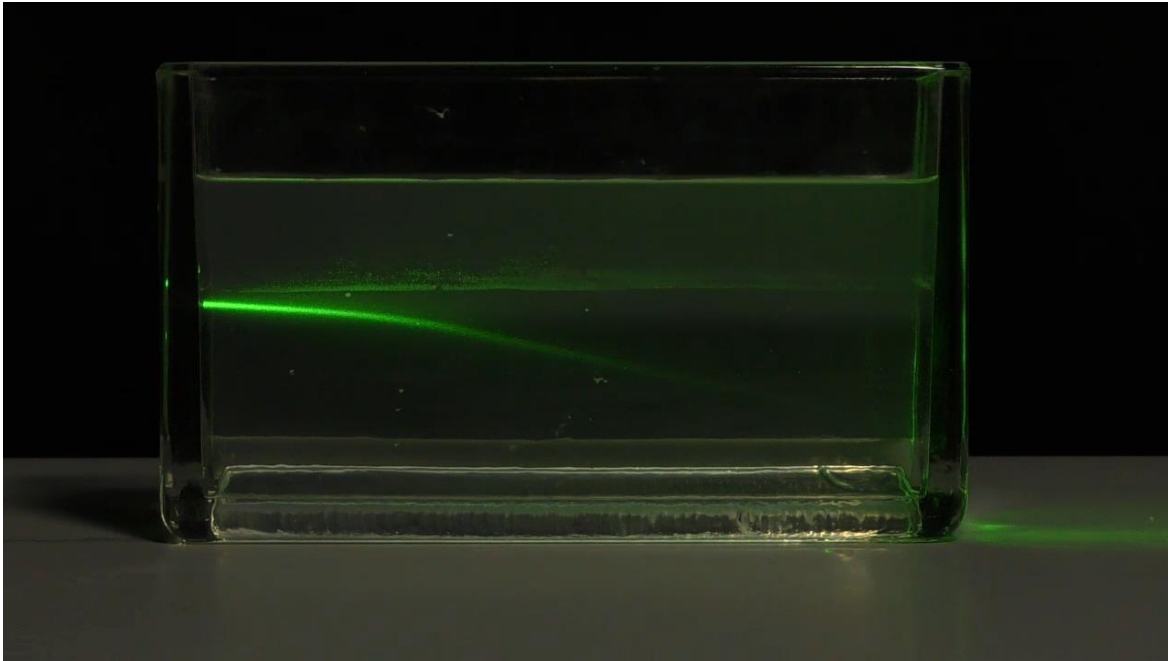


- Lichtwellenleiter

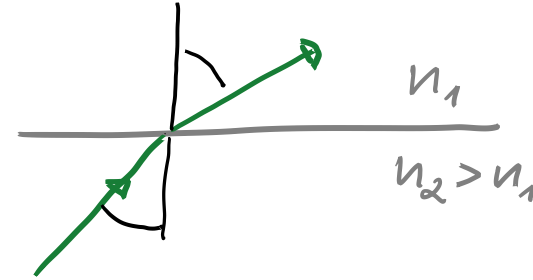


Glas- oder Kunststoff, außen Luft
Totalreflexion → Lichtstrahlen
werden vielfach an der Grenzfläche
reflektiert

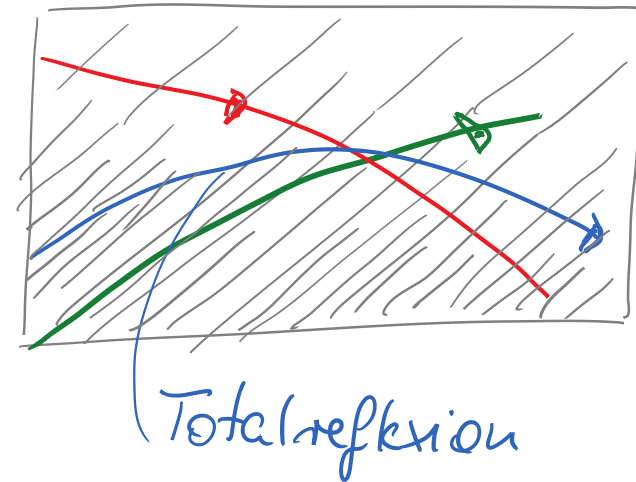
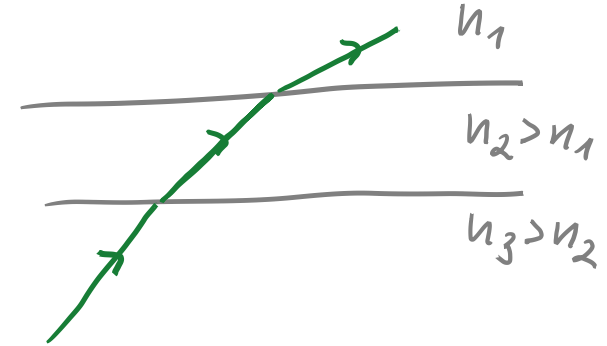
Beispiel Brechung: gebogener Lichtstrahl
• Zuckerlösung



2 Schichten



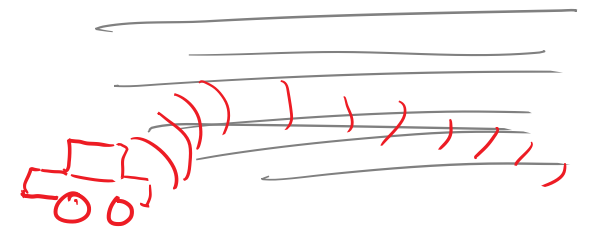
3 Schichten



↑ Zunahme
von n
(Zuckerkonzentration)

↳ Analogie Schall:
Inversionswetter
= kalte Luft am
Boden

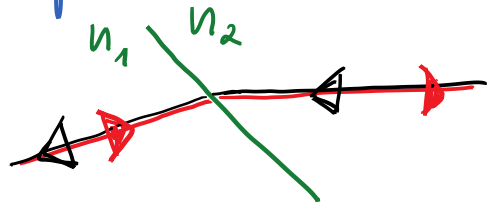
→ Schall wird reflektiert



d) Umkehrbarkeit des Lichtweges



Beobachtung: Lichtweg durch Brechung und Reflexion ist umkehrbar



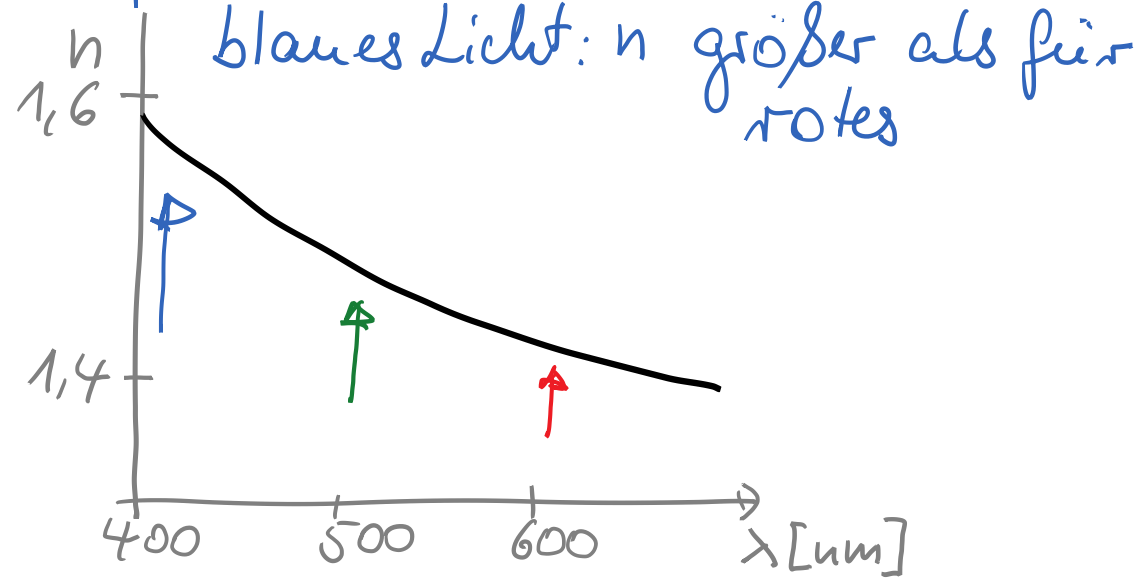
Prisma

"negatives" Prisma

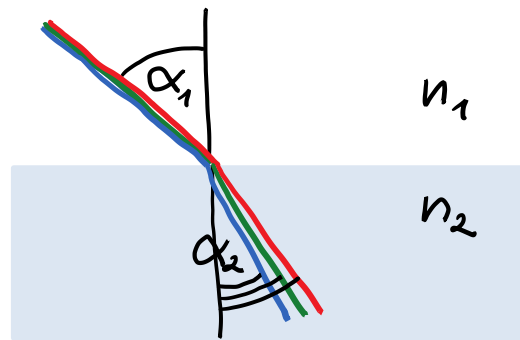
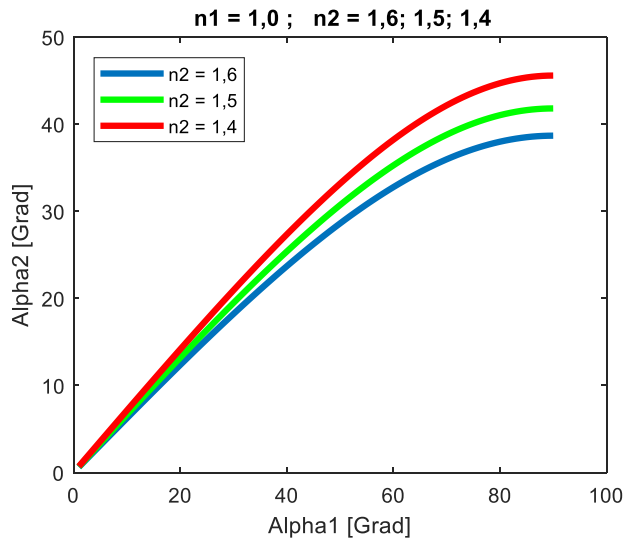
Prisma & "negatives" Prisma



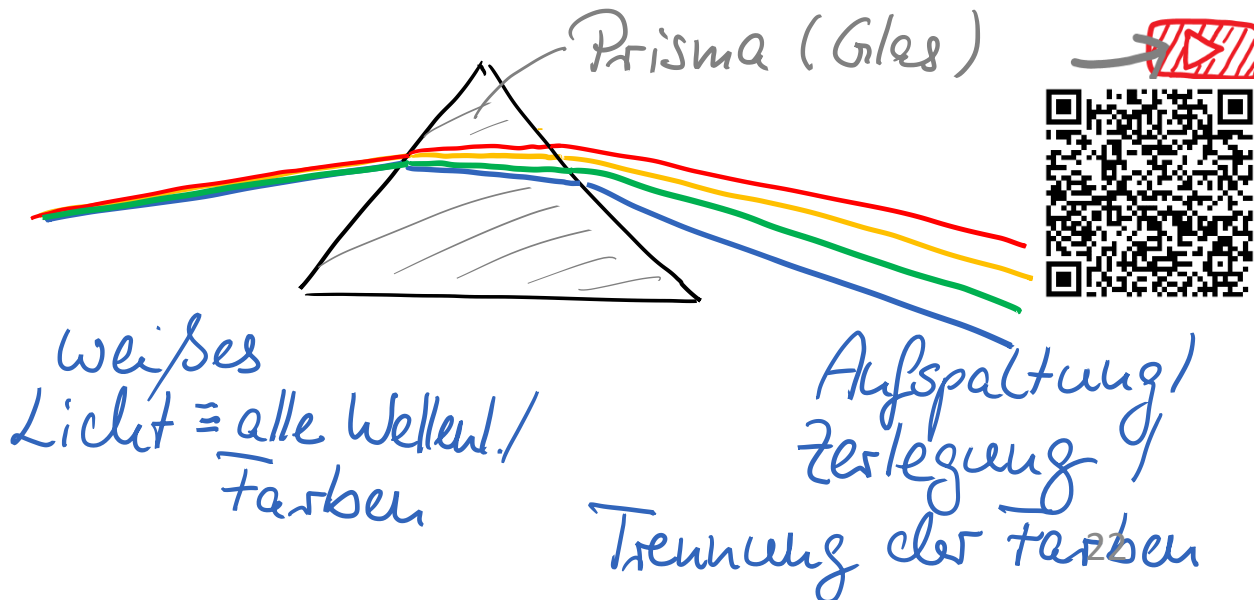
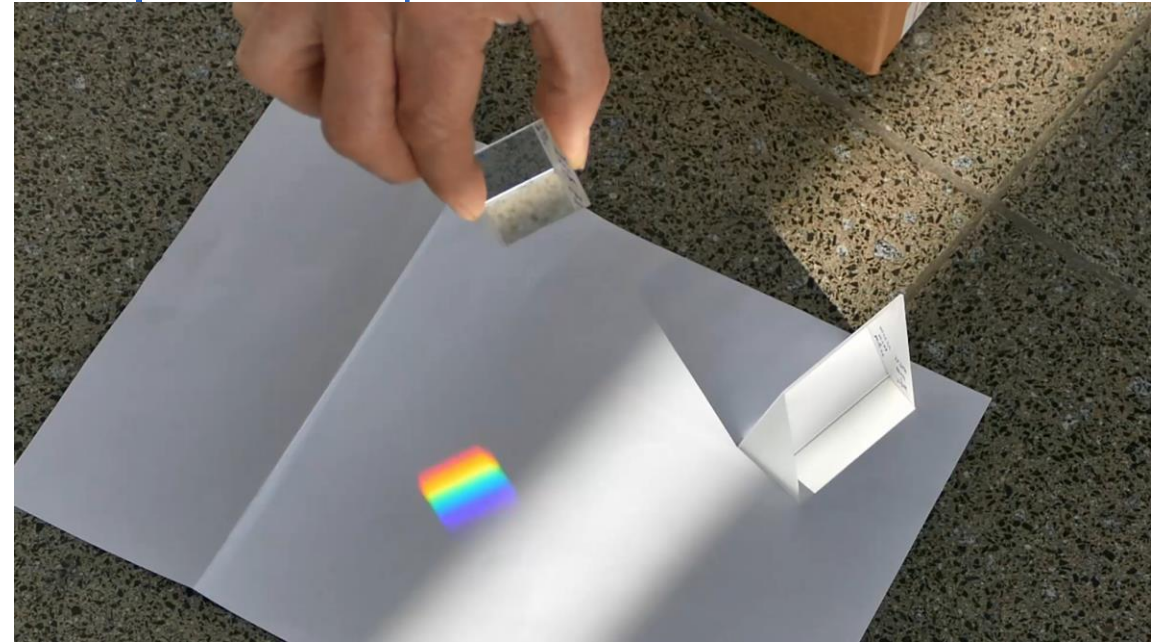
Dispersion: $n = n(\lambda)$

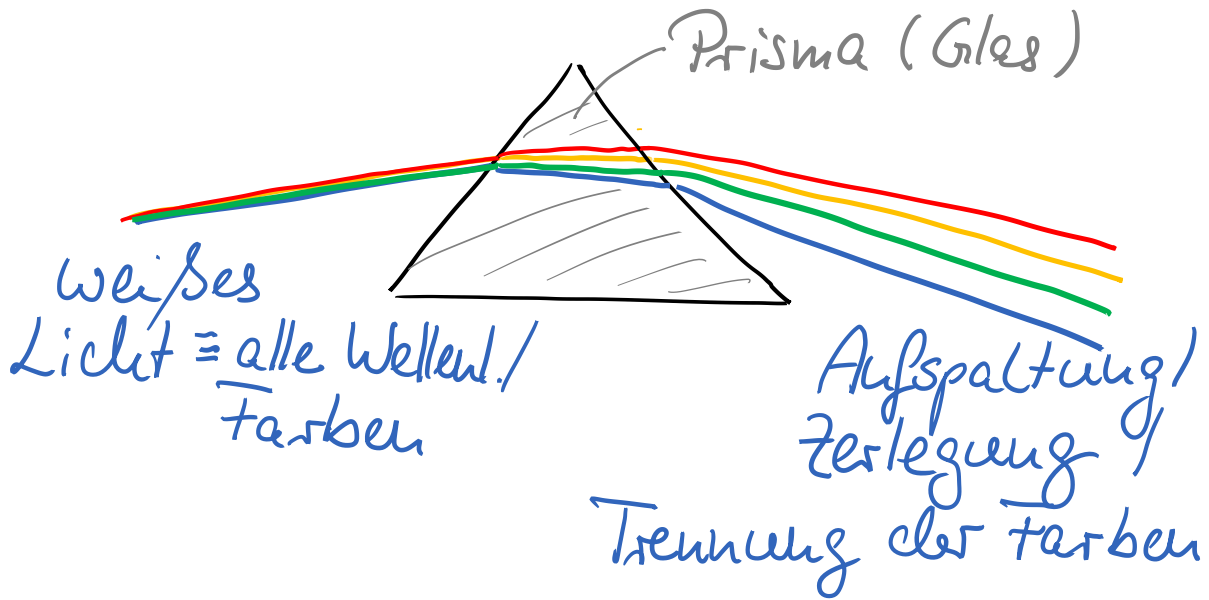


$n(\alpha_2)$

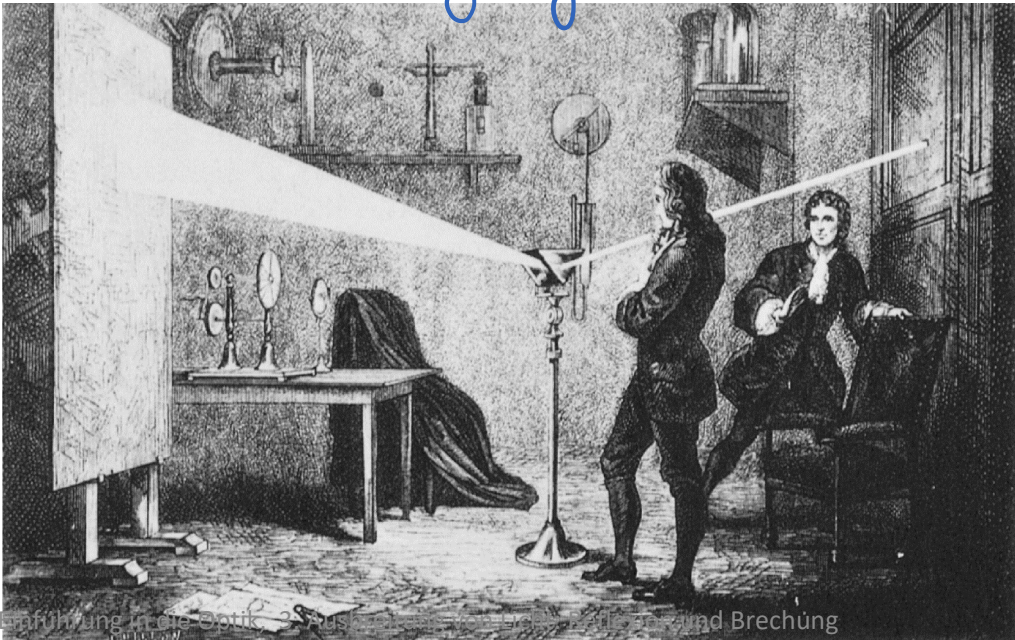


Dispersionsprisma:





Newton: Zerlegung des weißen Lichts



Anmerkung: Licht - Farben

Physik: e.-m. Welle, Teilchen
 λ, ν

Physiologie: Farbe ist
Empfinden von Licht durch
Auge & Gehirn

Das Fermat'sche Prinzip:

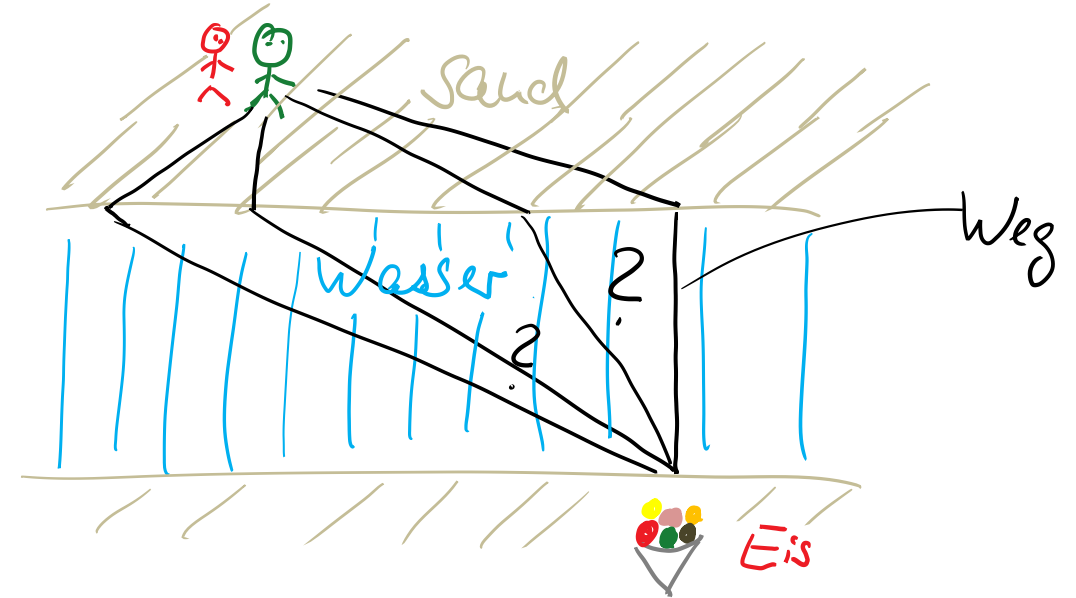
- Huygen'sche Elementarwellen
→ Erklärung von Reflexion und Brechung

• Alternative Beschreibung:

Fermat'sche Prinzip: Der Weg eines Lichtstrahls ist so, daß die Laufzeit minimal ist

- Extremalprinzip: Laufzeit T ist minimal
 $\frac{dT}{dx} = 0$; wenn dx die Änderung des Weges

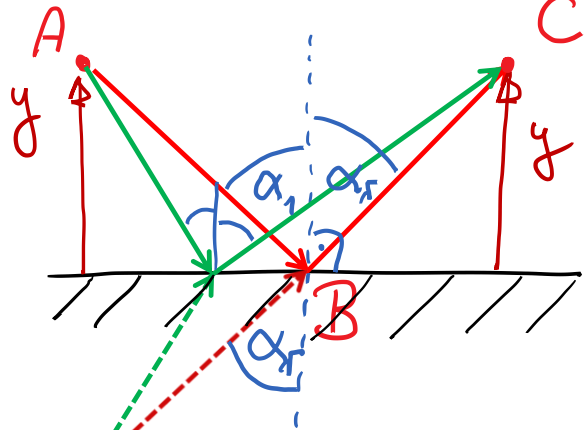
Beispiel: Wie komme ich am schnellsten zum Eis?



... die Laufzeit ist abhängig von der Geschw. auf Sand & im Wasser!

a) Reflexion von Licht

A & C: Höhe y



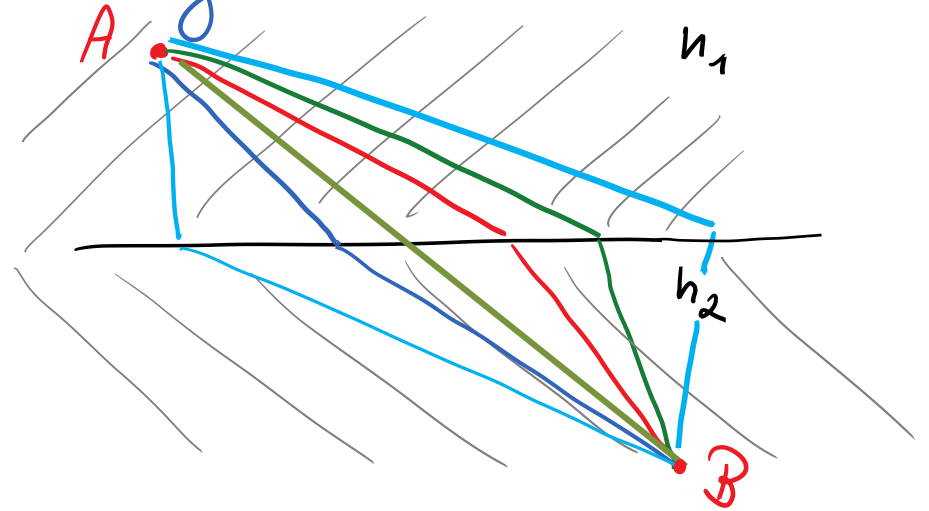
reflektierende
Fläche
überall gleiche
Geschwindigkeit

A' Spiegelpunkt

aus der Geometrie ist ersichtlich:

- kürzester Weg, kürzeste Laufzeit,
wenn $\alpha_r = \alpha_i$
- längerer Weg, längere Laufzeit

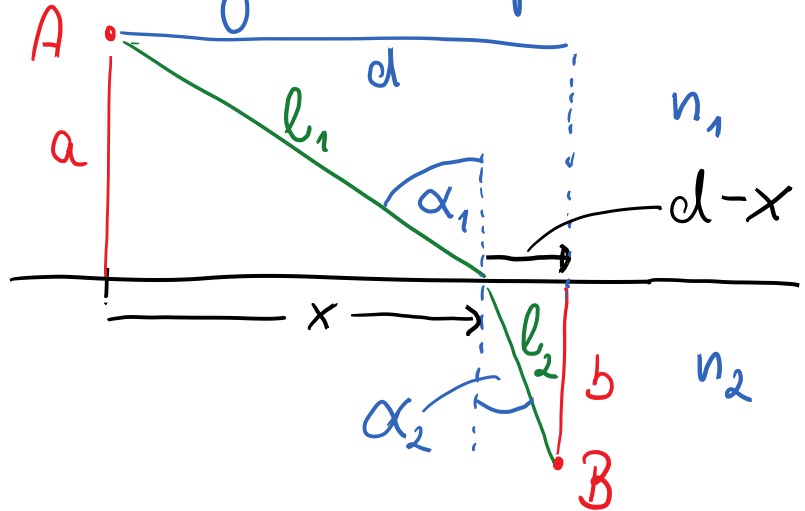
b) Brechung



Welcher Weg wird genommen?

... nicht der geometrisch kürzeste
sondern der schnellste Weg zwischen
A und B

Berechnung der Laufzeit:



Medien: n_1 , $c_1 = \frac{c_0}{n_1}$; n_2 , $c_2 = \frac{c_0}{n_2}$

$$\begin{aligned} \text{Laufzeit } t &= \frac{l_1}{c_1} + \frac{l_2}{c_2} \\ &= \frac{l_1 \cdot n_1}{c_0} + \frac{l_2 \cdot n_2}{c_0} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{es ist: } l_1^2 &= a^2 + x^2 \\ l_2^2 &= b^2 + (d-x)^2 \end{aligned}$$

$$\hookrightarrow t = \frac{n_1}{c_0} \sqrt{a^2 + x^2} + \frac{n_2}{c_0} \sqrt{b^2 + (d-x)^2}$$

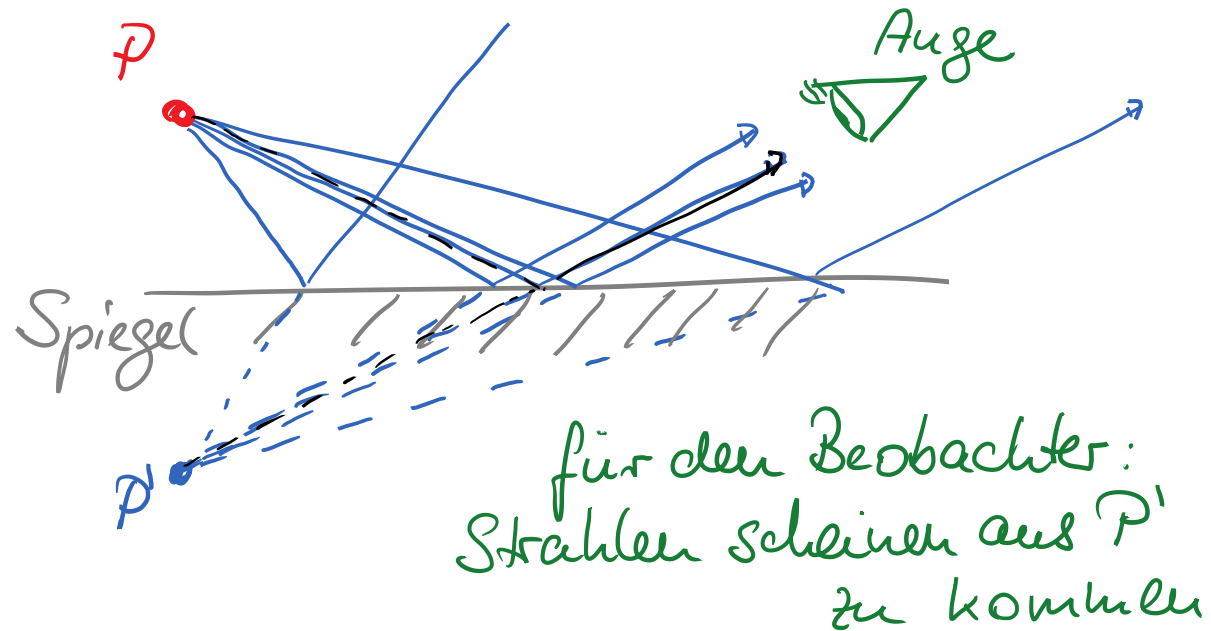
Fermat'sches Prinzip: t ist minimal,
also $\frac{dt}{dx} = 0$

$$\begin{aligned} \frac{dt}{dx} &= \frac{n_1}{c_0} \frac{d}{dx} \sqrt{a^2 + x^2} + \frac{n_2}{c_0} \frac{d}{dx} \sqrt{b^2 + (d-x)^2} \\ &= \frac{n_1}{c_0} \cdot \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} + \frac{n_2}{c_0} \cdot \frac{-(d-x)}{\sqrt{b^2 + (d-x)^2}} \\ &= \frac{n_1}{c_0} \cdot \frac{x}{l_1} - \frac{n_2}{c_0} \cdot \frac{d-x}{l_2} \\ &= \frac{n_1}{c_0} \cdot \sin \alpha_1 - \frac{n_2}{c_0} (\sin \alpha_2) = 0 \end{aligned}$$

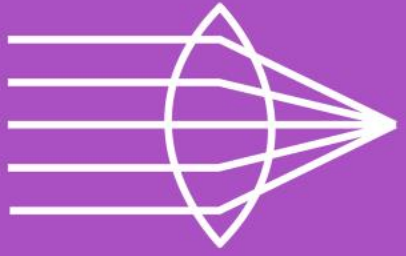
$$\hookrightarrow \boxed{n_1 \cdot \sin \alpha_1 = n_2 \cdot \sin \alpha_2}$$

- Snellius'sche Brechungsgesetz
- Übereinstimmung mit Herleitung nach Huygens.

Bildentstehung im Spiegel



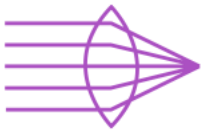
- Lichtweg und Laufzeit minimal (Fermat'sches Prinzip)



Spiegel

Geometrische Optik



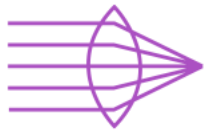


Ziel: Beschreibung der Abbildung durch Spiegel

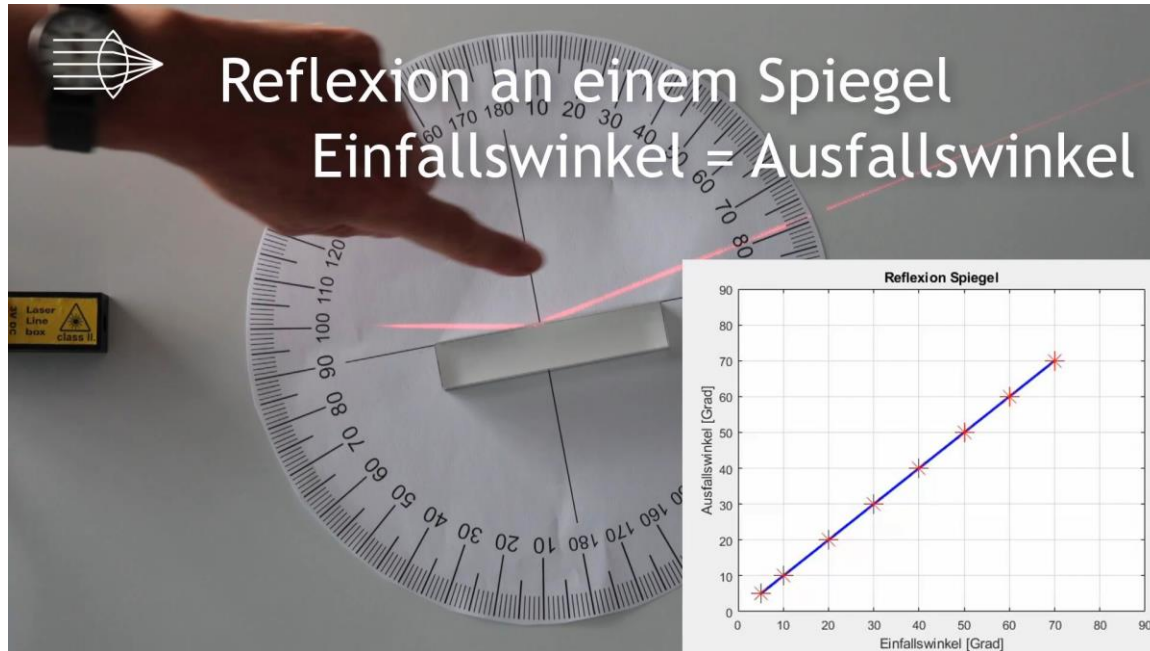


Annahmen:

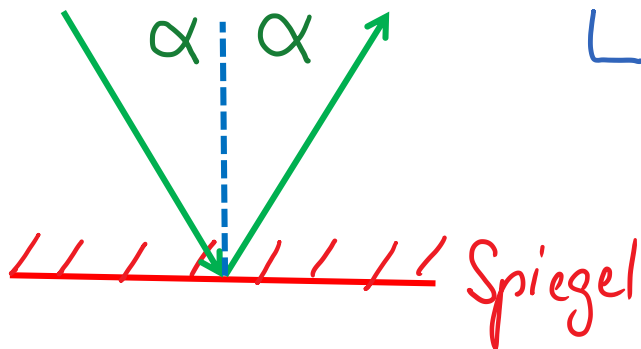
- Lichtstrahlen $\rightarrow$ Ausbreitung ($\vec{k}$)
- Wellenfronten $\perp \vec{k}$
- Ausbreitung geradlinig
- ohne Betrachtung der Wellenlängen des Lichts



Reflexion an Spiegel



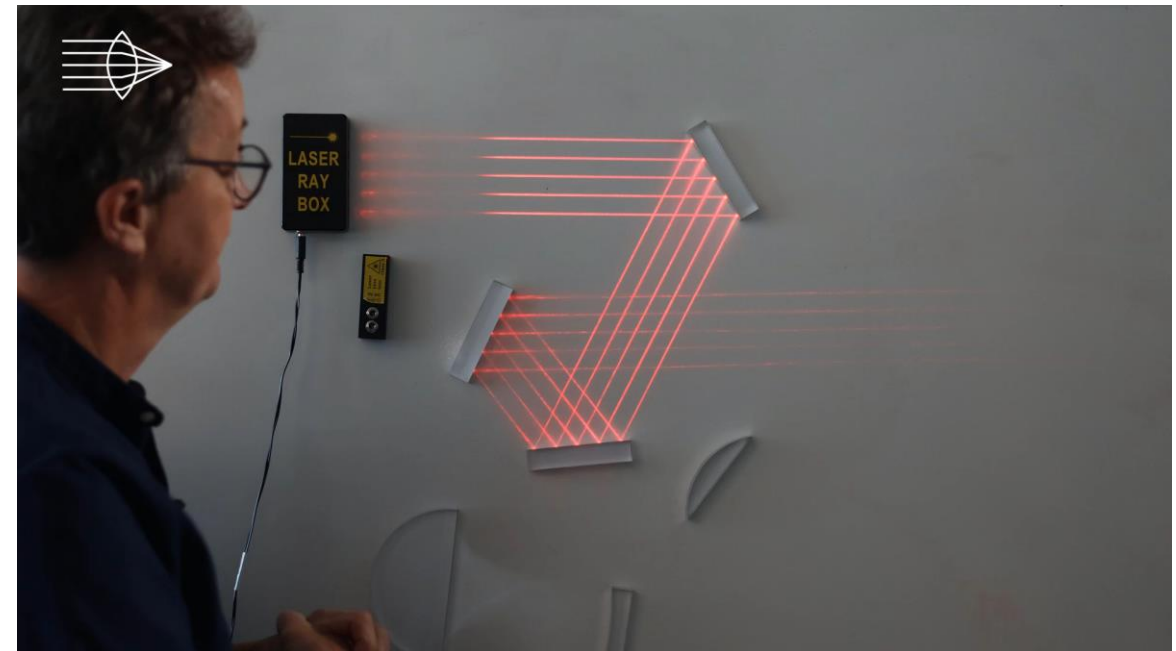
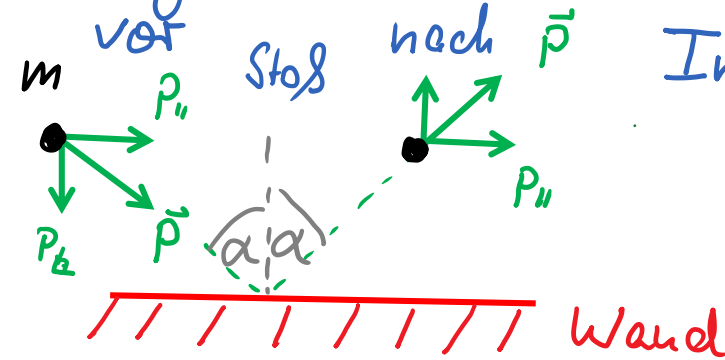
- Einfallswinkel = Ausfallswinkel

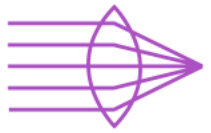


↳ Erklärung:
Huygen'sche
Elementarwellen



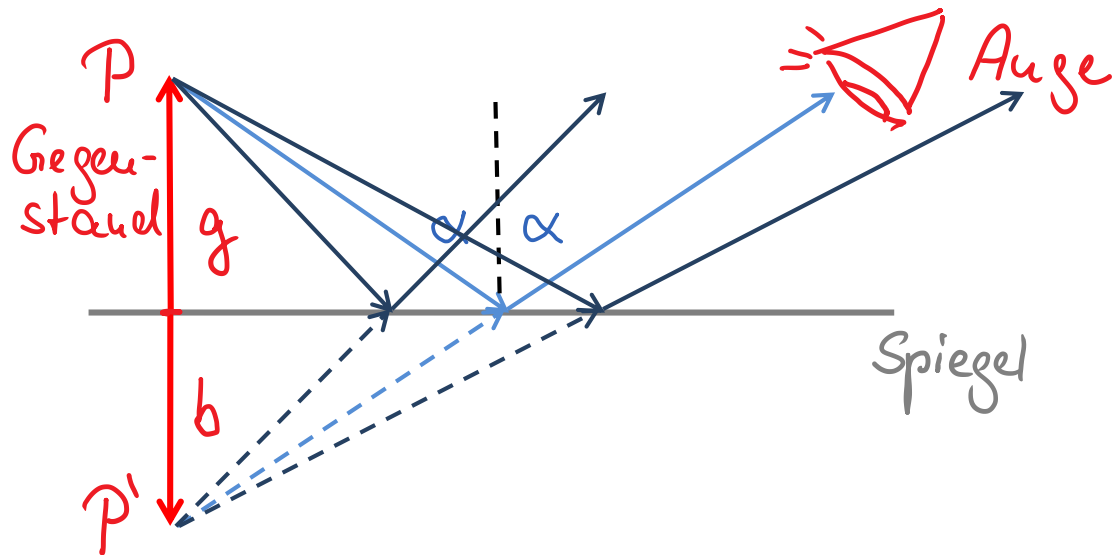
- Analogie Mechanik: Elastischer Stoß
Impulserhaltung



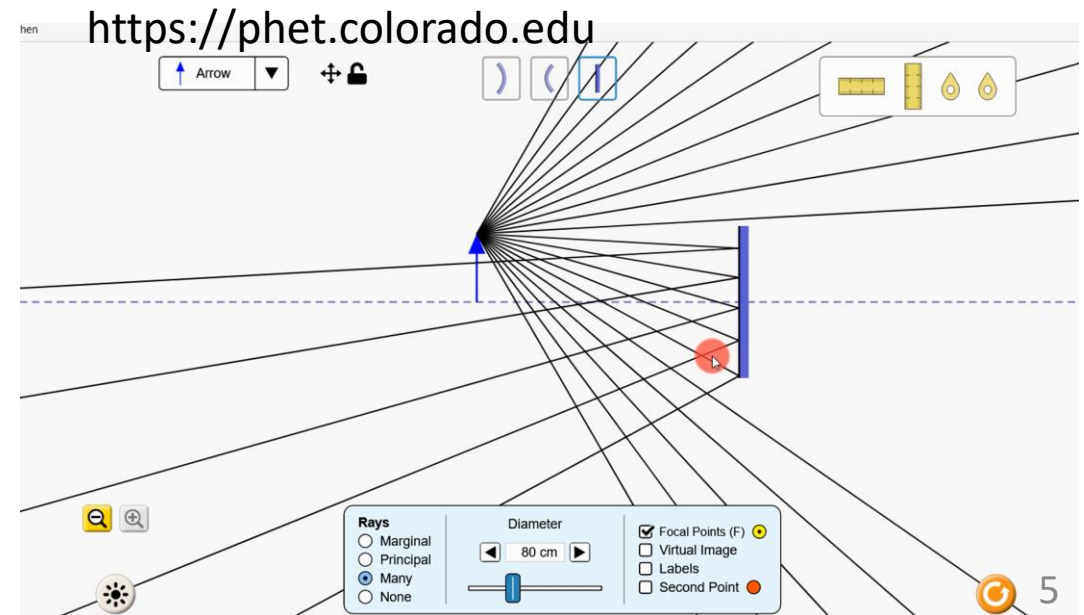


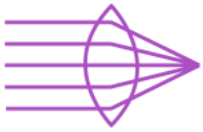
Bildentstehung

a) ebener Spiegel

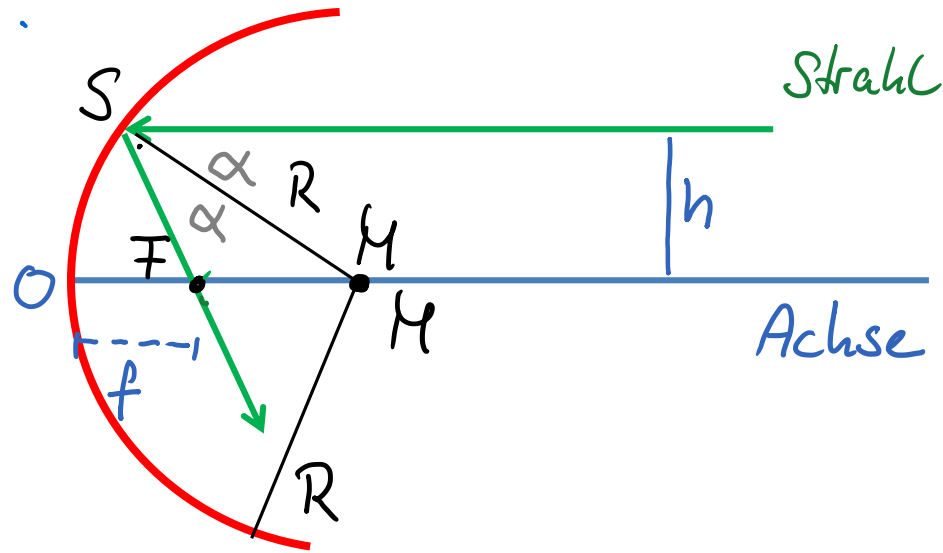


- Gegenstand P
- divergente Strahlen
- für den Beobachter (Auge, Kamera) scheinen die Strahlen aus P' zu kommen
- ↳ virtuelles Bild
- Gegenstandsweite g = Bildweite b





• Sphärischer Hohlspiegel Radius R



- einfallender achsenparalleler Strahl
achsennah: $h < R$
- reflektierter Strahl ($\alpha = \alpha$)
- gesucht: Lage von $\bar{F}$
- $\cos \alpha = \frac{R/2}{\bar{F}M}$



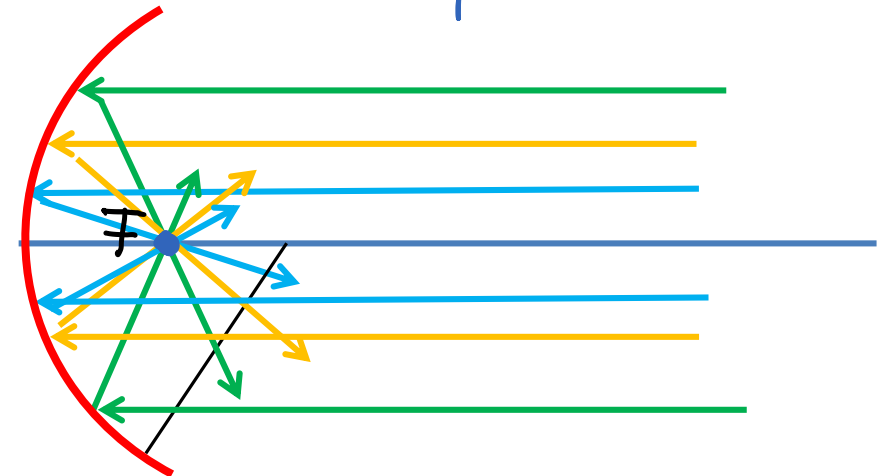
$$\hookrightarrow f = \overline{OF} = R - \bar{F}M = R \cdot \left(1 - \frac{1}{2 \cos \alpha}\right)$$

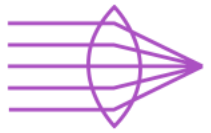
- für achsennahe Strahlen ($h < R$) gilt:
 α klein $\rightarrow \cos \alpha \approx 1$
und damit

$$\hookrightarrow f = \overline{OF} \approx R \cdot \left(1 - \frac{1}{2 \cdot 1}\right)$$

- $\hookrightarrow \boxed{f = \frac{1}{2} R}$ • die Brennweite eines
sphärischen Spiegels ist $R/2$

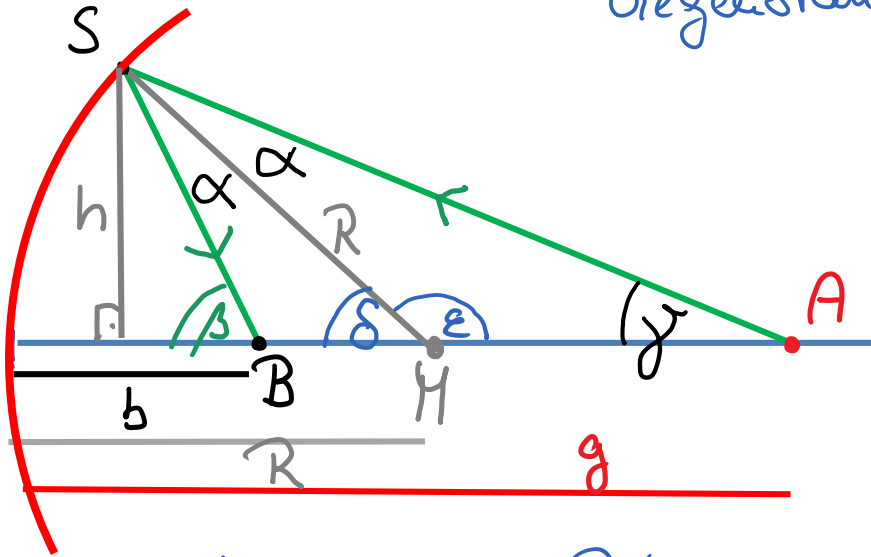
- alle achsennahen Strahlen laufen
durch den Brennpunkt





Bildkonstruktion beim Hohlspiegel

- Strahl aus Punkt A auf Achse mit Gegenstandsweite g



gesucht: Lage des Bildpunktes B

es gilt: • $180^\circ = \epsilon + \alpha + \gamma = 180^\circ - \delta + \alpha + \gamma$

$$\hookrightarrow \delta = \alpha + \gamma \quad (1)$$

$$\bullet 180^\circ = \alpha + \delta + (180^\circ - \beta)$$

$$\hookrightarrow \beta = \alpha + \delta; \alpha = \beta - \delta$$



$$\hookrightarrow \text{in (1)} \quad \delta = \beta - \delta + \gamma$$

$$\hookrightarrow 2\delta = \beta + \gamma \quad (2) \quad \text{nur Winkel bezogen auf Achse}$$

- wenn h klein $\rightarrow$ Winkel klein und daher

$$\gamma \approx \tan \gamma \approx \frac{h}{g} \quad \beta \approx \tan \beta \approx \frac{h}{b}$$

$$\delta \approx \tan \delta \approx \frac{h}{R}$$

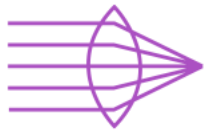
$$\text{in (2)} \quad 2 \frac{h}{R} \approx \frac{h}{g} + \frac{h}{b}$$

mit $f = \frac{1}{2}R$ wird daraus

$$\boxed{\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}}$$

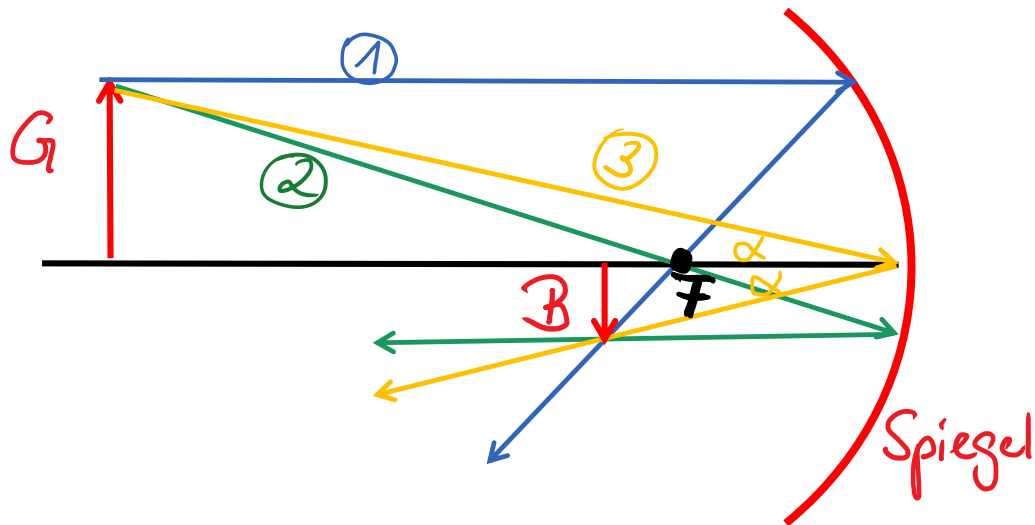
Abbildungsgl. eines Hohlspiegels

Verknüpfung von Gegenstandsweite g , Bildweite b und Brennweite f



Bildkonstruktion:

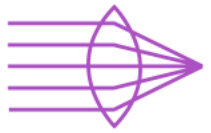
- Strahlen mit einfachem Verlauf:
- 1. Achsenparalleler Strahl: Reflexion durch F
- 2. Brennpunktstrahl durch F : Reflexion achsenparallel
- 3. Zentralstrahl: Einfallswinkel = Ausfallwinkel



Bildentstehung

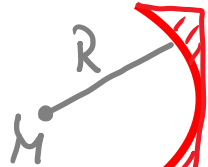


- reelles Bild: verkleinert, auf dem Kopf
 - virtuelles Bild: aufrecht
- Auge/Kamera notwendig für Abbildung



Bildkonstruktion:

Spiegelform



Konkav
 $R > 0$



Konvex
 $R < 0$

i) Konkavspiegel ($R > 0$): $g > f$

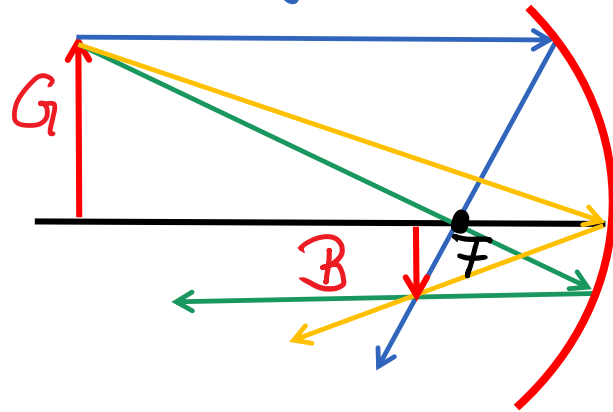
↳ Bild B: umgekehrt
verkleinert

Position b aus

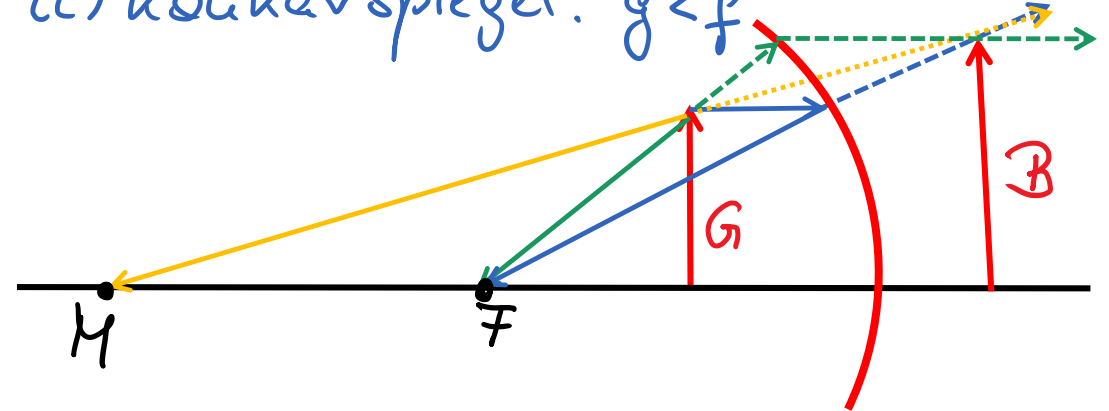
$$\frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{g}$$

Größe: $\frac{B}{G} = - \frac{b}{g}$

↑
umgekehrt

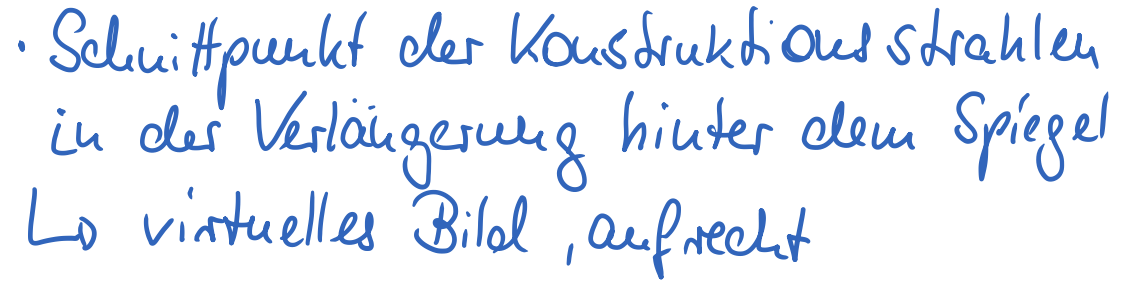


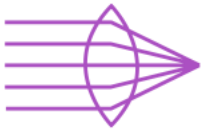
ii) Konkavspiegel: $g < f$



- Konstruktionsstrahlen schneiden sich nicht vor dem Spiegel sondern in der Verlängerung hinter den Spiegel
- ↳ virtuelles Bild: aufrecht
es läßt sich nur durch ein abbildendes System (z.B. Augenlinse, Kamera) darstellen, die Strahlen scheinen aus B zu kommen







bisherige Annahme: Achsennahe Strahlen

$$\hookrightarrow f = R \cdot \left(1 - \frac{1}{2\cos\alpha}\right)$$

α klein $\rightarrow \cos\alpha \approx 1$

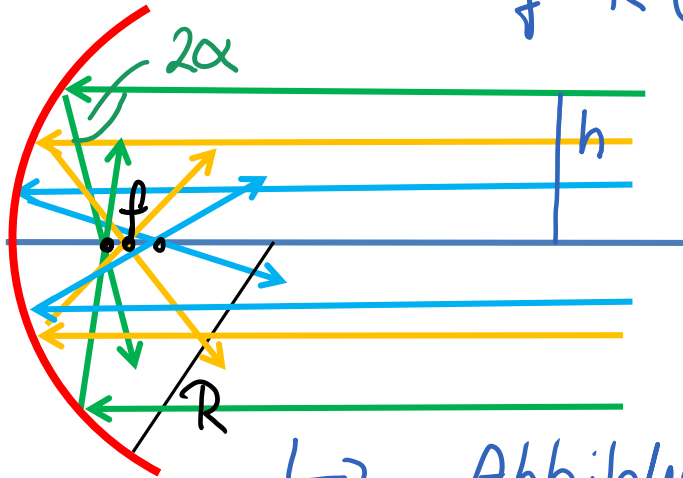
$$\hookrightarrow f = \frac{1}{2} R$$

• wenn h nicht klein gegen R

$\hookrightarrow f$ hängt von h ab!

Winkel kleiner mit zunehmenden h

$$f = R \cdot \left(1 - \frac{1}{2\sqrt{1-h^2/R^2}}\right)$$

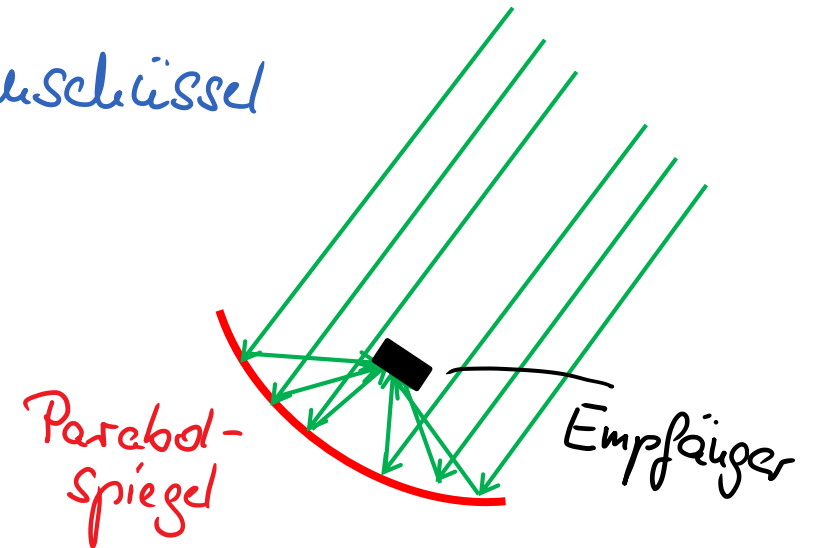


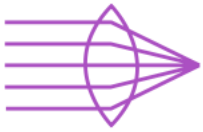
$\hookrightarrow$ „Abbildungsfehler“



Anwendungen:

- Spiegelteleskope
- Satellitenschüssel

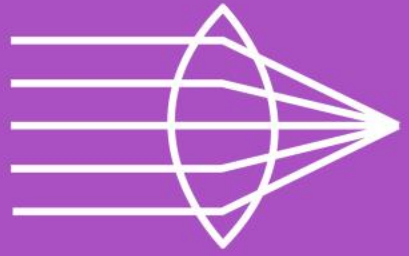




Fragen: ... hier nicht beantwortet!

- welche Materialien spiegeln?
 - Glas, Metall, Lack, Wasser,...
- Warum spiegeln Oberflächen?
- Winkelabhängigkeit?
- Wellenlängenabhängigkeit?
- Polarisationsabhängigkeit?

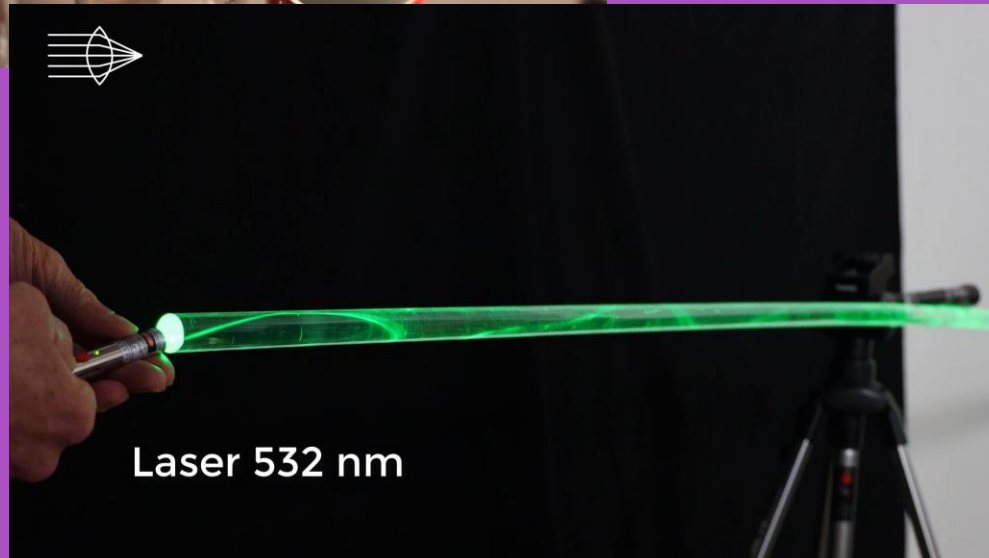




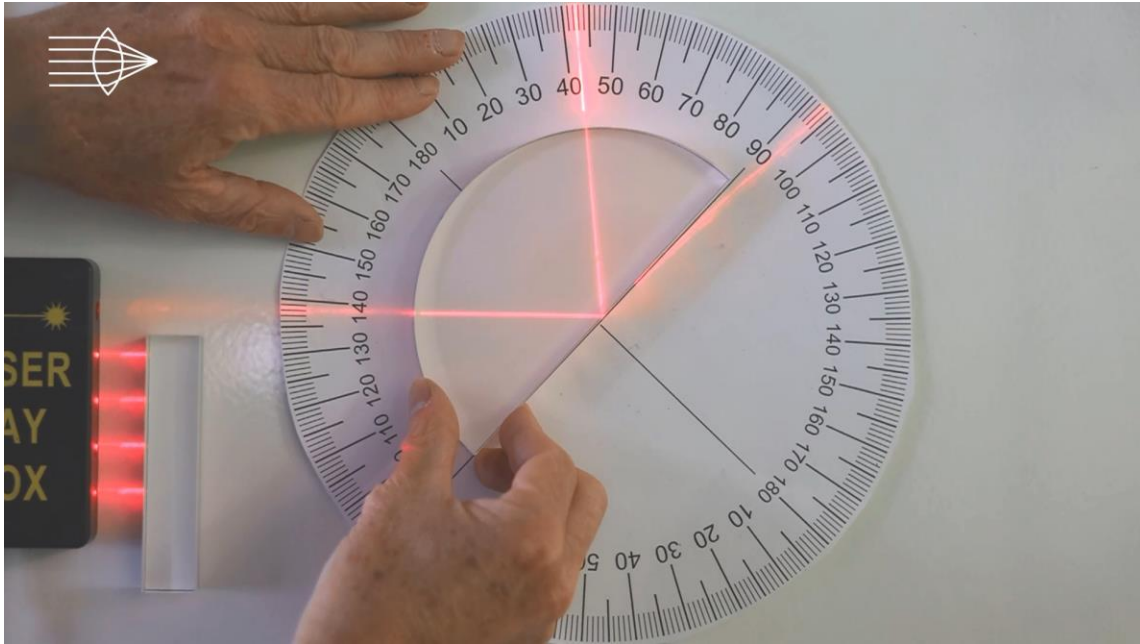
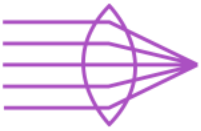
Optische Totalreflexion



Glas
mit Wasser



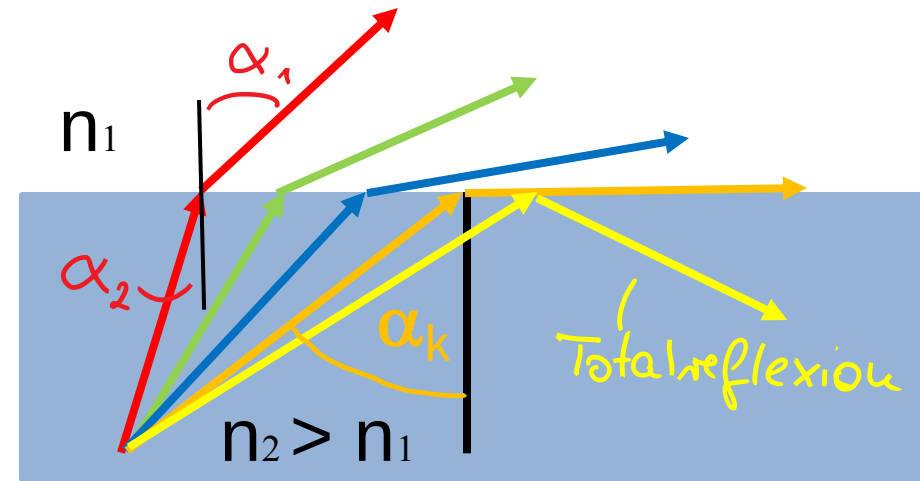
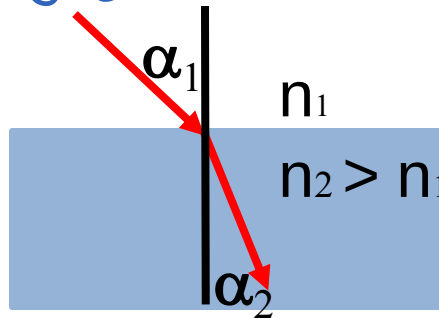
Laser 532 nm



- Snellius'sches Brechungsgesetz:

$$n_1 \cdot \sin \alpha_1 = n_2 \cdot \sin \alpha_2$$

$$\hookrightarrow \alpha_2 = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \cdot \sin \alpha_1\right)$$

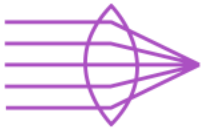


- beim Übergang von $n_2 \rightarrow n_1 < n_2$:
es gibt einen Winkel $\alpha_2 = \alpha_k$ für den $\alpha_1 = 90^\circ$:

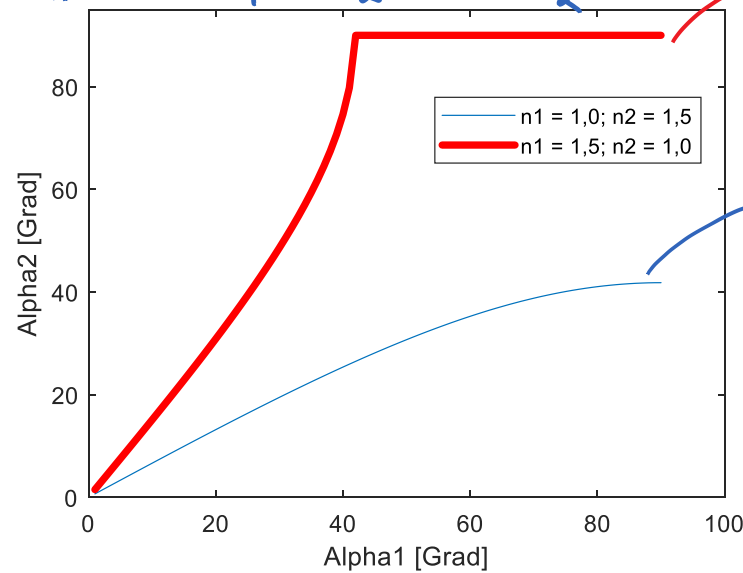
$$\sin \alpha_k = \frac{n_1}{n_2} \quad \text{oder}$$

$$\alpha_k = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\right) \quad \text{kritischer Winkel}$$

- für alle Winkel $\alpha_2 > \alpha_k$:
Totalreflexion!



$$\bullet n_1 \cdot \sin \alpha_1 = n_2 \cdot \sin \alpha_2$$



von n_2
nach $n_1 < n_2$

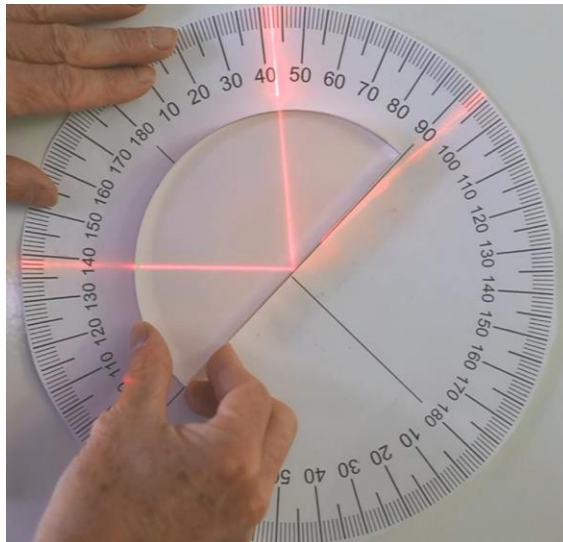
von n_1
nach $n_2 > n_1$

Anwendung: aus Messung von α_k
kann der Brechungsindex bestimmt werden

↳ Refraktometer

Beispiel: $n_1 = 1,5$ (Glas), $n_2 = 1$ (Luft)

$$\begin{aligned} \hookrightarrow \alpha_k &= \arcsin\left(\frac{1}{1,5}\right) \\ &= 41,8^\circ \end{aligned}$$



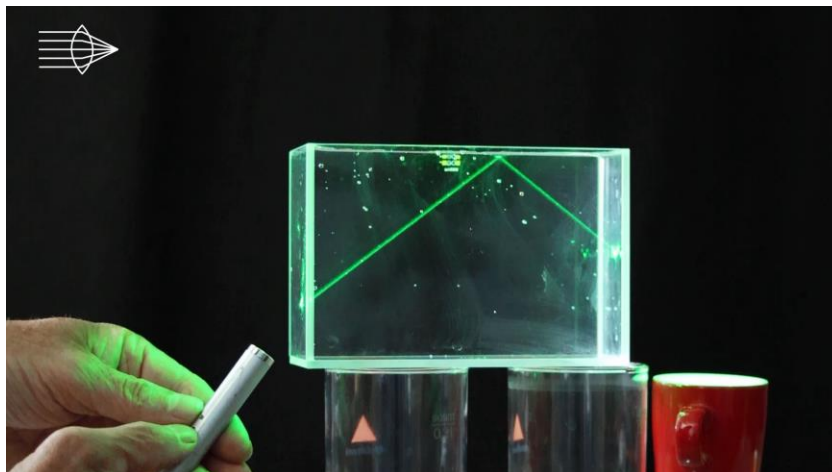


Beispiele: Totalreflexion Wasser(Glas) - Luft:

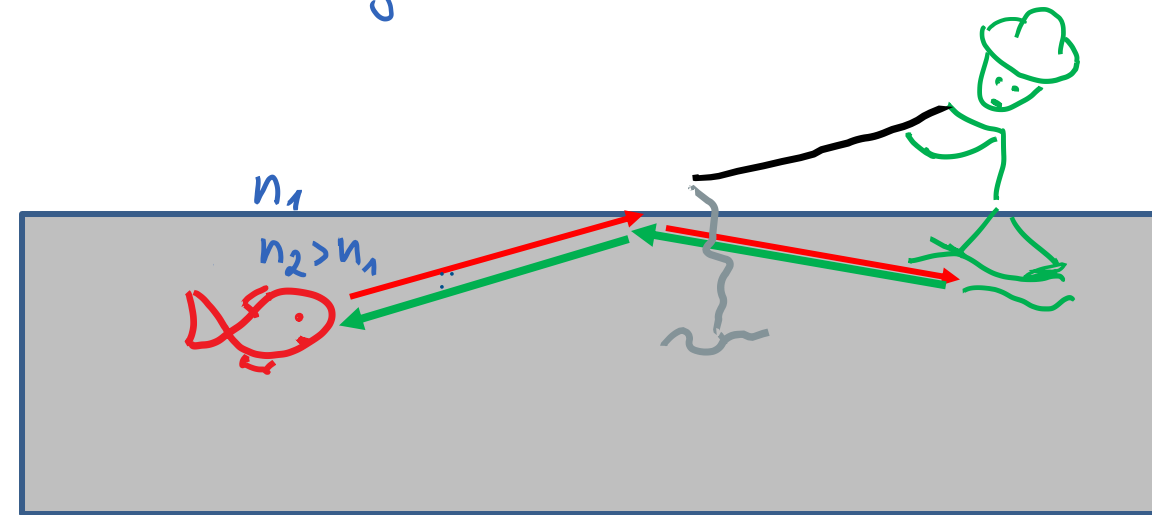
- was gesehen wird:



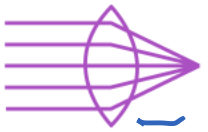
- was austritt:



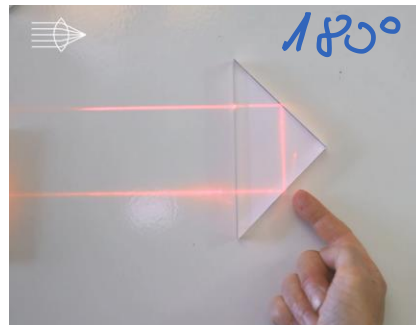
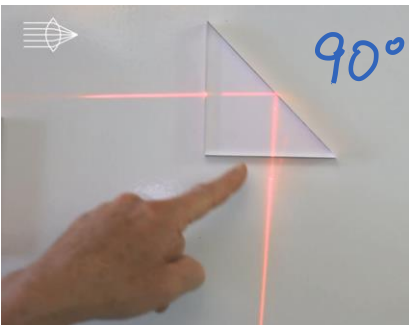
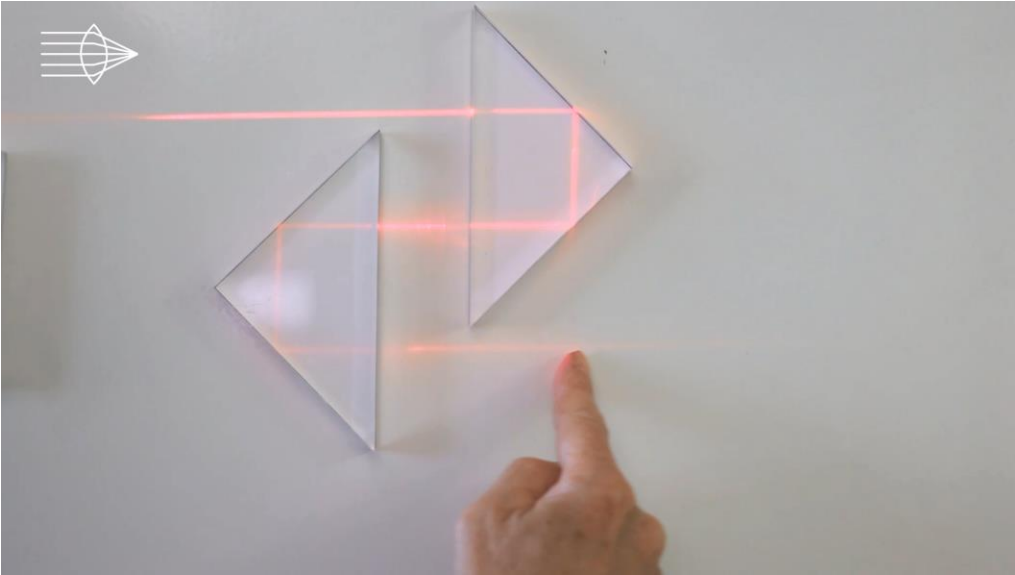
- Fisch und Angler

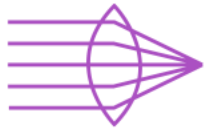


- Angler steht im Wasser:
- Totalreflexion: Fisch sieht Füße (Angler)
- Fisch für Angler verborgen



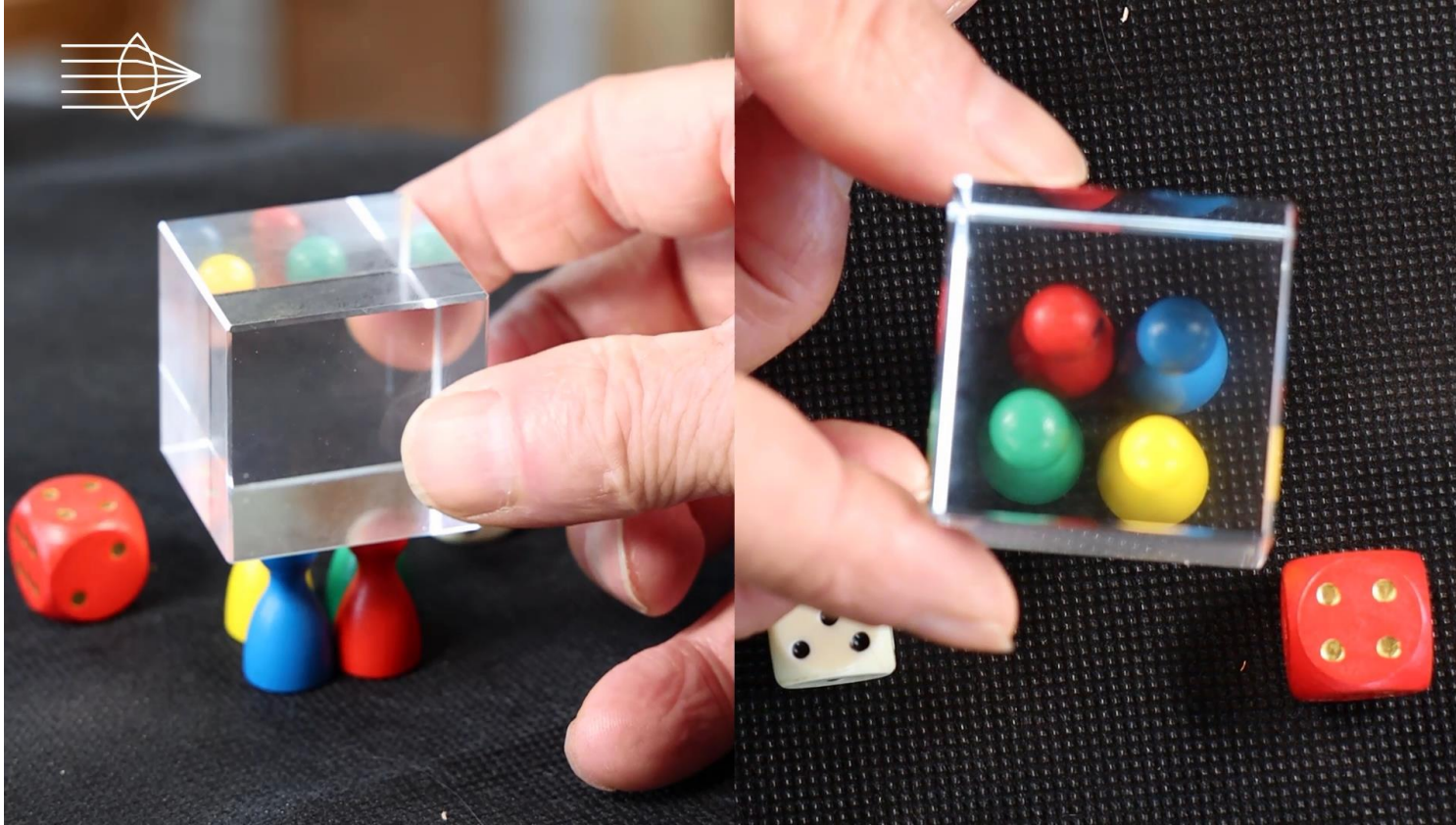
- Totalreflexion zur Strahlumkehr

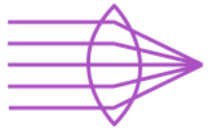




optische Spielereien:

- Reflexion, Brechung, Totalreflexion





optische Spielereien:

- wo ist die Kneiche?

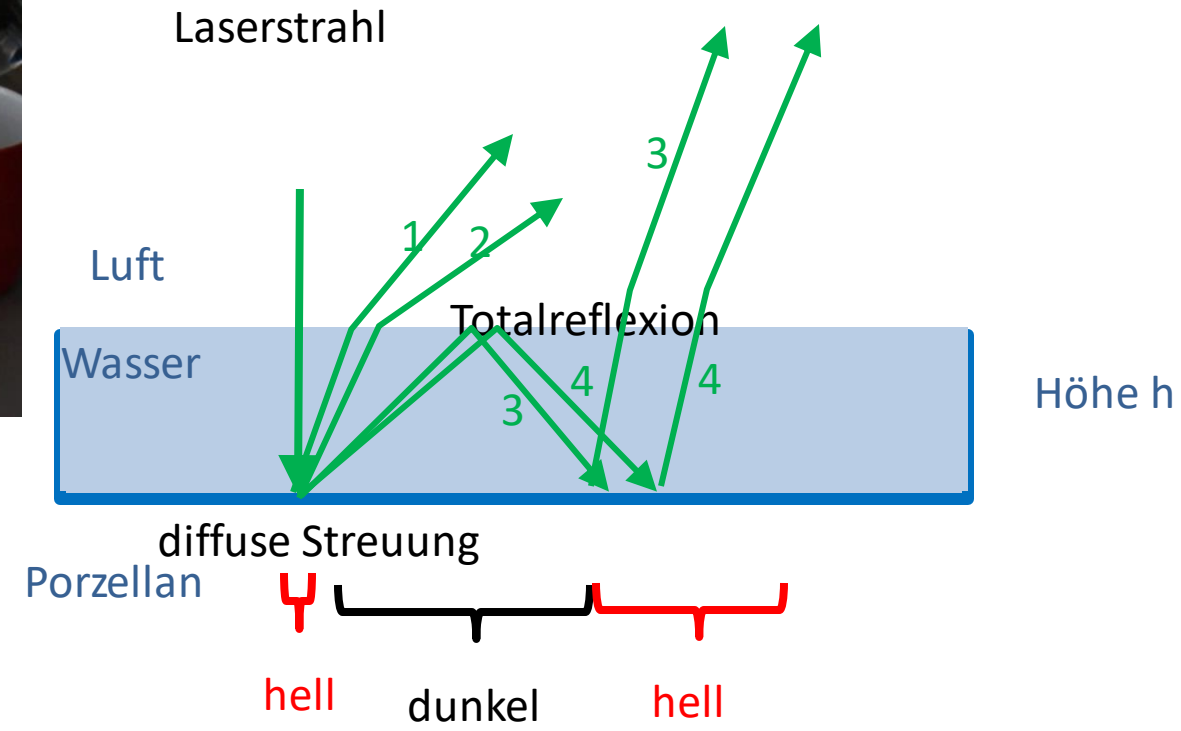
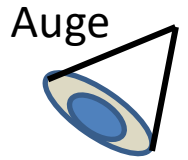


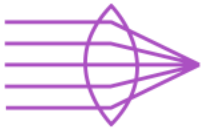


• Ring in der Kaffeetasse



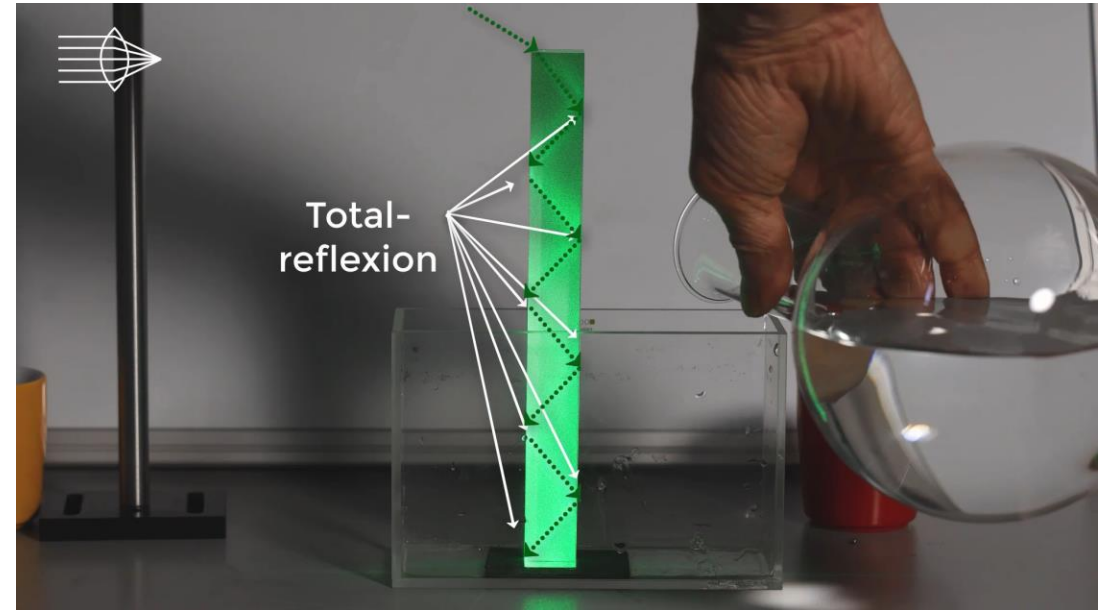
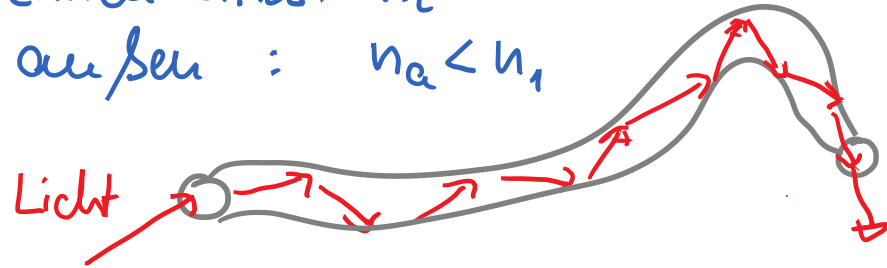
Porzellan, großer Durchmesser



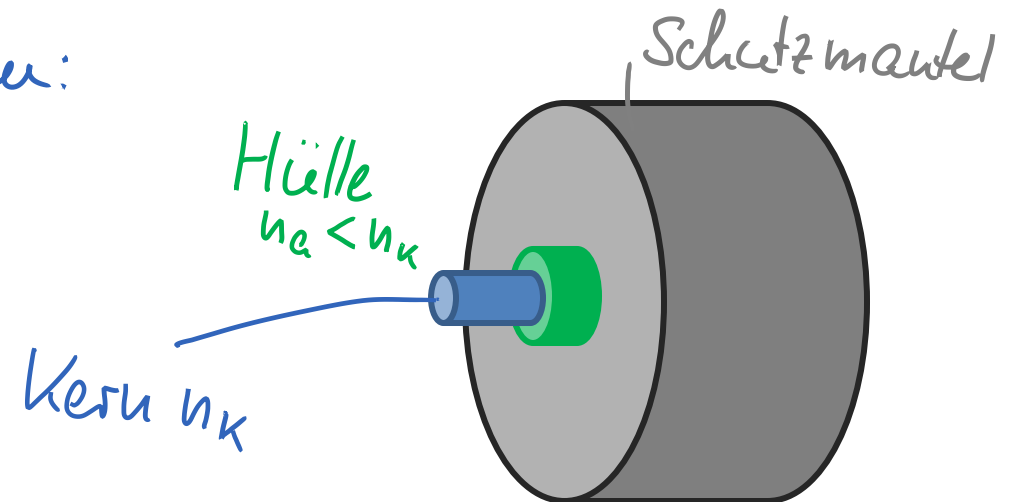


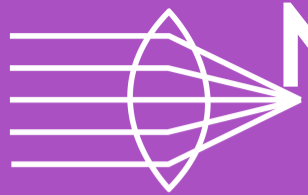
Anwendung: Lichtwellenleiter

Prinzip: innen Glas: n_i
außen : $n_a < n_i$



Aufbau:





Numerische Apertur -



Wie viel Licht passt in einen Lichtleiter



Laser 532 nm



Bitte pausieren

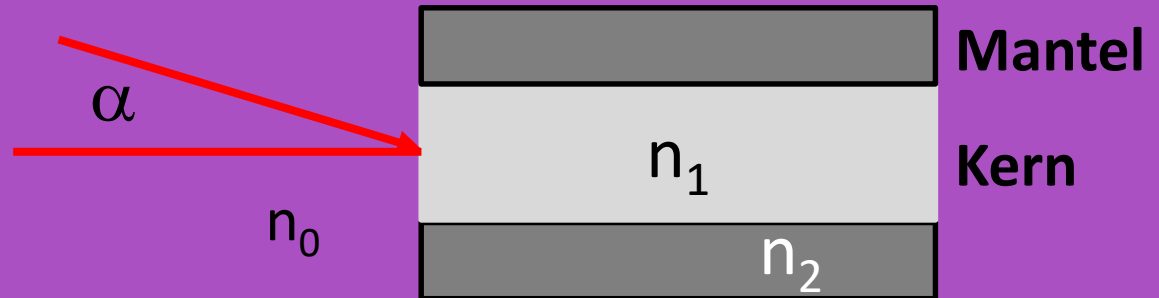
5

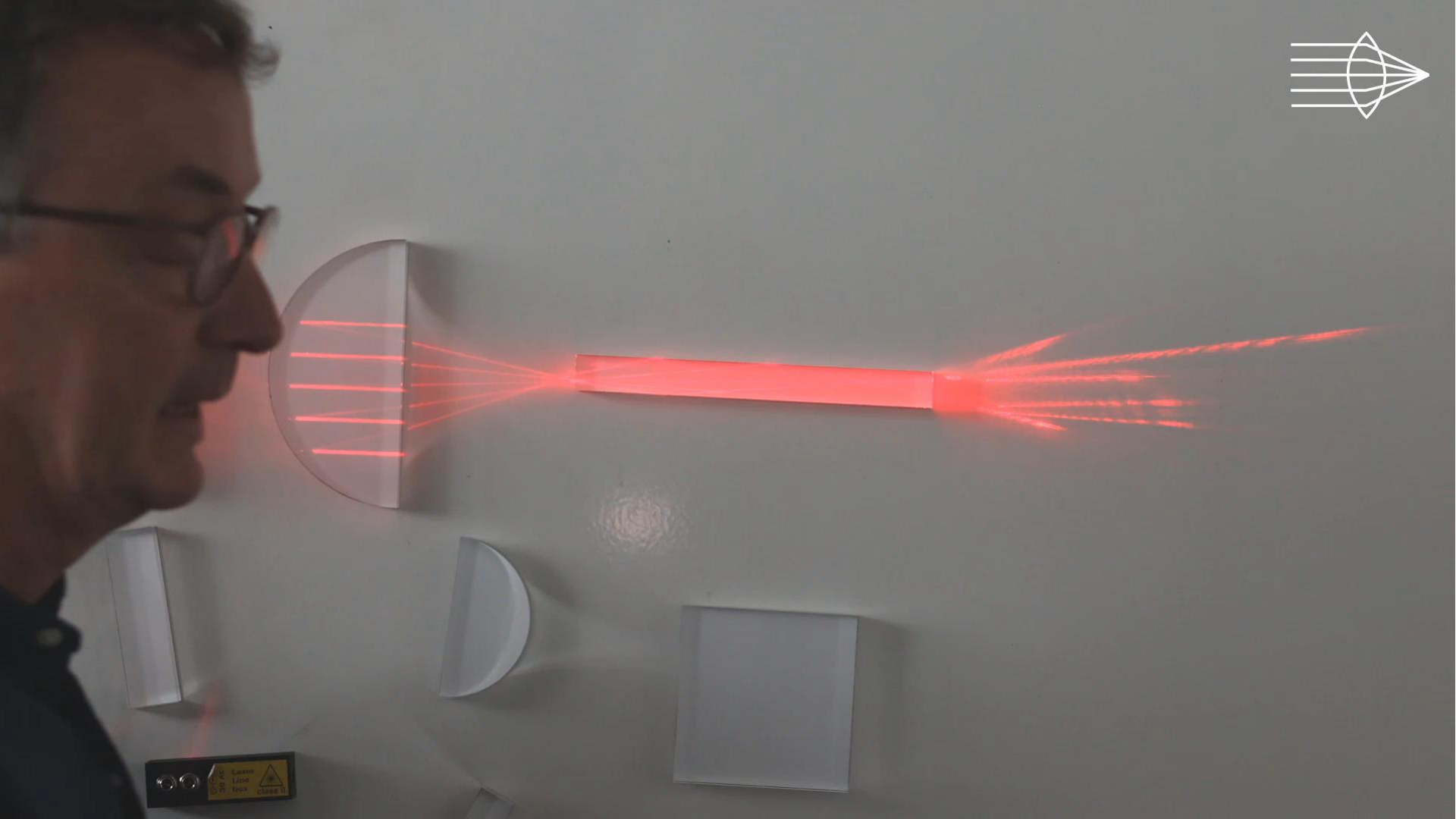
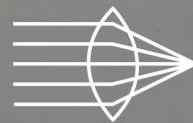


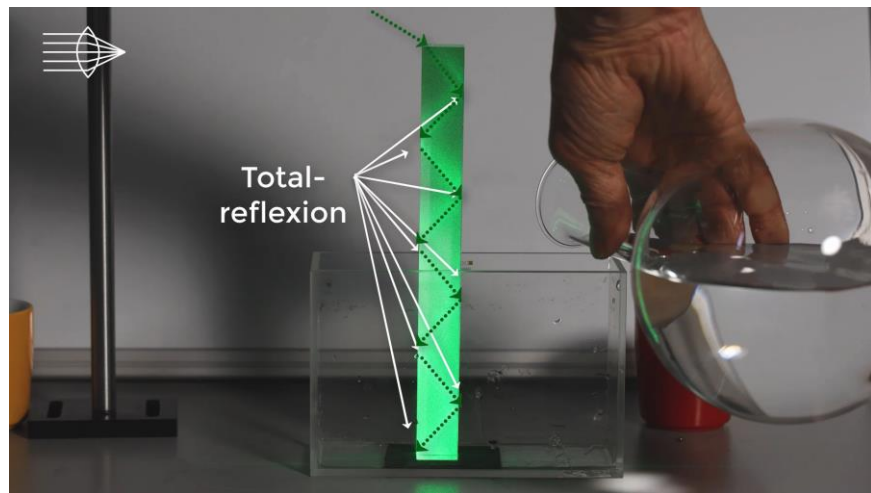
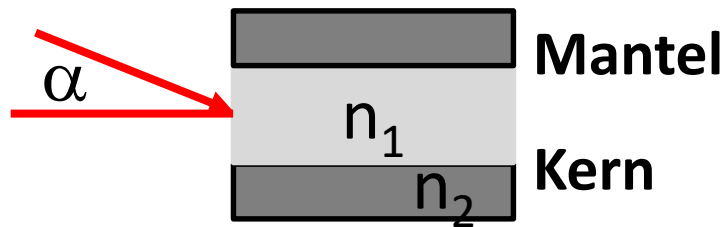
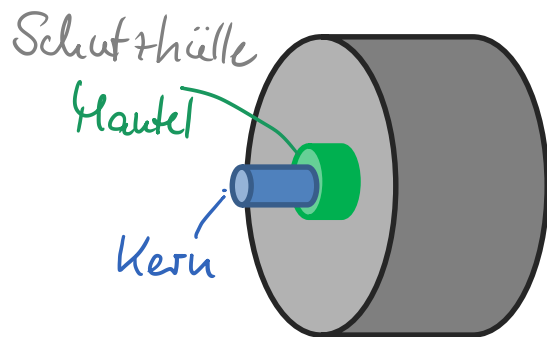
Ihre Aufgabe:

Zeigen Sie, dass für den Akzeptanzwinkel α eines Lichtleiters in Abhängigkeit vom Brechungsindex von Kern und Mantel gilt:

$$n_0 \cdot \sin \alpha = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \text{ (numerische Apertur)}$$





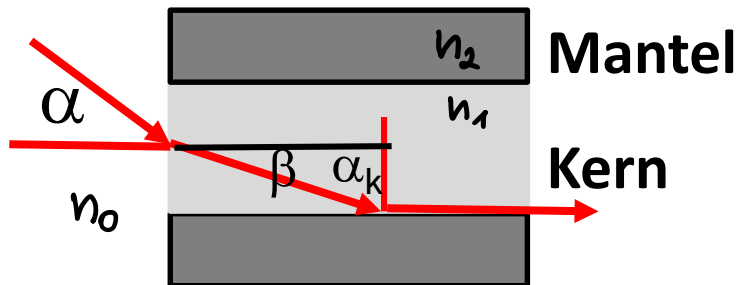




Lösung



- gesucht: der größte Winkel α , für den im Lichtleiter Totalreflexion auftritt



a) kritischer Winkel α_k :

$$n_1 \cdot \sin \alpha_k = n_2 \cdot \sin 90^\circ = n_2$$

$$\sin \alpha_k = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\hookrightarrow \alpha_k = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

①

b) α ist abhängig von β , und β von α_k :

$$n_0 \cdot \sin \alpha = n_1 \cdot \sin \beta$$

$$\beta = 90^\circ - \alpha_k$$

$$= n_1 \cdot \sin(90^\circ - \alpha_k)$$

$$= n_1 \cdot \cos \alpha_k$$

mit ① und $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

$$n_0 \sin \alpha = n_1 \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \alpha_k}$$

$$= n_1 \cdot \sqrt{1 - n_2^2/n_1^2} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

$$\hookrightarrow \boxed{n_0 \cdot \sin \alpha = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}} \quad \text{numerische Apertur}$$



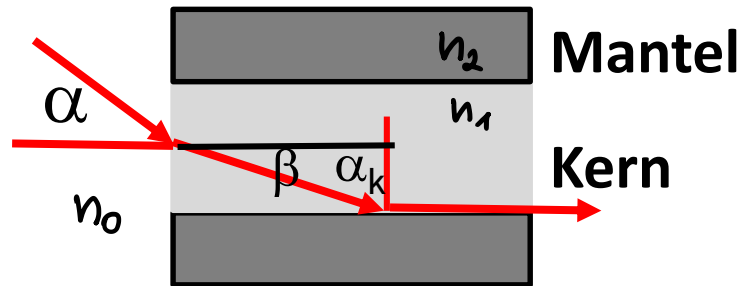
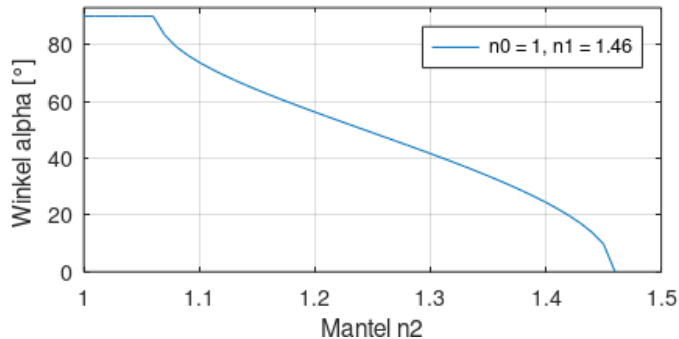
Lösung

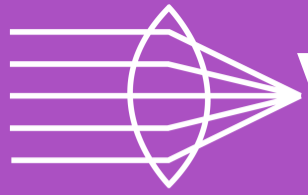


↳ $n_0 \cdot \sin \alpha = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$ numerische Apertur

Beispiel: Kern $n_1 = 1,46$
Mantel $n_2 = 1,44$
 $n_0 = 1$

↳ $\alpha \cong 13^\circ$ halbe Öffnungswinkel





Vergrößerung im Wasser



Warum erscheinen Münzen groß?

ohne Wasser



mit Wasser





Bitte pausieren

5

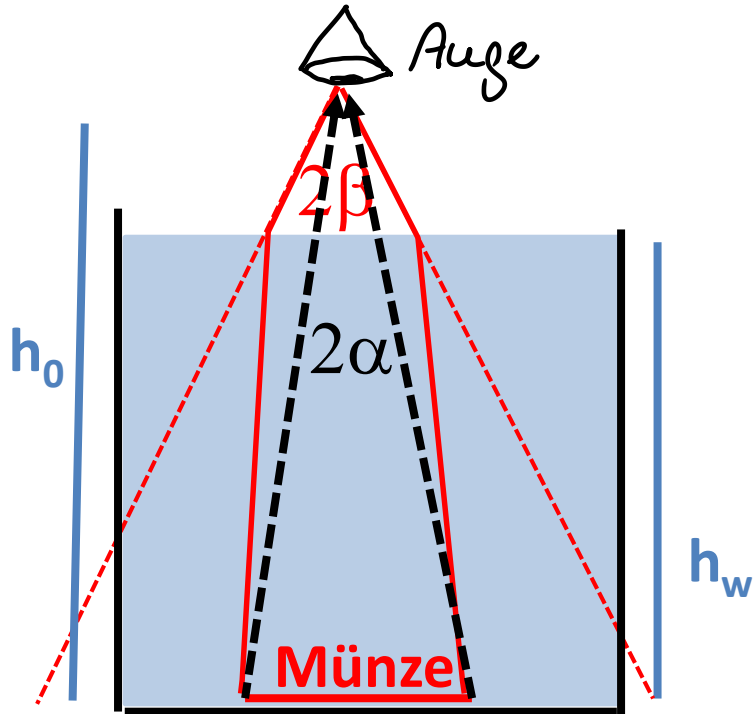


Ihre Aufgabe:

Eine Münze wird von einem Auge (Kamera) in einer Höhe $h_0 = 35$ cm beobachtet. Um welchen Faktor erscheint die Münze vergrößert, wenn über ihr eine Wassersäule der Höhe $h_w = 23$ cm steht?



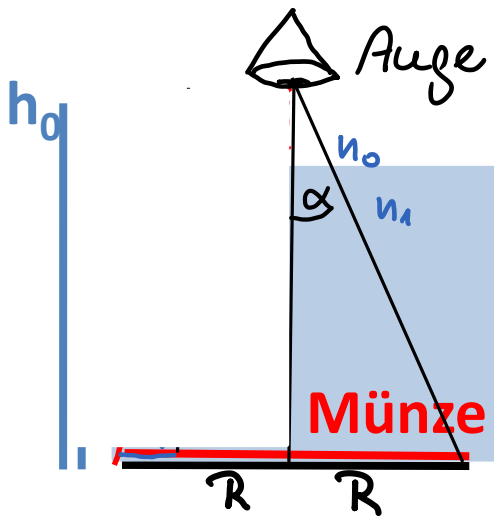
Lösung



Wasser $\rightarrow$ Brechung
– Blickwinkel wird größer



Lösung



• ohne Wasser:

$$\tan \alpha = \frac{R}{h_0}$$

Wenn α klein:
 $\tan \alpha \approx \alpha$

$$\hookrightarrow \alpha = \frac{R}{h_0} \quad *$$

• mit Wasser: $n_0 \cdot \sin \beta = n_1 \cdot \sin \gamma$

für kleine Winkel $\sin \beta \approx \beta$ $\sin \gamma \approx \gamma$

$$\hookrightarrow n_0 \cdot \beta = n_1 \gamma \quad \text{oder}$$

$$\gamma = \frac{n_0}{n_1} \cdot \beta$$

(+)

• mit $\tan \gamma = \frac{r_1}{h_w}$

$$\rightarrow r_1 = h_w \cdot \tan \gamma$$

$$= h_w \cdot \gamma$$

für γ klein

• mit $\tan \beta = \frac{r_2}{h_0 - h_w}$

$$\rightarrow r_2 = (h_0 - h_w) \cdot \beta$$

für β klein

$$\hookrightarrow R = r_1 + r_2 = h_w \cdot \gamma + (h_0 - h_w) \cdot \beta$$

mit (+)

$$= h_w \cdot \frac{n_0}{n_1} \cdot \beta + (h_0 - h_w) \cdot \beta$$

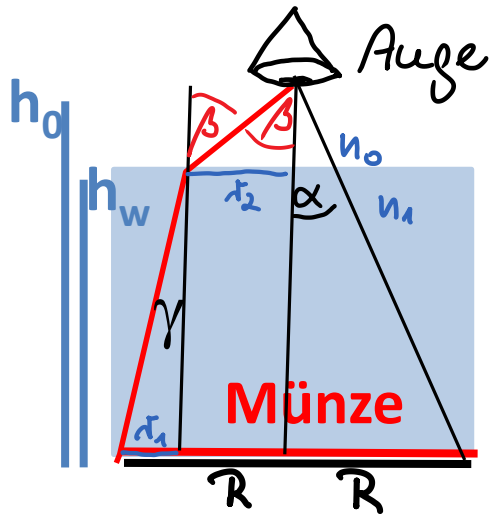
$$= h_0 - \left(1 - \frac{n_0}{n_1}\right) \cdot h_w \cdot \beta$$

$$\text{also } \beta = \frac{R}{h_0 - \left(1 - \frac{n_0}{n_1}\right) \cdot h_w}$$

**



Lösung



↪

$$\alpha = \frac{R}{h_o}$$

$$\beta = \frac{R}{h_o - \left(1 - \frac{n_o}{n_1}\right) \cdot h_w}$$

• Vergrößerung des Winkels:

$$V = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{h_o}{h_o - \left(1 - \frac{n_o}{n_1}\right) \cdot h_w}$$

$$V = \frac{1}{1 - \left(1 - \frac{n_o}{n_1}\right) \cdot \frac{h_w}{h_o}}$$

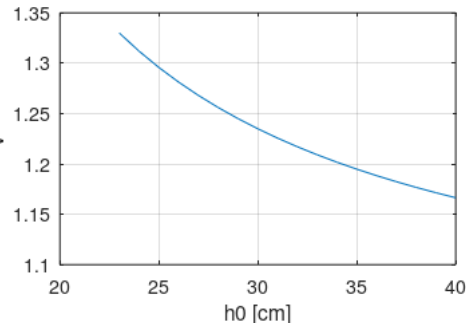
• für $n_o = 1$, $n_1 = 1,33$
 $h_w = 23 \text{ cm}$, $h_o = 35 \text{ cm}$

$$\rightarrow V = 1,18$$

• Maximum:
 wenn $h_o \approx h_w$

$$\hookrightarrow V_{\max} \approx \frac{n_1}{n_o} = 1,33$$

Vergrößerung einer Münze für $h_w = 23$



Physik: Einführung in die Optik

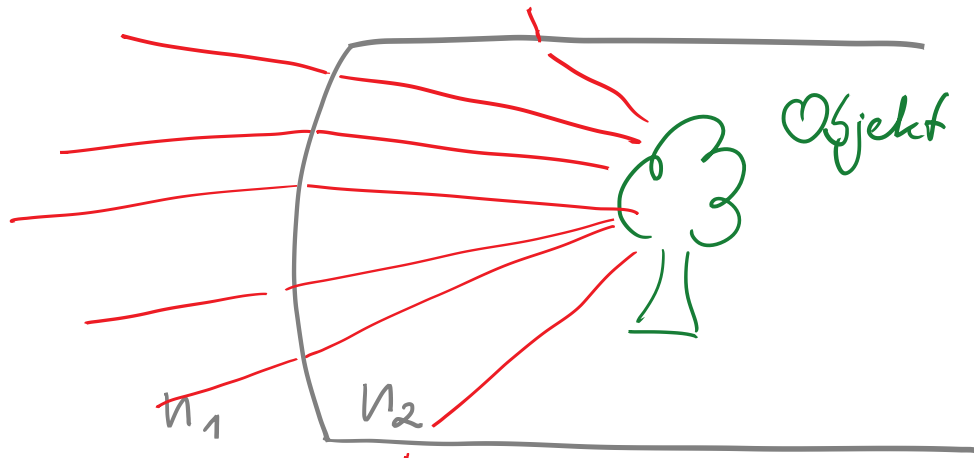
Prof. Dr. Matthias Kohl

6. Geometrische Optik:
Abbildung durch Linsen

Optische Linsen: zur Abbildung
z.B. in Kameras, Brille, Fernrohr

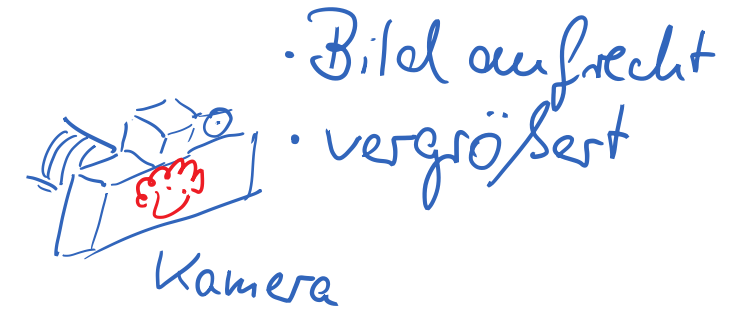
gesucht: Beschreibung im Rahmen der
geometrischen Optik
(Licht als Strahlen, Brechung, ohne
Welleneigenschaften)

1. Ansatz: eine Grenzfläche,
Objekt im Medium

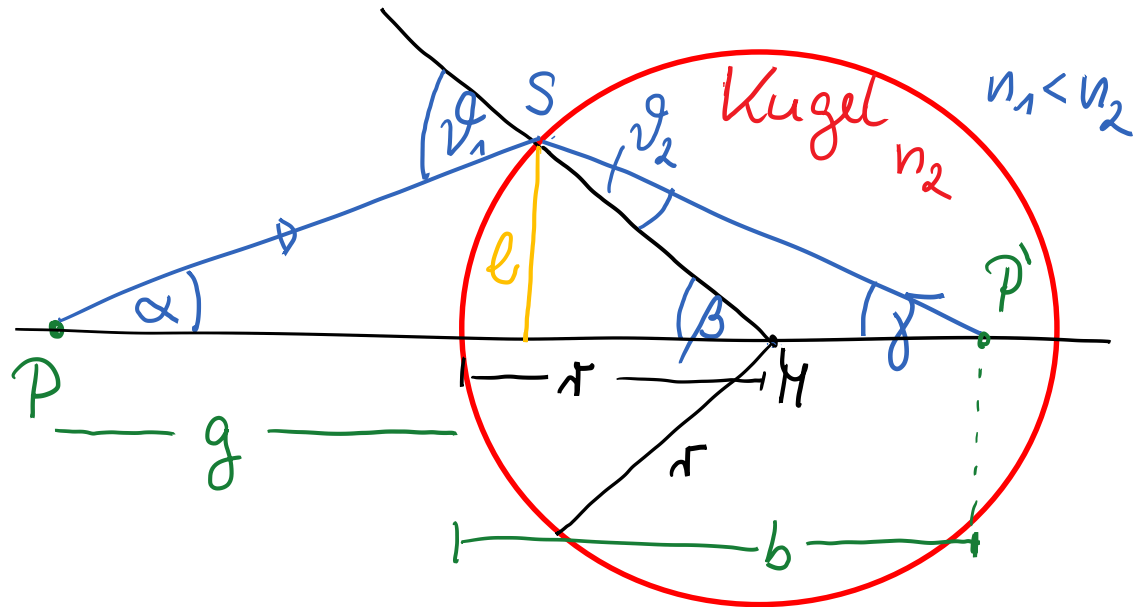


gesucht: Strahlenverlauf abhängig von
Form, Geometrie, Brechungsindex

Beispiel: Abbildung von Gegenstand
im Medium



Bildentstehung durch Brechung:



Brechung eines Lichtstrahls aus P ,

$$n_1 \sin v_1 = n_2 \sin v_2$$

für kleine Winkel, also achsennahe Strahlen: $\sin v \approx v$

$$n_1 \cdot v_1 = n_2 v_2$$

gesucht: Zusammenhang zwischen Bildweite b & Gegenstandsweite g

für Winkel gilt:

$$\bullet 180^\circ = 180^\circ - \beta + v_2 + \gamma \quad (\triangle MSP')$$

$$\hookrightarrow \beta = v_2 + \gamma = \frac{n_1}{n_2} v_1 + \gamma \quad (1)$$

$$\bullet 180^\circ = 180^\circ - v_1 + \alpha + \beta \quad (\triangle PMS)$$

$$v_1 = \alpha + \beta$$

$$\text{in (1): } \beta = \frac{n_1}{n_2} (\alpha + \beta) + \gamma$$

$$n_1 \cdot \alpha + n_2 \gamma = (n_2 - n_1) \cdot \beta$$

für kleine Winkel: $\alpha \approx \tan \alpha = \frac{l}{g}$

$$\beta \approx \tan \beta = \frac{l}{r}$$

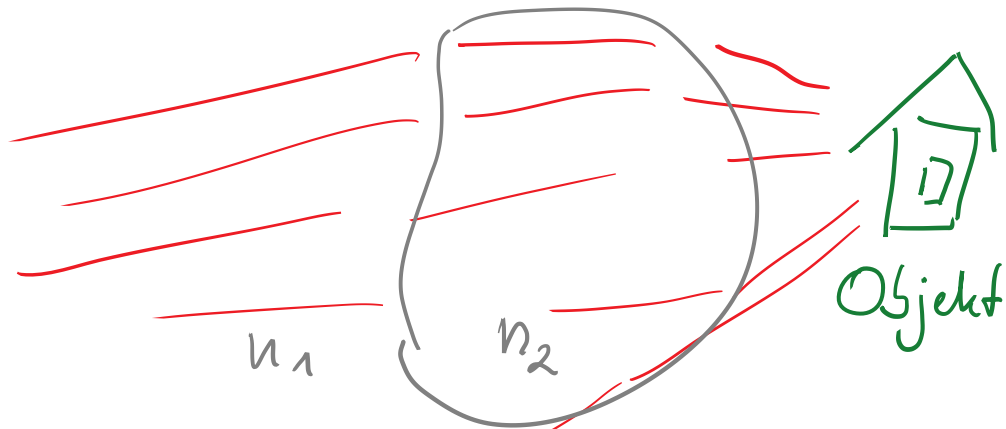
$$\gamma \approx \tan \gamma = \frac{l}{b}$$

$$\hookrightarrow \frac{n_1}{g} + \frac{n_2}{b} = \frac{n_2 - n_1}{r}$$

- reelles Bild hinter der brechenden Oberfläche

Beispiele: Taucherbrille
Goldfischbecken

2. Ansatz: zwei Grenzflächen



gesucht: Strahlverlauf & Bildentstehung

- Lösung für Kugelflächen leicht



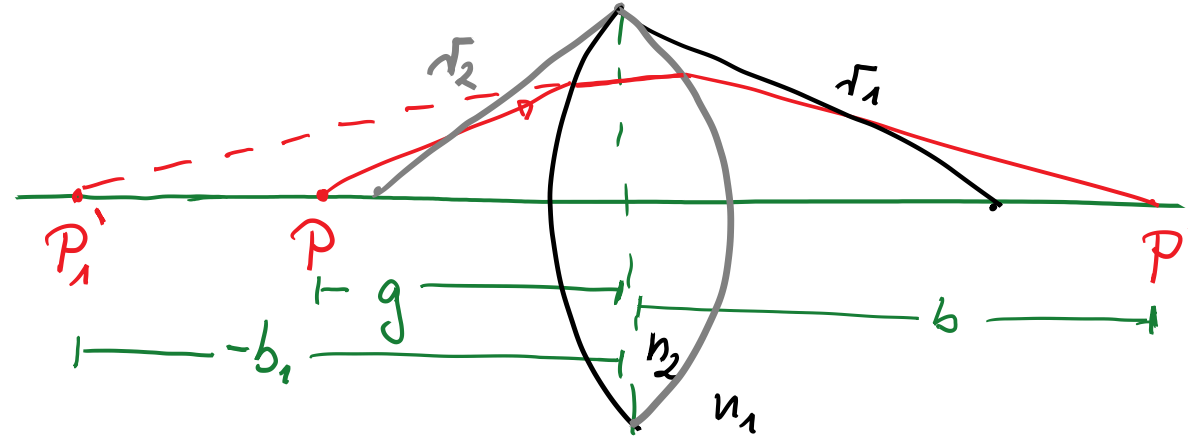
Beispiel: Glaskugel formt Bild





Dünne Linsen:

- zwei Kugeloberflächen mit r_1 & r_2
- Medium mit n_2 , außen n_1 (≈ 1 für Luft)
- Höhe / Durchmesser klein ($\ll r_1, r_2$)
- Brechung an zwei Grenzflächen
- Erweiterung und Übertragung der Ergebnisse für eine Grenzfläche



- Lichtstrahl von P wird an erster Grenzfläche gebrochen als käme er aus P'_1 (virtuelle Bild),

$$\frac{n_1}{g} + \frac{n_2}{-b_1} = \frac{n_2 - n_1}{r_1} \quad (1)$$

- zweite Grenzfläche: Brechung

$$+\frac{n_2}{b_1} + \frac{n_1}{b} = \frac{n_1 - n_2}{r_2} \quad (2)$$

↑ in (1) und (2) $\rightarrow$

$$\frac{n_1}{g} + \frac{n_2}{-b_1} = \frac{n_2 - n_1}{r_1} \quad (1) \quad \frac{n_2}{+b_1} + \frac{n_1}{b} = \frac{n_1 - n_2}{r_2} \quad (2)$$


$$\hookrightarrow \left| \frac{n_1}{g} + \frac{n_1}{b} = (n_2 - n_1) \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \right|$$

Linsenschleierformel:
aus Linsengeometrie (r_1 & r_2) und Material (n_2) kann Gegenstands- und Bildweite verknüpft werden.

Definition der Brennweite einer Linse:

- parallel einfallende Strahlen ($g = \infty$) sammeln sich im Brennpunkt:

$$g = \infty; b = f$$

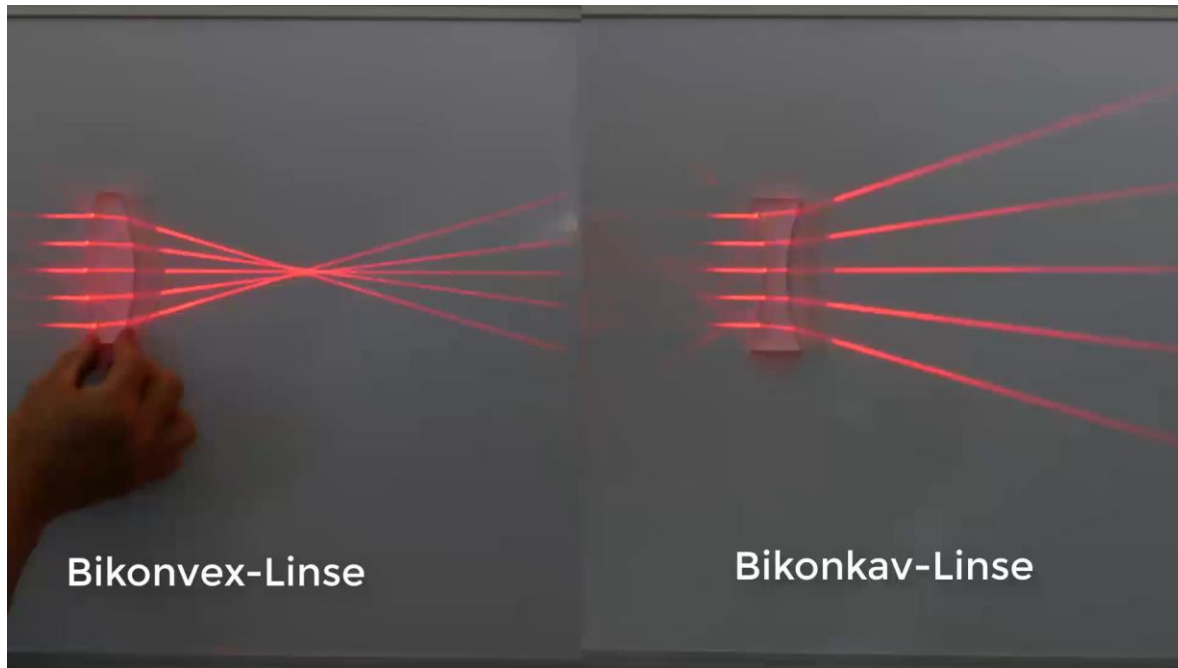
Sei $n_1 \approx 1$ (Luft) und $n = n_2$ (Glas)

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = 0 + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

$$\hookrightarrow f = \left[(n-1) \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \right]^{-1}$$

$$\text{Linsengleichung: } \left| \frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \right|$$

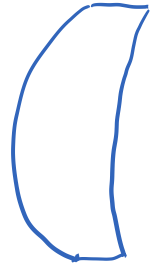
- aus Krümmungsradien r_1 & r_2 und n kann die Brennweite f bestimmt werden
- und mit g daraus b



Linseentypen:


Bikonvex


Plan-
konvex


Konvex-
konkav


Bikonkav


Plankonkav

Beispiel: Bikonvexlinse mit $r_1 = 10\text{cm}$,
 $r_2 = -15\text{cm}$ und $n = 1,5$

$$\begin{aligned} \frac{1}{f} &= (n-1) \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \\ &= 0,5 \cdot \left(\frac{1}{10\text{cm}} - \frac{1}{-15\text{cm}} \right) \\ &= 0,5 \cdot \frac{3 + 2}{30\text{cm}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{30\text{cm}} = \frac{1}{12\text{cm}} \end{aligned}$$

$f = 12\text{cm}$ Sammellinse

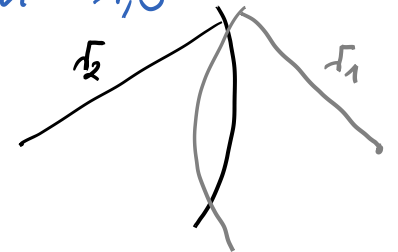
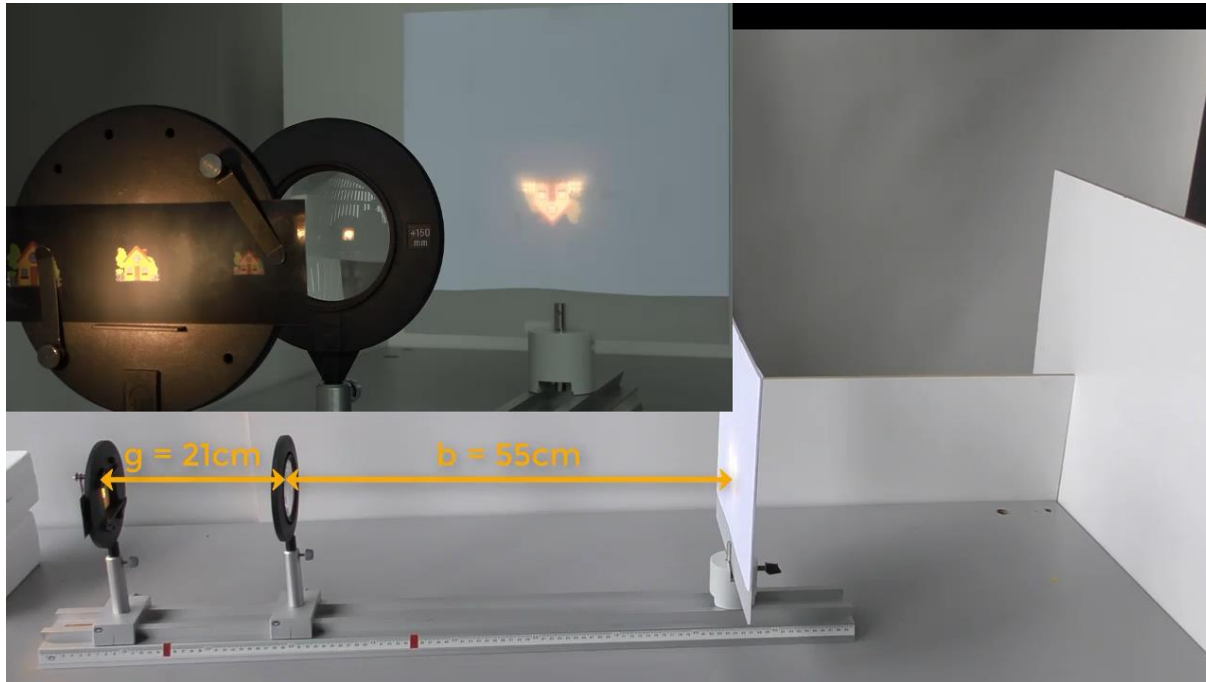


Abbildung mit Linse ($f = 150 \text{ mm}$):

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$$



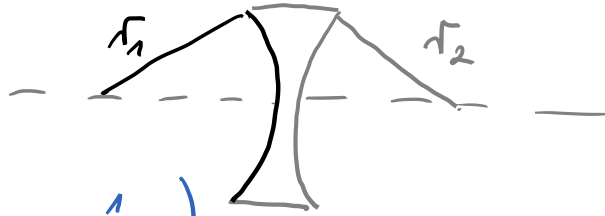
Beispiel für diese Brennweite $f = 150 \text{ mm}$:

$$b = \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{g} \right)^{-1}$$

$$g = 210 \text{ mm} \rightarrow b = 525 \text{ mm}$$

$$g = 180 \text{ mm} \rightarrow b = 900 \text{ mm} \quad \text{Bild wird größer}$$

Beispiel: $r_1 = -10 \text{ cm}$, $r_2 = +15 \text{ cm}$
 $n = 1,5$



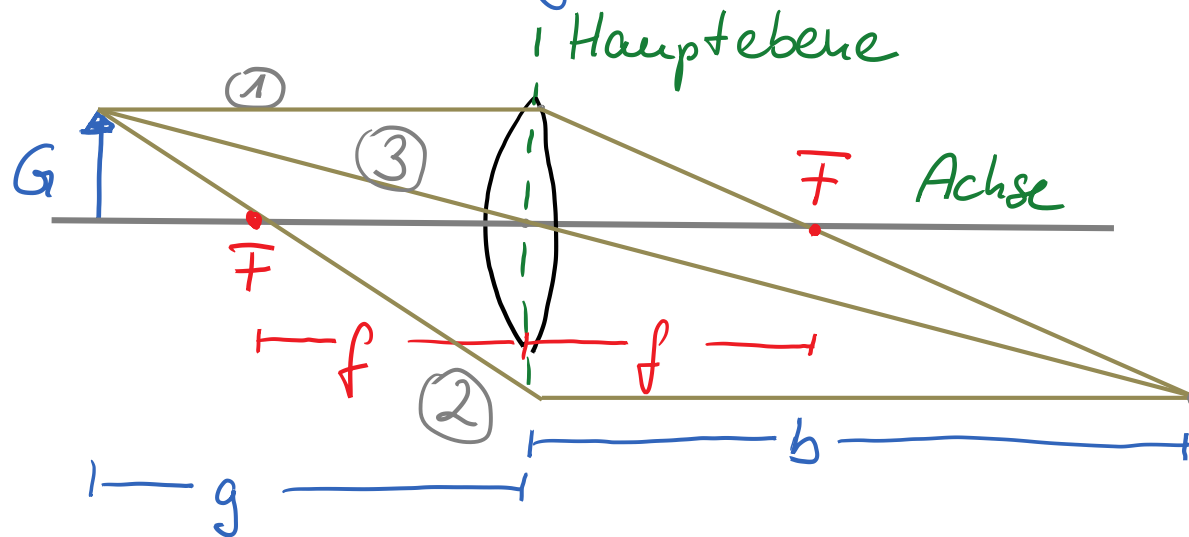
$$\frac{1}{f} = 0,5 \cdot \left(\frac{1}{-10 \text{ cm}} - \frac{1}{15 \text{ cm}} \right)$$

$$= -\frac{1}{12 \text{ cm}}$$

$$f = -12 \text{ cm} \quad \text{Zerstreuungslinse}$$

Bildkonstruktion bei Linsen

- Strahlenweg umkehrbar / Brennpunkt auf beiden Seiten
- Hauptebene: Symmetrie



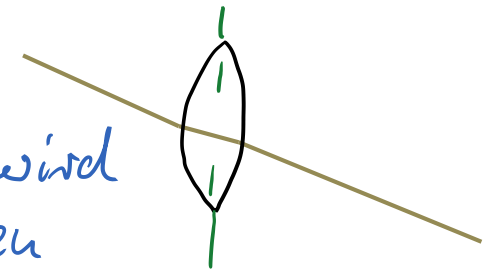
Konstruktionsstrahlen

- ① Achsenparallele Strahlen gehen durch den Brennpunkt
- ② Brennpunktstrahl: hinter der Linse achsenparallel
- ③ Mittelpunktstrahl verläuft geradlinig

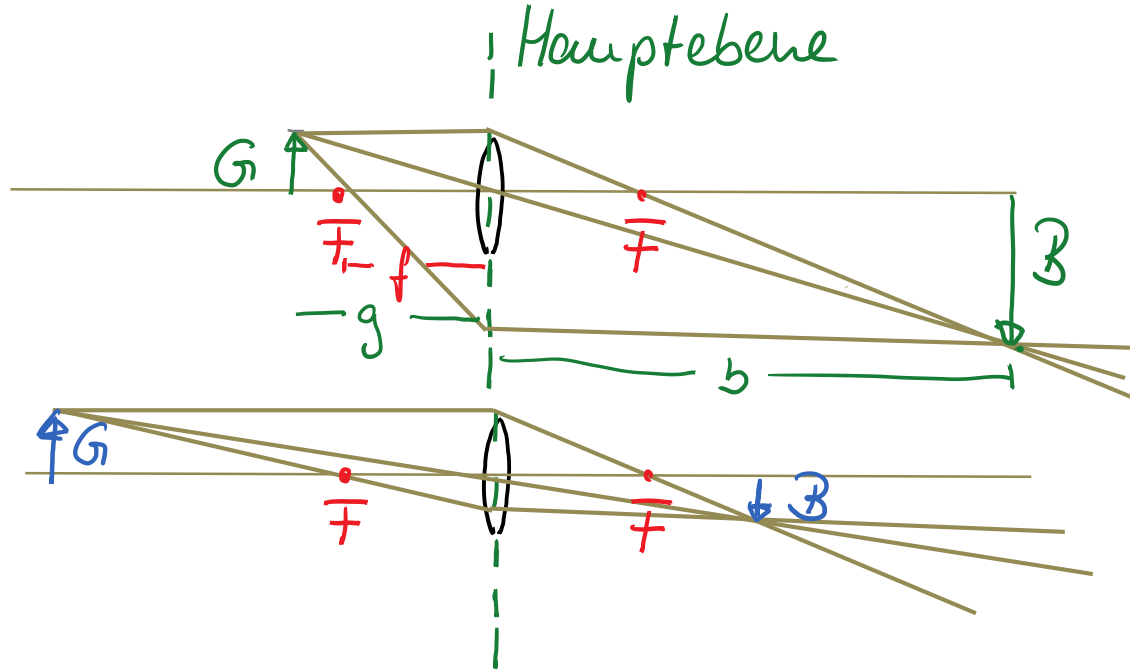
Anmerkung:

- Hauptebene bildet den Bezug und nicht die reale Linse
- nur für dünne Linsen: Strahl ③

real / dicke Linse:
Mittelpunktstrahl wird
gebrochen

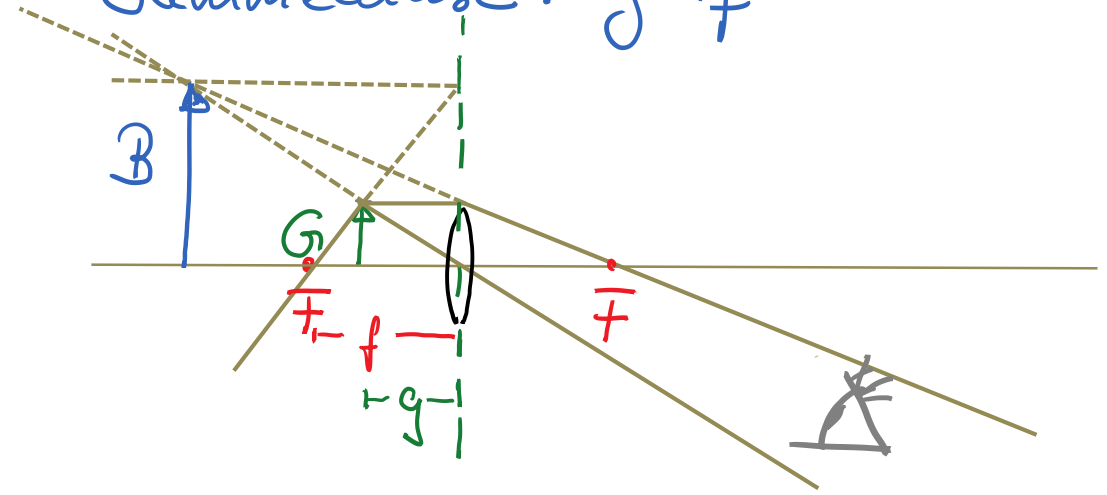


- Sammellinse: $g > f$



↳ reelles Bild, auf dem Kopf
 Vergrößerung $V = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}$
 (g groß $\rightarrow B$ klein)

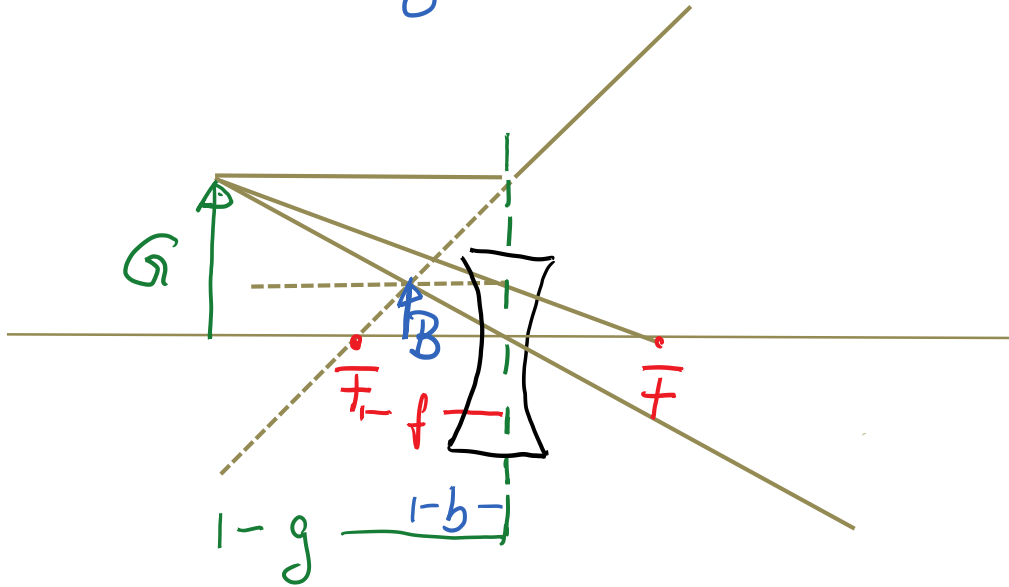
- Sammellinse: $g < f$



- Kein Schnittpunkt der Konstruktionsstrahlen hinter der Linse
- aber: rückwärtige Verlängerung $\rightarrow$ Schnittpunkt

↳ virtuelle Bild, aufrecht
 für ein beobachtendes Auge (Kamera)
 scheinen die Strahlen aus B zu kommen

• Zerstreuungslinse



- kein direkter Schnittpunkt der Konstruktionsstrahlen auf der rechten Linsen Seite
 - rückwärtige Verlängerung
→ Schnittpunkt
- ↳ virtuelles Bild, aufrecht

Physik: Einführung in die Optik

Prof. Dr. Matthias Kohl

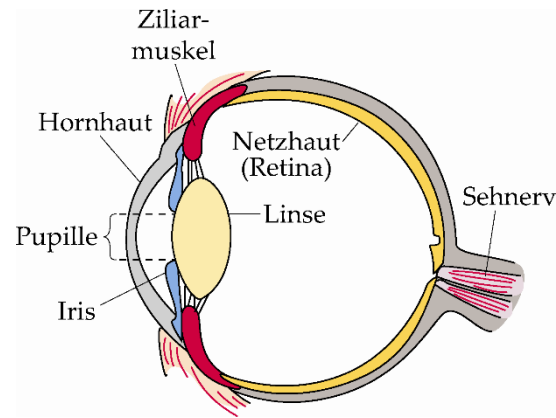
7. Optische Instrumente :
kurze Einführung

Beispiele für optische Instrumente

- Brille
- Teleskop
- Mikroskop

Das Auge:

- Linse → Abbildung
- Änderung der Linsenkrümmung f wird angepasst
→ scharfes Bild auf Netzhaut



Aus: Tipler/Mosca: Physik, 6. Auflage © Spektrum Akademischer Verlag 2009

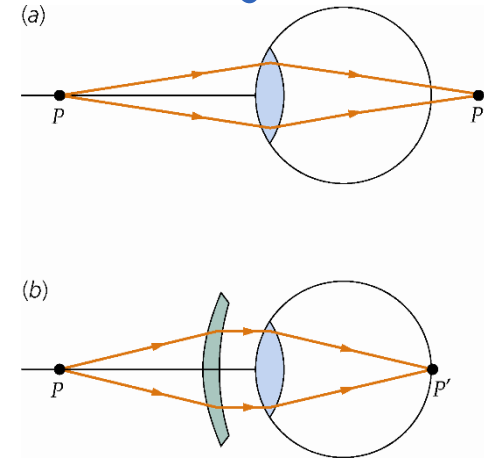
- Deutliche Sehweite: minimaler Abstand, bei dem scharf gesehen werden kann; abhängig vom Alter, Linsenfehlern etc.
Standardwert $s_0 = 25\text{cm}$

• Weitsichtigkeit:

Gegenstände in großer Entfernung:
Abbildung auf Netzhaut;

Kleine Entfernung:
Bild hinter Netzhaut

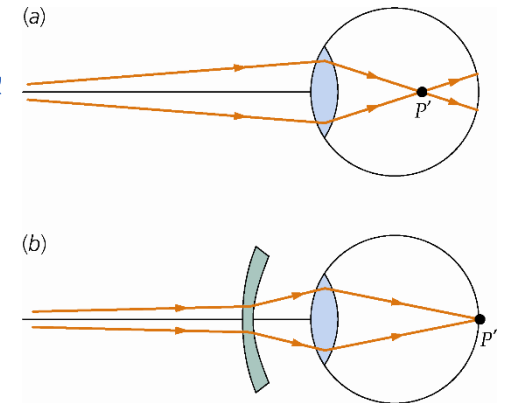
Korrektur: Sammellinse



• Kurzsichtigkeit:

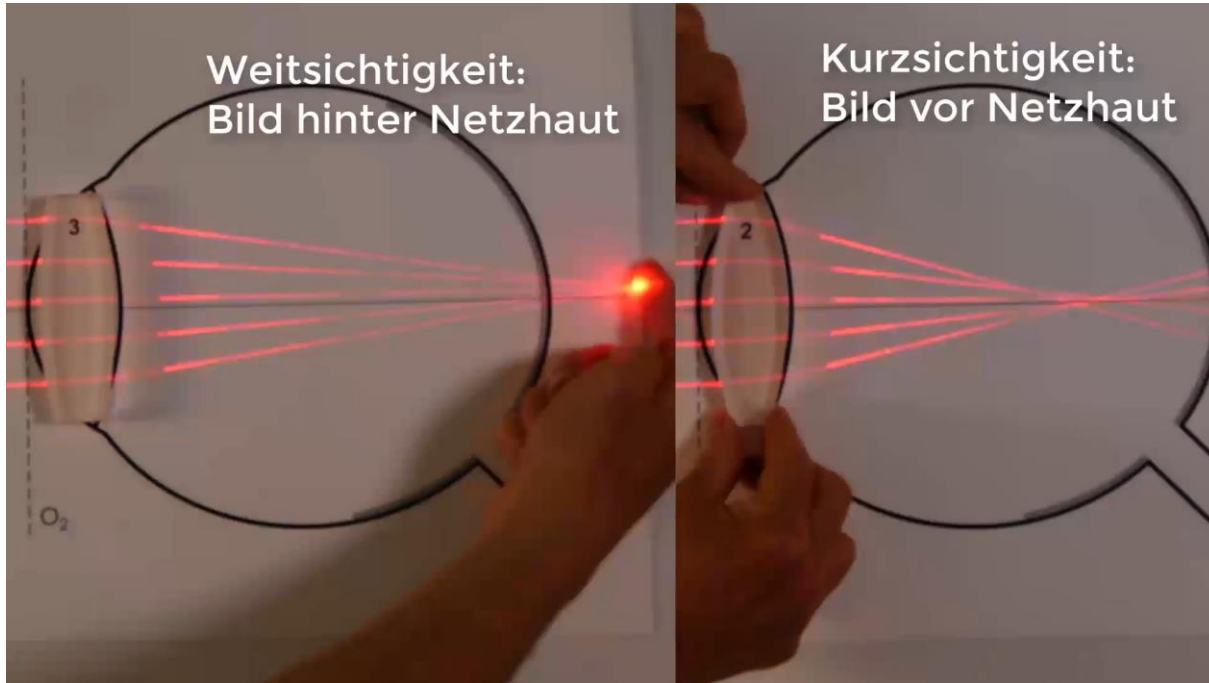
weit entfernte Gegenstände
→ Abbildung vor Netzh.

Korrektur: Zerstreuungslinse



- Astigmatismus = Hornhautverkrümmung

Weit-/Kurzichtigkeit: Korrektur durch Linsen



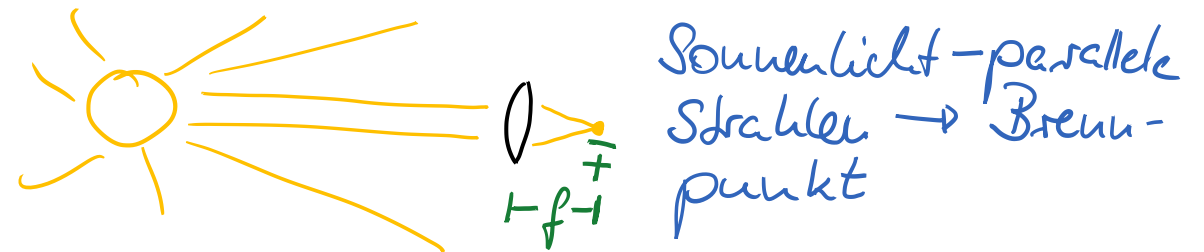
Brille: Beschreibung der Linse durch
die Brechkraft $D = \frac{1}{f}$

Einheit $[D] = \frac{1}{m} = 1 \text{ Dioptrie}$

$D > 0$: Sammellinse

$D < 0$: Zerstreuungslinse

Billen gläser: für Weitsichtigkeit
→ Sammellinse

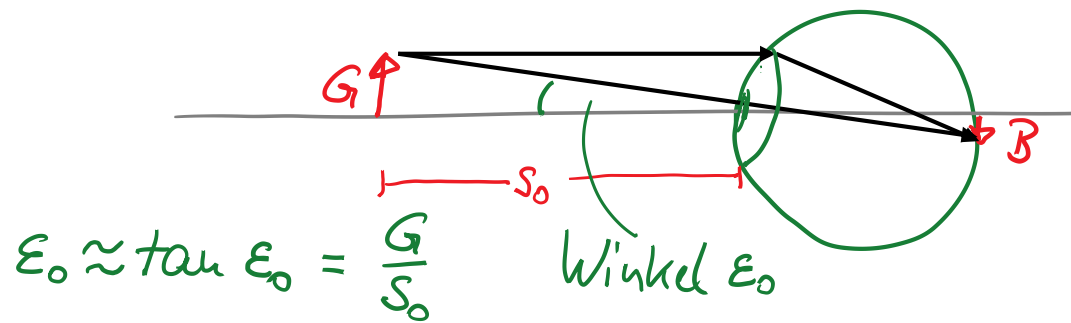


hier: $f \approx 50 \text{ cm} \rightarrow D = \frac{1}{0,5 \text{ m}} = 2 \text{ Dioptrie}$

Die Lupe:

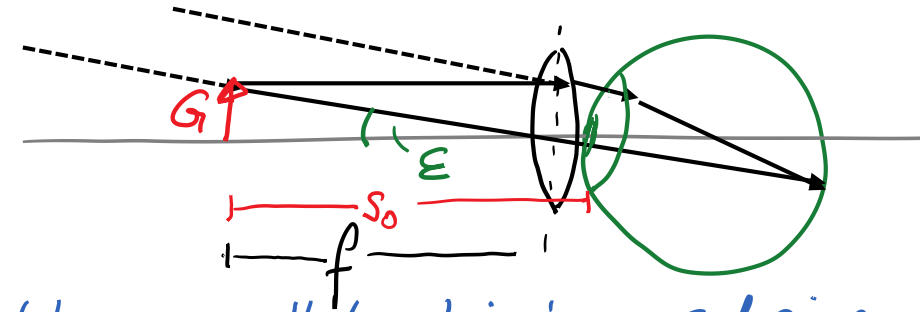
- Sammellinse vor dem Auge
- Gegenstand erscheint vergrößert
- und kann näher ans Auge gebracht werden

Gegenstand am Nahpunkt:



$$\epsilon_0 \approx \tan \epsilon_0 = \frac{G}{s_0}$$

Sammellinse mit $f < s_0$: Gegenstand in $\overline{F}$



gestrichelte, parallele Linien scheinen aus dem Unendlichen zu kommen
→ virtuelles Bild im Unendlichen

Abschätzung der Vergrößerung:

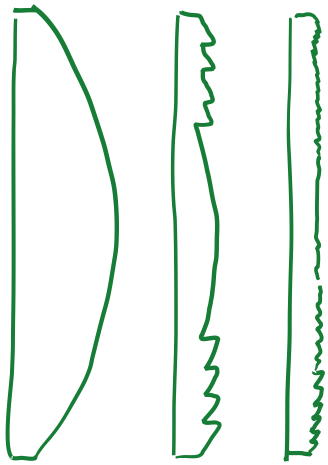
Wenn Sammellinse direkt vor dem Auge: $\epsilon \approx \frac{G}{f}$

die Vergrößerung ist $\frac{f}{s_0}$ möglich, da die Gegenstandsweite herab gesetzt wird

$$\text{Vergrößerung } V = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \frac{G}{f} \cdot \frac{1}{G/s_0} = \frac{s_0}{f}$$

Beispiel: Fresnellinse

- dünn, einfacher Aufbau
- Reduktion der abbildenden Flächen



brechende Flächen
werden beibehalten



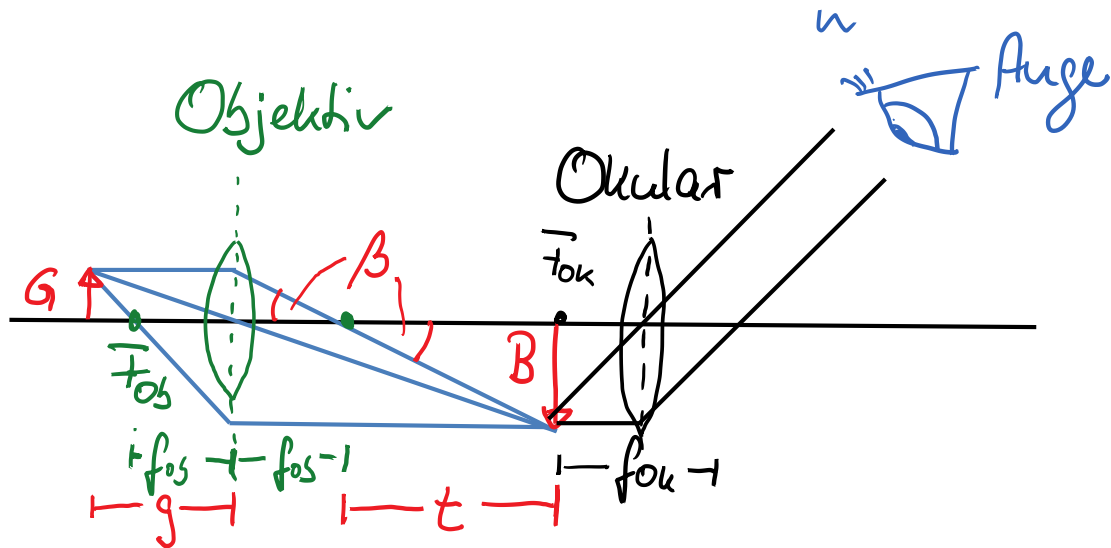
Anwendung:

- Beleuchtung
- im Auto: Abbildung bei Sicht durch Heckscheibe

Das Mikroskop:

Ziel: Abbildung eines kleinen Gegenstandes $\rightarrow$ Bild vergrößert

Einfachster Aufbau: Kombination von zwei Sammellinsen & Auge



Objektiv: Gegenstand nahe am Brennpunkt ($g \approx f_{os}$)

$\rightarrow$ reelles, vergrößertes, umgekehrtes Bild B in Entfernung t (Tubuslänge) vom Brennpunkt

$$\rightarrow \tan \beta \approx \frac{G}{f_{os}} = \frac{B}{t}$$

$$\hookrightarrow \text{Vergrößerung } V_{os} = \frac{B}{G} = -\frac{t}{f_{os}}$$

Okular: Lupe mit Bild B im Brennp. F_{ok}

$\rightarrow$ virtuelles Bild im Unendlichen

$$\hookrightarrow \text{Vergrößerung } V_{ok} = \frac{s_o}{f_{ok}}$$

Gesamtvergrößerung des Mikroskops:

$$V_H = V_{O5} \cdot V_{Ok} = -\frac{t}{f_{O5}} \cdot \frac{s_o}{f_{Ok}}$$

also: $V_H \sim t$: großer Tubus bzw.
Abstand der Linsen führt zu
großen Bildern

$V_H \sim \frac{1}{f_{O5} \cdot f_{Ok}}$: kleine Brennweiten
sinnvoll

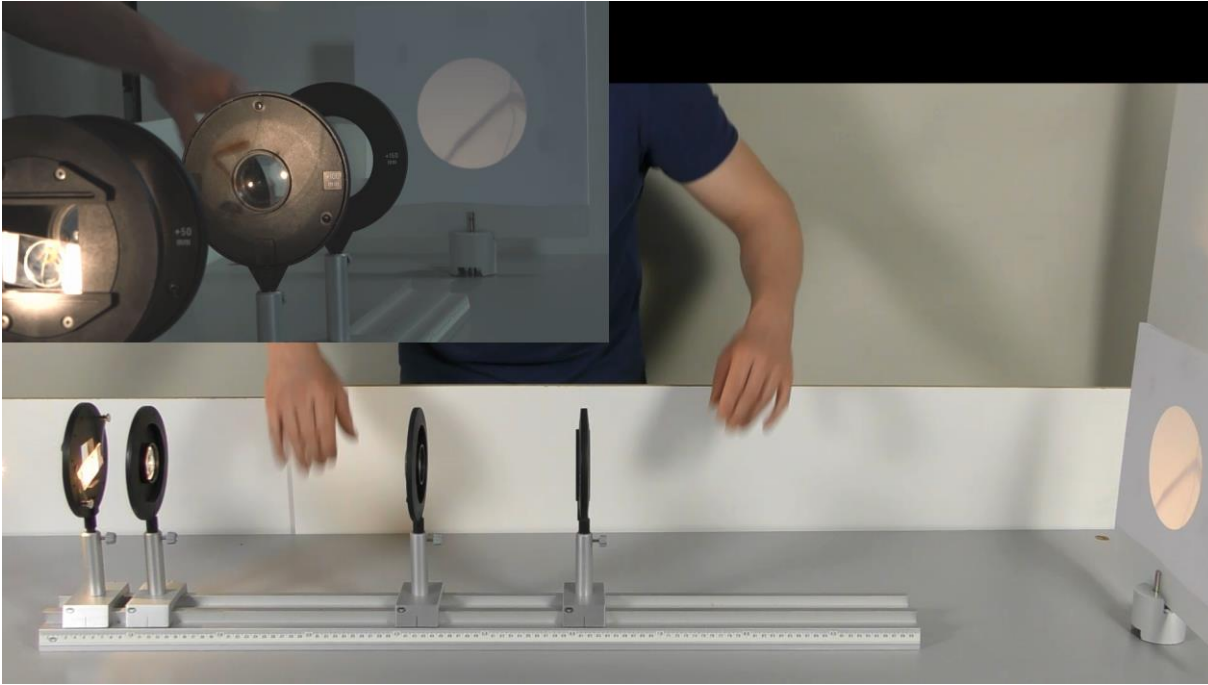
Beispiel: Mikroskop mit $f_{O5} = 1,2 \text{ cm}$;
 $f_{Ok} = 2 \text{ cm}$ und $t = 16 \text{ cm}$

$$\hookrightarrow V_H = -\frac{16 \text{ cm} \cdot 25 \text{ cm}}{1,2 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm}} = -167$$

Anmerkung:

- V_H kann durch kurze Brennweiten vergrößert werden
- reale Begrenzung durch:
 - Linsenqualität / Linsenfehler
 - Lichtstärke
 - Beugung, d.h. die Wellennatur des Lichtes

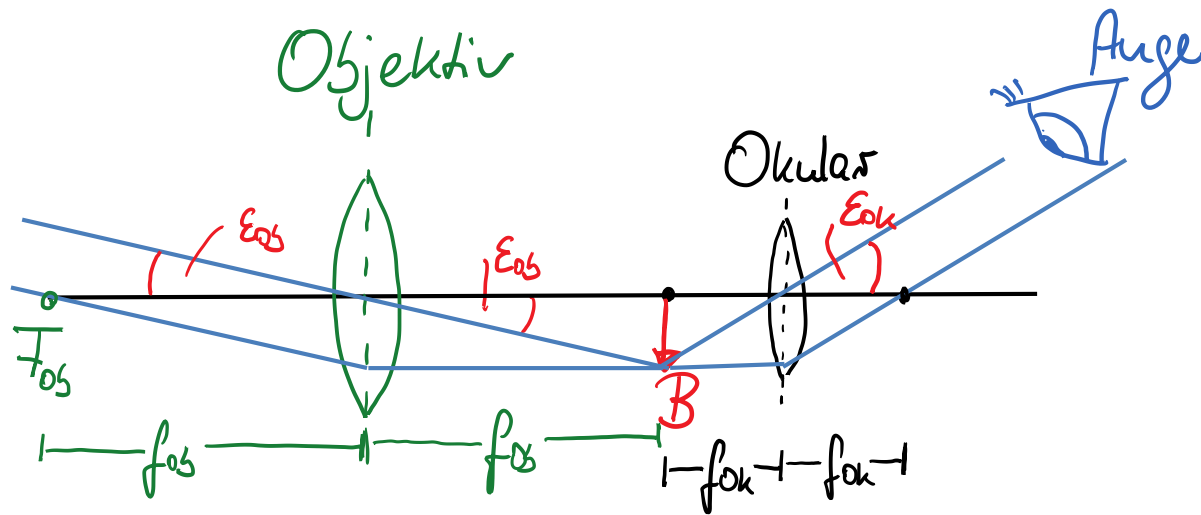
Beispiel: Mikroskop



Das Teleskop:

Ziel: Abbildung eines großen Objektes
in großer Entfernung

Einfacher Aufbau: zwei Sammellinsen
& Auge



Objektiv: Sammellinse; weit entferntes Objekt / Gegenstand $\rightarrow$ reelles, verkleinertes Bild, näherungsweise im Brennpunkt

$$\tan \epsilon_{ob} \approx \epsilon_{ob} = \frac{-B}{f_{ob}}$$

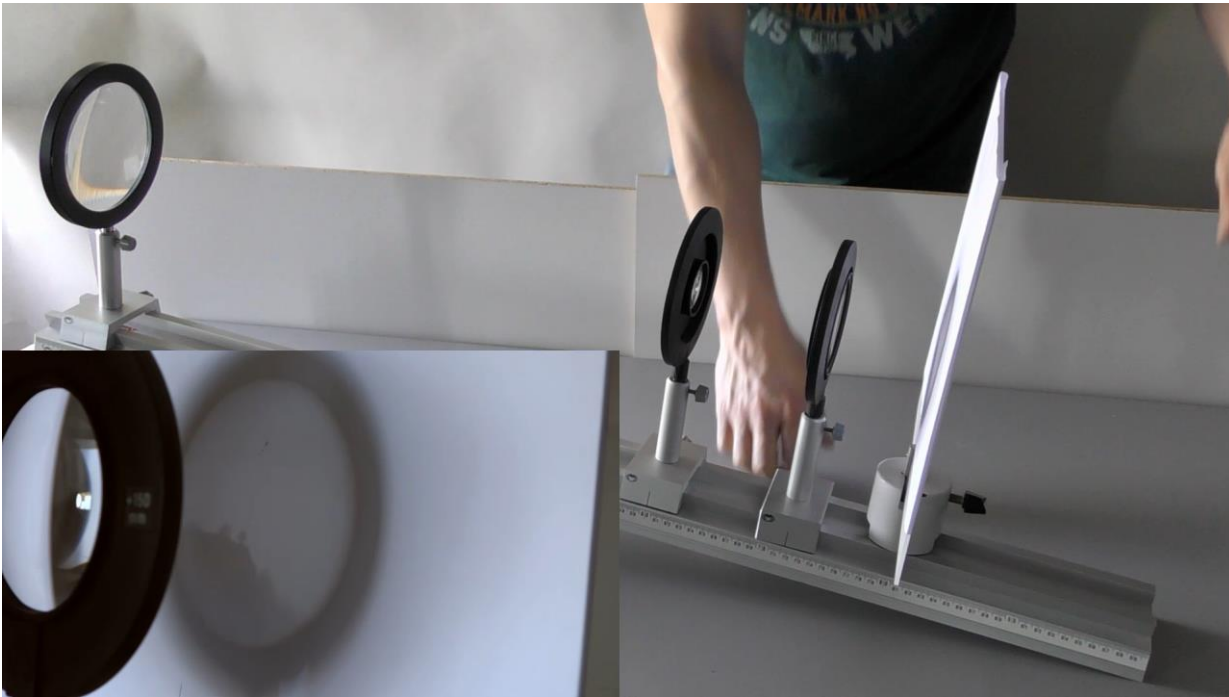
Okular: Brennpunkt im Bildpunkt

$$\tan \epsilon_{ok} \approx \epsilon_{ok} = \frac{B}{f_{ok}}$$

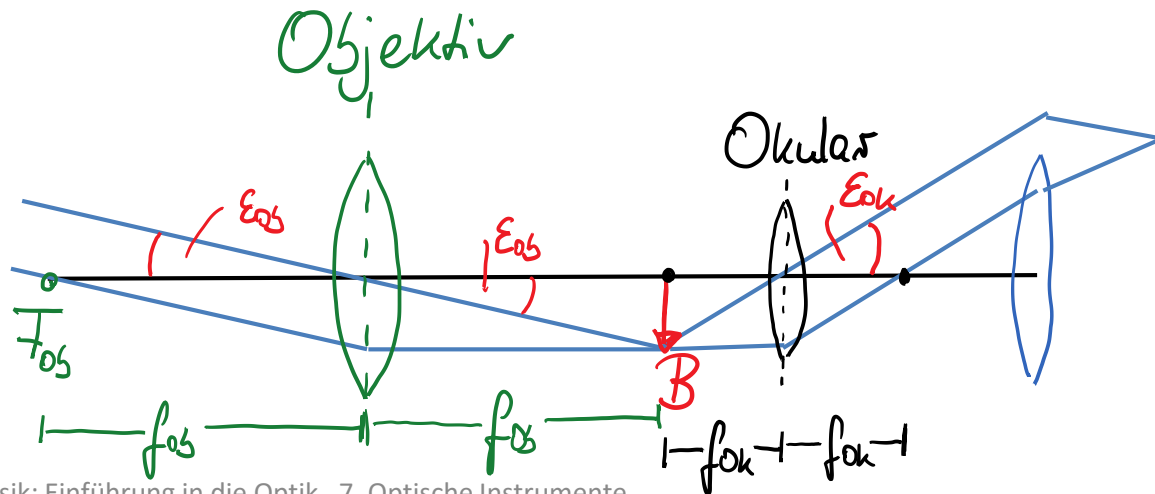
Vergrößerung V : der Winkel wird verändert und vergrößert, natürlich nicht das Objekt!

$$V = \frac{\epsilon_{ok}}{\epsilon_{ob}} = -\frac{f_{ob}}{f_{ok}}$$

Aufbau Fernrohr



$$V_I = \frac{\epsilon_{Ok}}{\epsilon_{Os}} = -\frac{f_{Os}}{f_{Ok}}$$



Beispiel: Teleskop mit $f_{\text{ok}} = 200 \text{ cm}$
und $f_{\text{ok}} = 0,5 \text{ cm}$

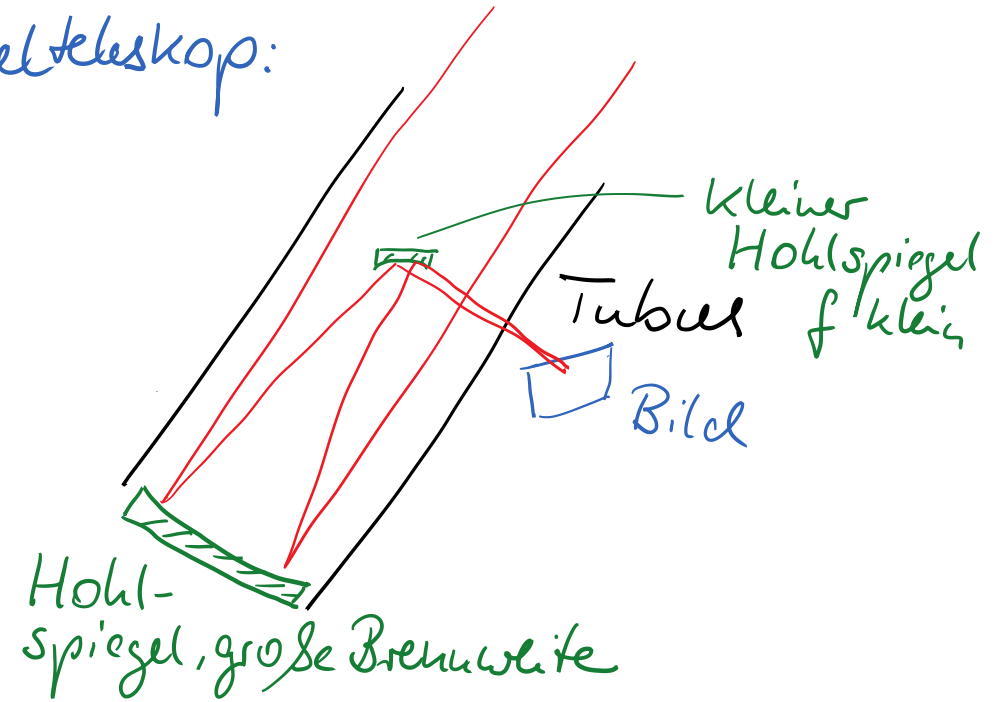
$$\hookrightarrow V_i = \frac{-200}{0,5} = -400$$

Linenteleskope:

- Nachteile

- Dispersion $\rightarrow$ Farbfehler
- lange Brennweiten & großer Linsendurchmesser $\rightarrow$ große Masse, schwer herzustellen

Spiegelteleskop:

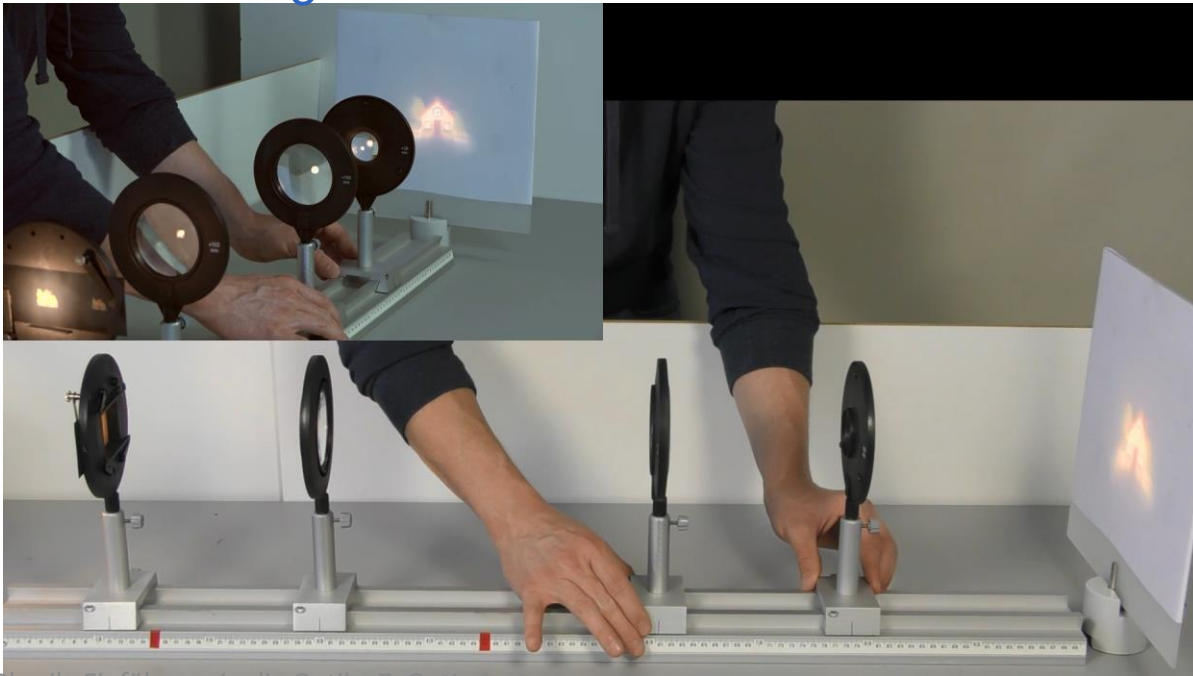


- keine Dispersion
- einfacher & leichter als Linenteleskop

Optische Aufbauten mit mehr als
zwei Linsen

- Abbildungen (Vergrößerung, Verkleinerung)
- variable Vergrößerung („zoom“)
- hohe Qualität etc.

Abbildung mit 3 Linsen:



Abbildungsfehler:

- Fehler in den Abbildungen durch Linsen und Spiegel

a) Sphärische Abberation

Annahme in der Herleitung der Abbildung von Hohlspiegel u. Linsen:

achsennahe Strahlen / kleine Winkel

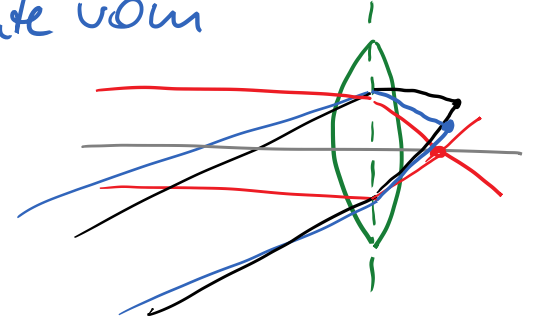
$$\hookrightarrow \alpha \approx \sin \alpha \approx \tan \alpha$$

$\hookrightarrow$ Fehler für Strahlen, die nicht achsen-nah sind

Korrektur: Hohlspiegel mit Parabelform (Parabolspiegel)

b) Astigmatismus

für parallel einfallende Strahlen hängt die Brennweite vom Winkel ab



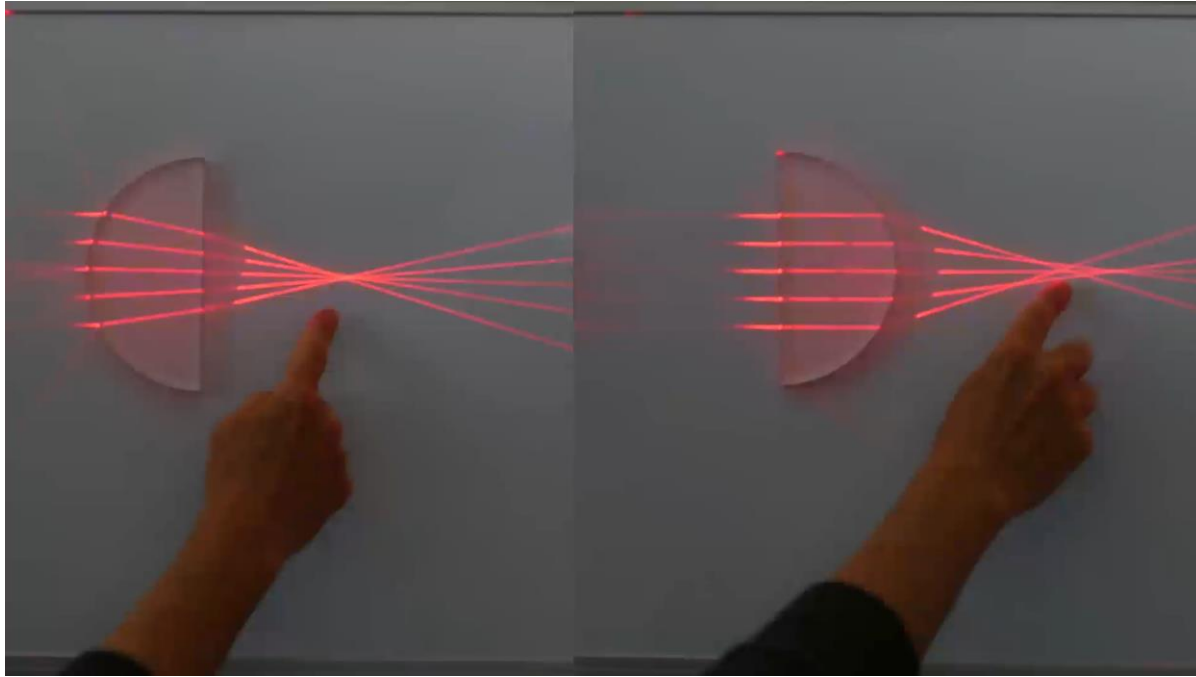
c) Chromatische Abberation

Dispersion $n = n(\lambda) \rightarrow$ Brennweite hängt von λ ab

Korrektur: Linsensysteme mit untersch., sich gegenseitig kompensierender Dispersion (Achromatische Linsen)

Beispiel: Abbildungsfehler

- plan-konvexe Linse
- Fokussierung paralleler Strahlen

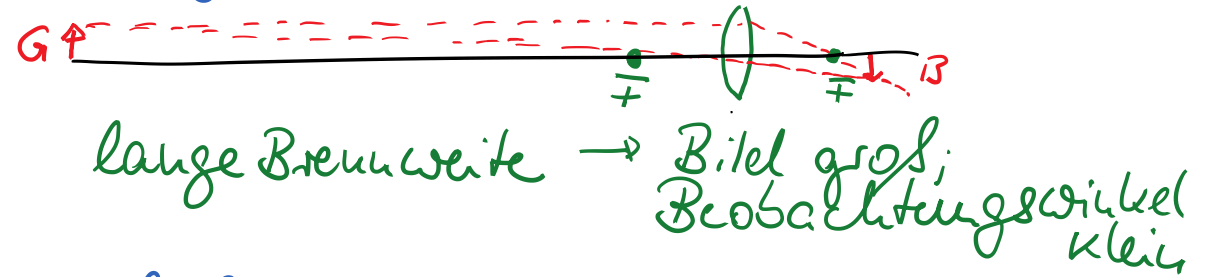


- parallele Strahlen fallen auf konvexe Fläche → gute Fokussierung
- ... auf plane Fläche → schlechte Fokussierung

Anmerkungen zur Kameraoptik und Einstellungen

Belichtungszeit T : Lichtmenge
Blendenzahl BZ : Objektivöffnung
Tiefenschärfe
(Verstärkung des Signals $\rightarrow$ ISO-Wert)

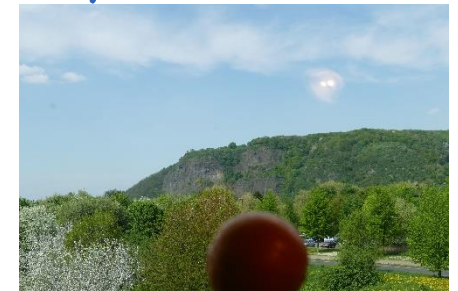
- Brennweite:
.. bestimmt die Vergrößerung / den
abgebildeten Bildbereich



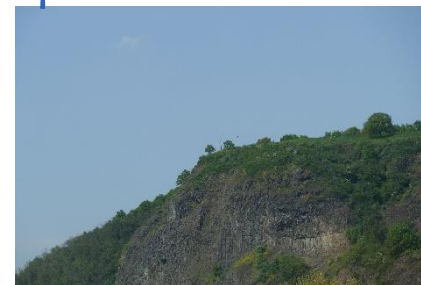
$f = 9 \text{ mm}$



$f = 18 \text{ mm}$



$f = 73 \text{ mm}$



$f = 146 \text{ mm}$



• Blende (Aperture) Öffnung



Blendenzahl $BZ = f / \text{Durchmesser}$
der Eintrittslinse

Intensität $\sim$ Linsenfläche $\sim D^2 \sim \frac{1}{BZ^2}$

Vergleich einer Optik mit $BZ=1/1.8$ und
 $BZ=1/8$: Lichtmenge ist höher um
Faktor $\left(\frac{8}{1.8}\right)^2 \approx 20$

Blende $BZ = 1/1.8$: $\langle I \rangle = 144$



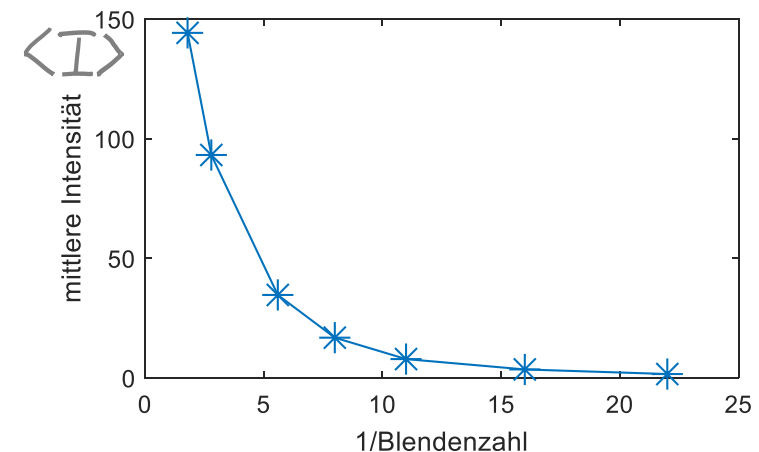
Blende $BZ = 1/2.8$: $\langle I \rangle = 93$



Blende $BZ = 1/5.6$: $\langle I \rangle = 34$

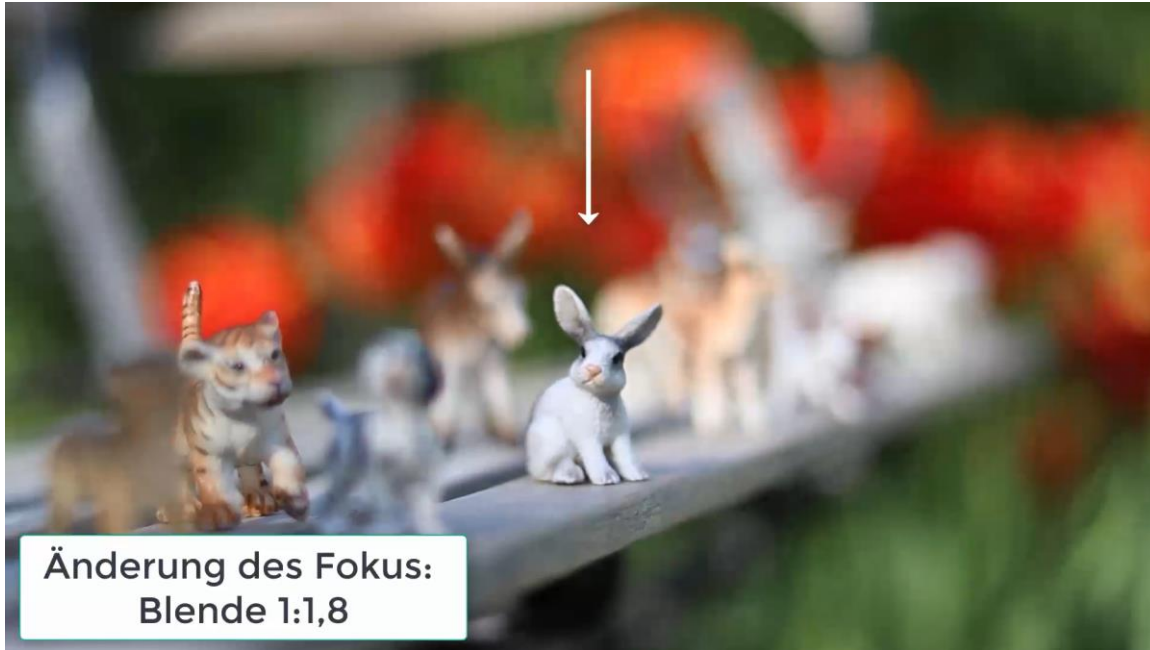


Blende $BZ = 1/8.0$: $\langle I \rangle = 17$



Tiefenschärfe: Einfluss der Blendenzahl
auf den scharf abgebildeten Bereich

- große Linzenöffnung (Bz groß)
→ kleiner Entfernungsbereich scharf

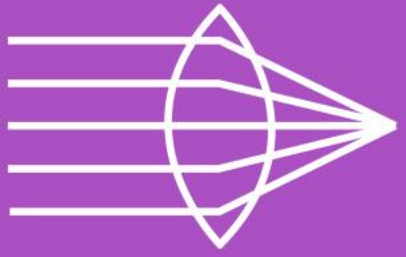


$$Bz = 1/1,8$$



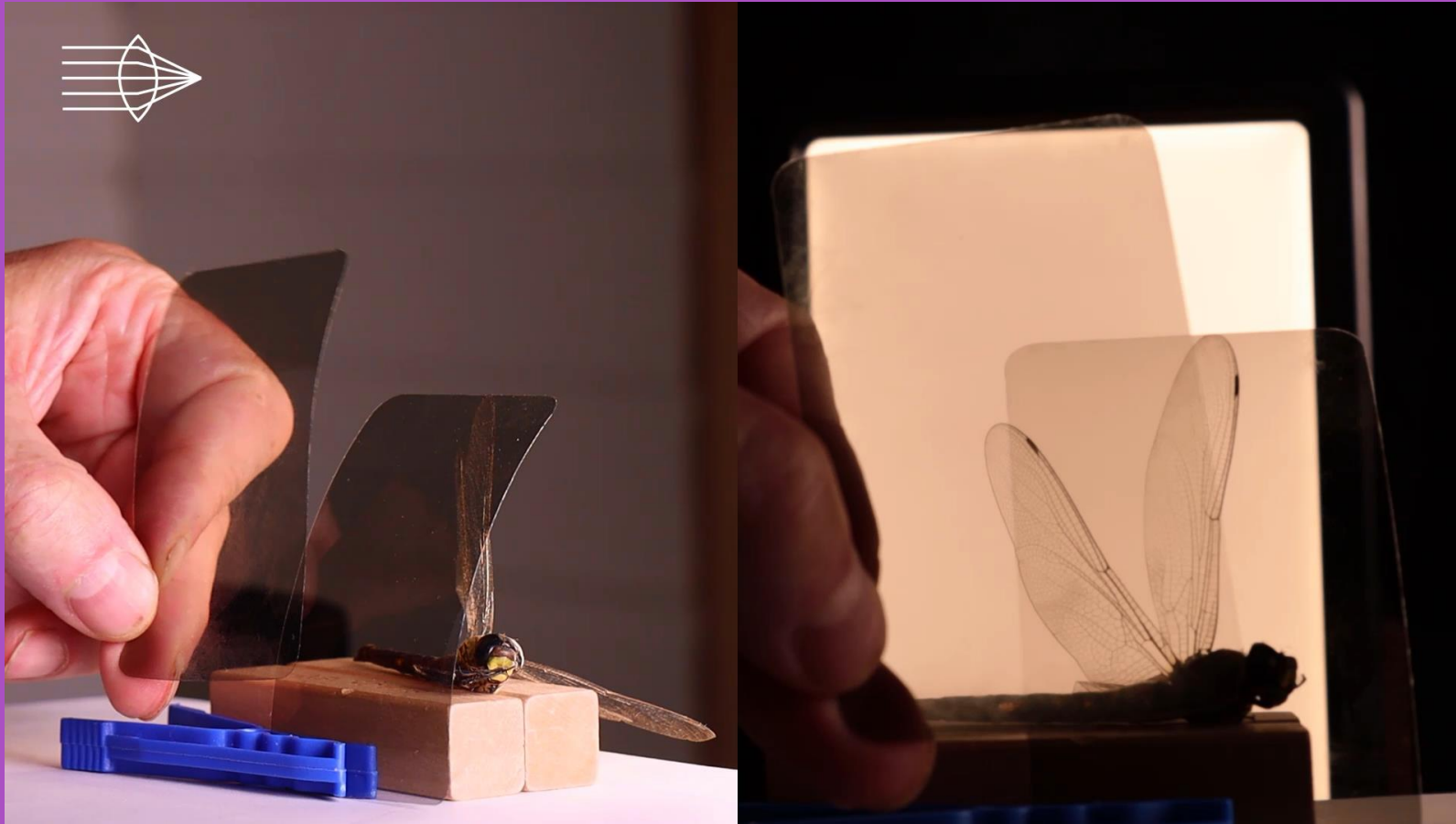
$$Bz = 1/16$$

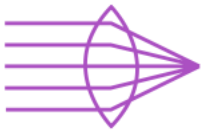




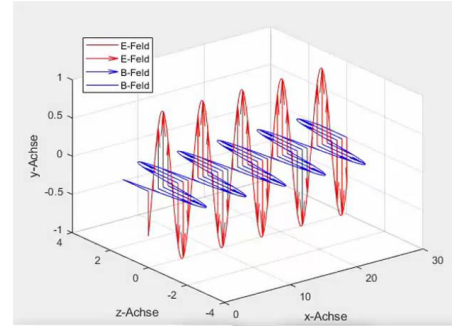
Licht und Polarisation

Gesetz von Malus



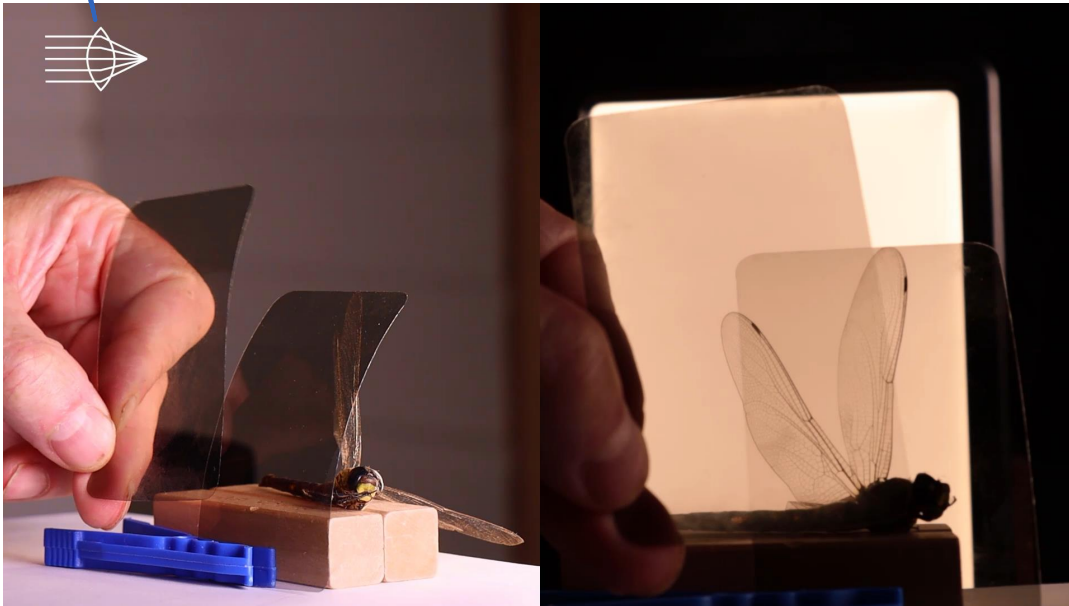


- Polarisationsfolien: Transmission von einer Pol.-Richtung des E-Feldes, Absorption in andere Richtung



Elektromagnetische Welle: linear polarisiert

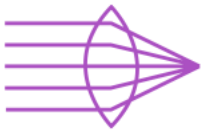
- Experimente zur Transmission:



Beobachtung:

- Transmission abh. von Drehrichtung des Pol.-Filter
- Zusätzliches Pol.Filter: Transmission kann größer werden
- Transparente Plastikfolie ändert Transm.

↳ Beschreibung / Erklärung gesucht!

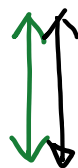


Experiment: Transmission durch zwei, gegeneinander gedrehte Pol.-Filter



Beobachtung

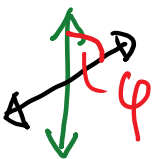
Orientierung der Filter



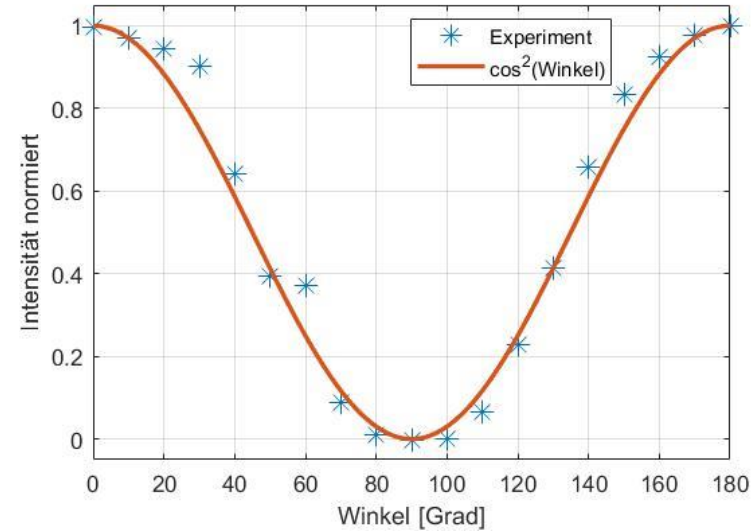
I_{maximal}



$I=0$



I abh. von Drehwinkel φ

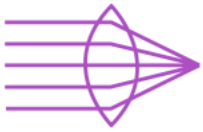


$$I = I_0 \cdot \cos^2(\varphi)$$

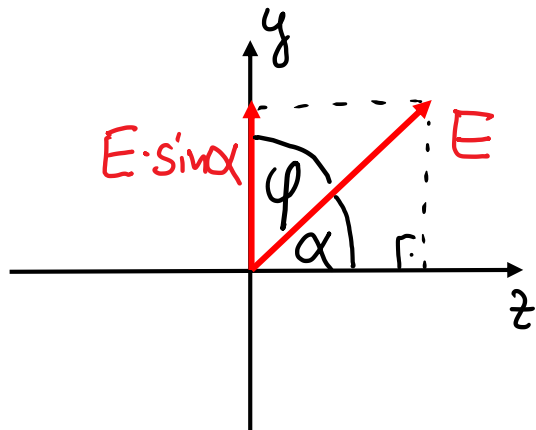
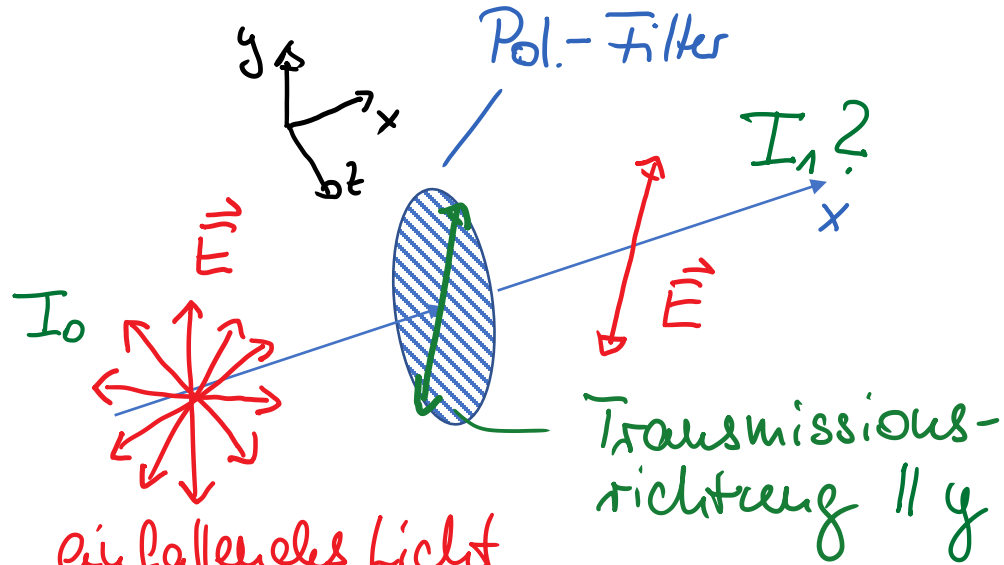
Gesetz von Malus

φ Drehwinkel

• Begründung gesucht?



a) Transmission: 1 Polarisator:



einfallendes E-Feld
 $\rightarrow$ transmittiert wird
 $E \cdot \sin \alpha$
 $E \cdot \cos \varphi$ $\varphi = 90^\circ - \alpha$



• Intensität $I = \frac{1}{2} \mu_0 c_0 \langle E^2 \rangle$ zeitliche Mittelwert

• unpolarisiertes Licht: alle Winkel α treten auf
 E-Feld in alle Richtungen, unabh. von α
 also nach Pol.-Folie

$$\int_0^{2\pi} E^2 \sin^2 \alpha \, d\alpha = E^2 \underbrace{\int_0^{2\pi} \sin^2 \alpha \, d\alpha}_{1/2} = E^2 \cdot \frac{1}{2}$$

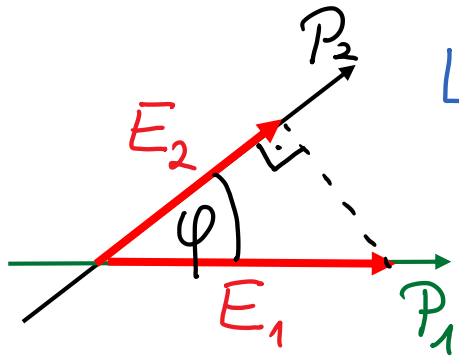
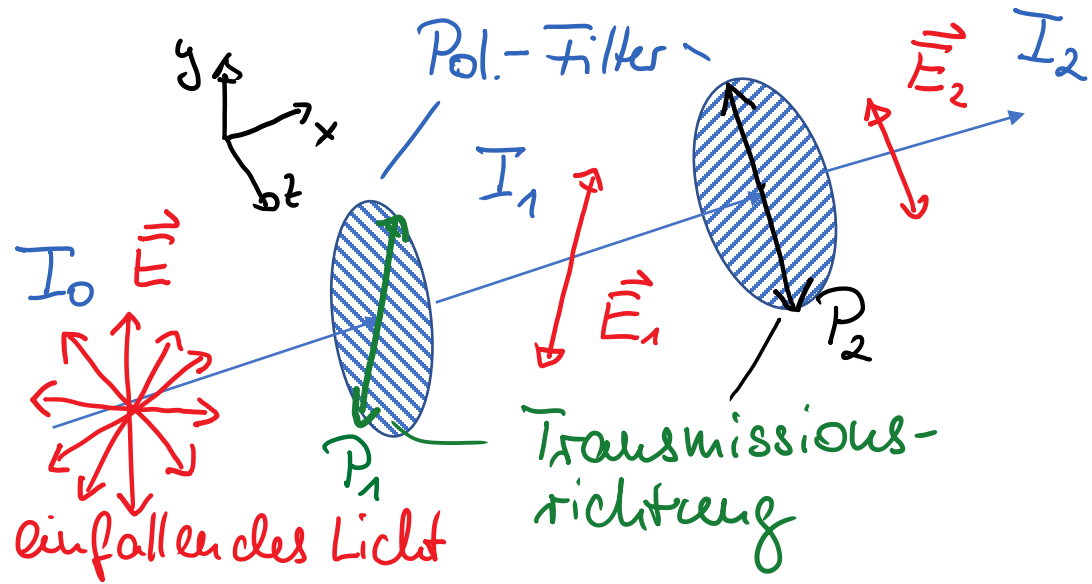
• danach(!) wird der zeitliche Mittelwert gebildet

$\hookrightarrow$ einfallende Intensität I_0

$\hookrightarrow$ transmittiert $I = \frac{1}{2} I_0$!



b) Transmission: 2 Pol-Filter:



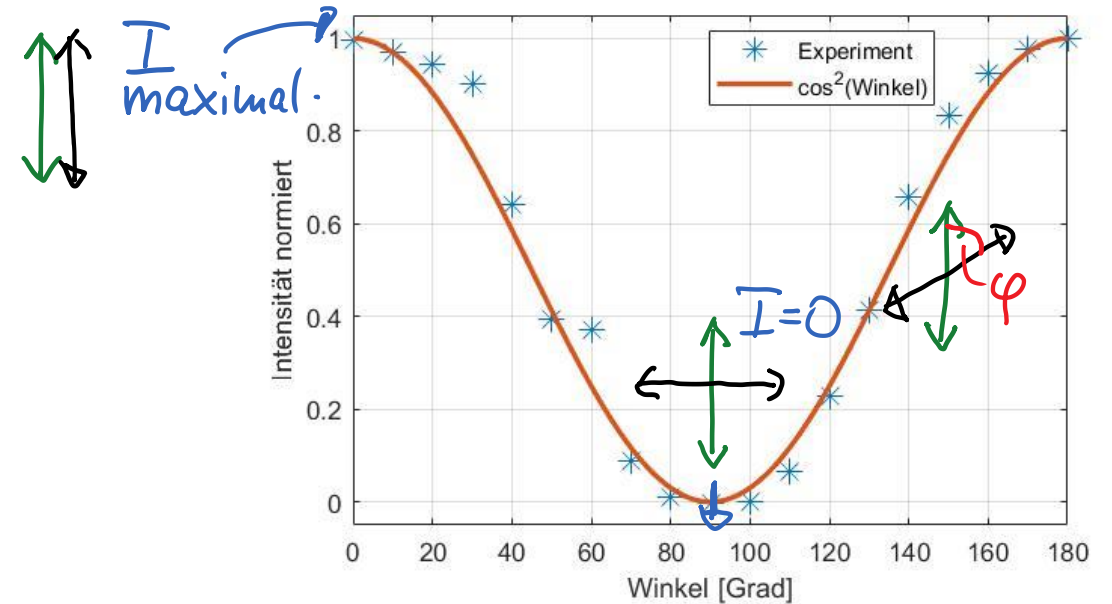
↳ Transmission hinter P_2 :

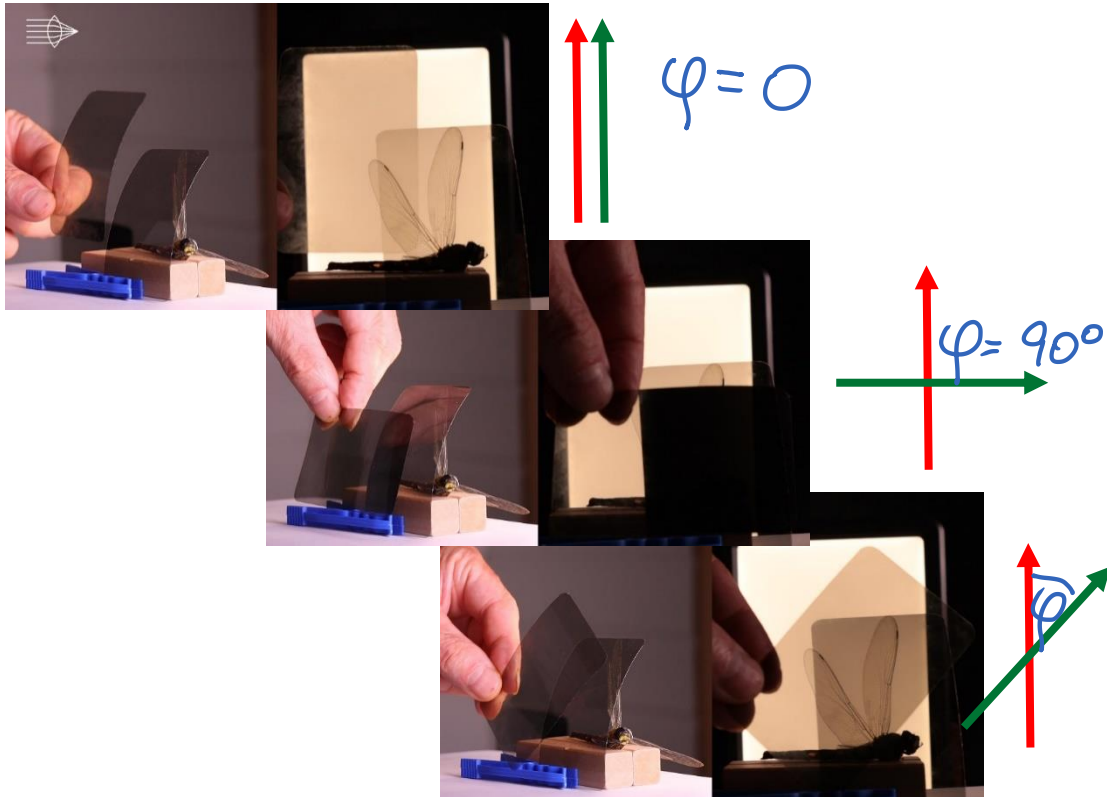
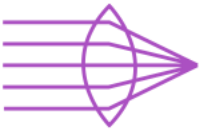
$$E_2 = E_1 \cdot \cos \varphi$$

Intensität $I \sim E^2$

$$\hookrightarrow \boxed{I_2 = I_1 \cdot \cos^2 \varphi}$$

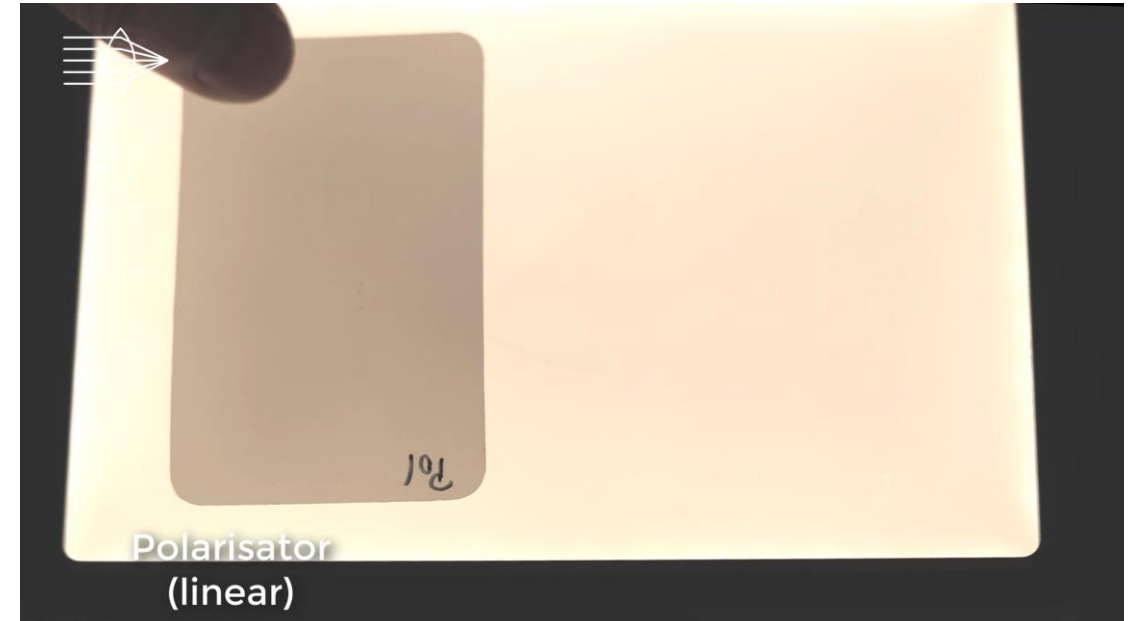
Gesetz von Malus

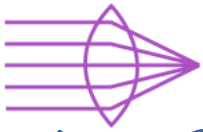




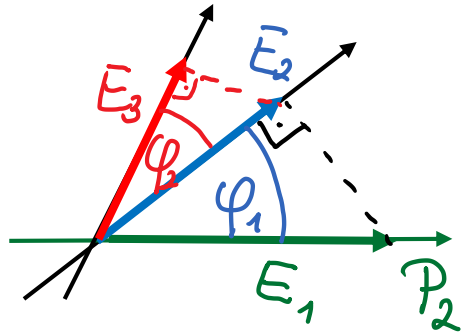
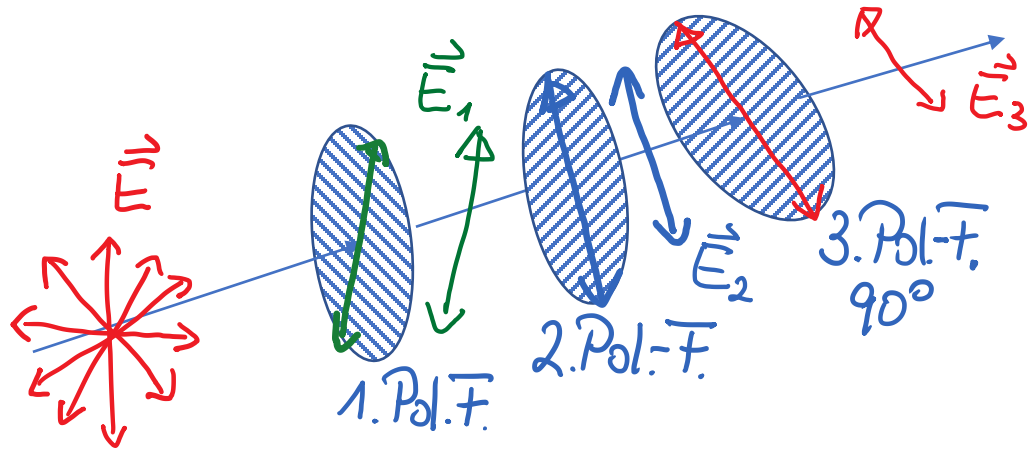
- Transmission bestimmt E-Feld!
Intensität nur als Folge

noch einmal im Experiment:





c) 3 Polarisationsfilter: φ_1, φ_2



$$E_2 = E_1 \cdot \cos \varphi_1$$

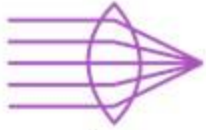
$$E_3 = E_2 \cdot \cos \varphi_2 = E_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2$$

$$\hookrightarrow I_3 = I_1 \cdot \cos^2 \varphi_2 \cdot \cos^2 \varphi_1$$

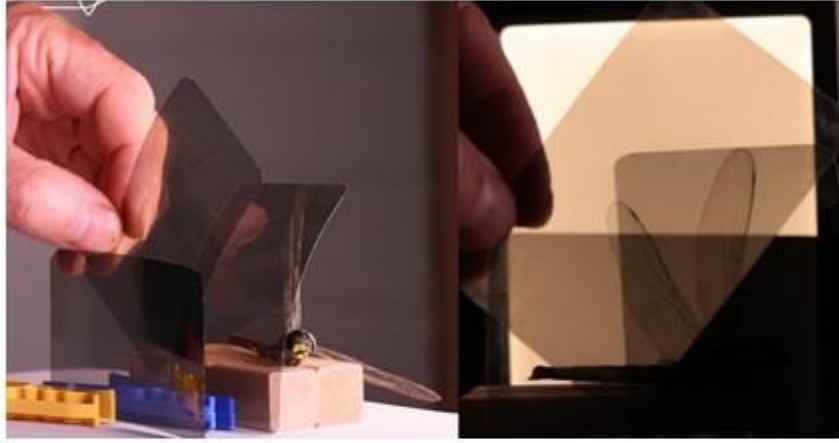
Beispiel: $\varphi_1 = 30^\circ$, $\varphi_2 = 15^\circ$

$$\begin{aligned} \hookrightarrow I_3 &= I_1 \cdot \cos^2(15^\circ) \cdot \cos^2(30^\circ) \\ &= I_1 \cdot 0,933 \cdot 0,75 \\ &= I_1 \cdot 0,699 \end{aligned}$$

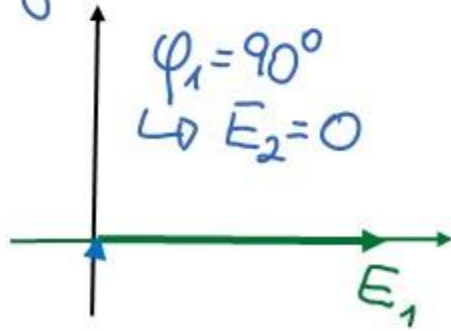




d) 3. Pol-Filter zwischen gekreuzten Pol-Filtern



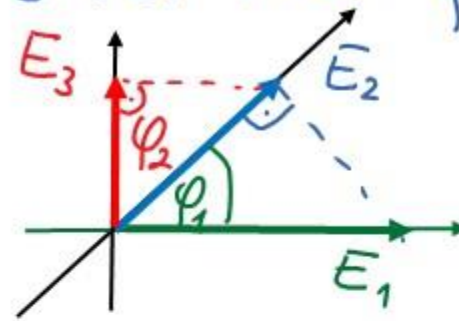
• 2 gekreuzte Pol-Filter



$\rightarrow \text{Intensität} = 0$



• 3 Pol-Filter: $\varphi_1 = \varphi_2 = 45^\circ$

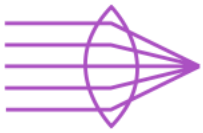


mit $\cos 45 = 1/\sqrt{2}$

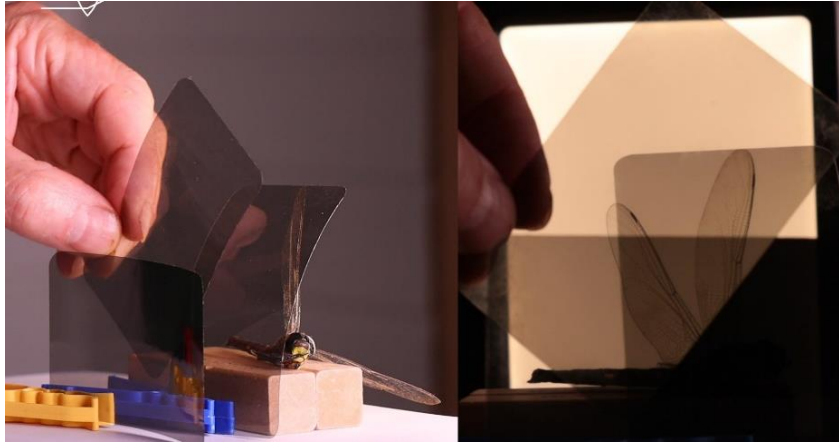
$$\hookrightarrow E_2 = E_1 / \sqrt{2} \quad ,$$

$$E_3 = E_2 / \sqrt{2} = E_1 \cdot \frac{1}{2}$$

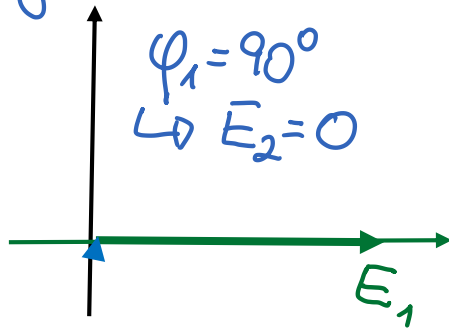
$$I_3 = I_1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = I_1 \cdot \frac{1}{4}$$



d) 3. Pol-Filter zwischen gekreuzten Pol-Filtern

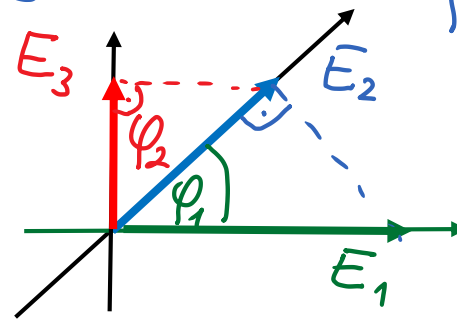


• 2 gekreuzte Pol-Filter



$\rightarrow \text{Intensität} = 0$

• 3 Pol-Filter: $\varphi_1 = \varphi_2 = 45^\circ$

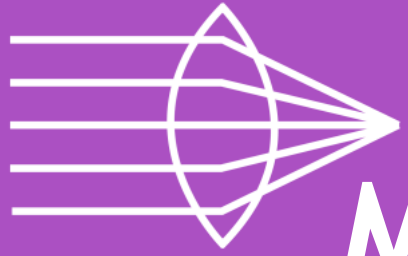


mit $\cos 45 = 1/\sqrt{2}$

$$\hookrightarrow E_2 = E_1 / \sqrt{2} \quad ,$$
$$E_3 = E_2 / \sqrt{2} = E_1 \cdot \frac{1}{2}$$

$$I_3 = I_1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = I_1 \cdot \frac{1}{4}$$





Polarisatoren, Malus - Gesetz, Intensität



dritter Polarisator zwischen den
beiden gekreuzten Polarisatoren



Bitte pausieren

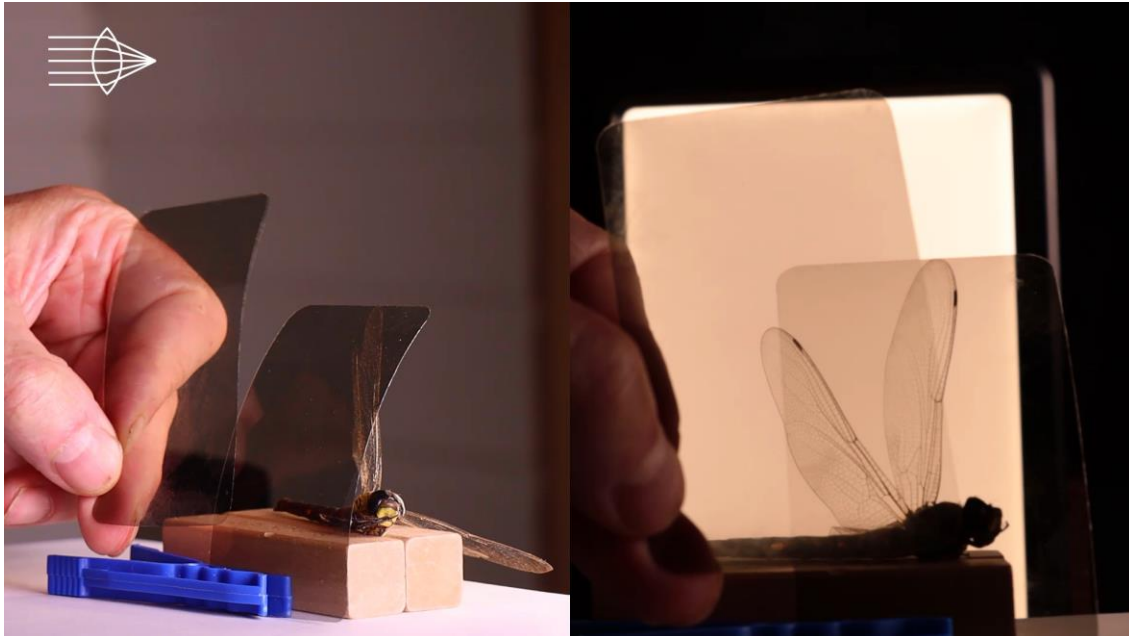


Ihre Aufgabe:

- Wie groß ist die von zwei im Winkel von 30° gedrehten linearen Polarisationsfiltern transmittierte Intensität?
- Berechnen Sie die von drei Polarisationsfiltern transmittierte Intensität, wenn die Filter um 30° und 45° gegeneinander gedreht sind!
- Zwei lineare Polarisationsfilter sind im Winkel von 90° ausgerichtet. In welchem Winkel muss ein drittes Pol.-Filter dazwischen positioniert werden, um die Transmission zu maximieren?



Lösung



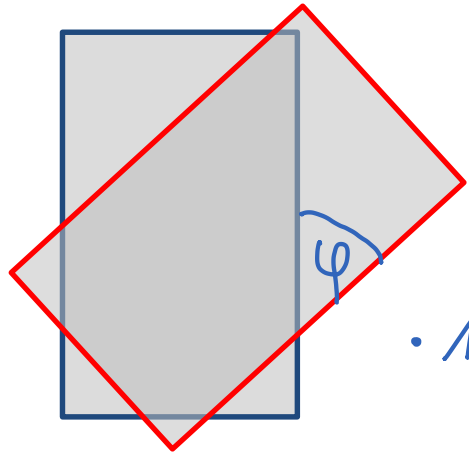


Lösung



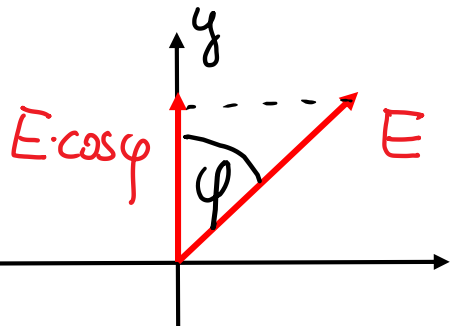
a) Wie groß ist die von zwei im Winkel von 30° gedrehten linearen Polarisationsfiltern transmittierte Intensität?

$$\varphi = 30^\circ$$



• 1. Pol-Filter $\rightarrow$ linear polarisiertes Licht

• 2. Pol.-Filter $\rightarrow$ nur die Komponente $E \cdot \cos \varphi$ wird transmittiert



$$I \sim \langle E^2 \rangle$$

$\hookrightarrow$ Gesetz von Malus $I = I_0 \cdot \cos^2 \varphi$

hier: $\varphi = 30^\circ$

also fällt die Intensität auf

$$I = I_0 \cdot \cos^2(30^\circ)$$

$$\cos(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

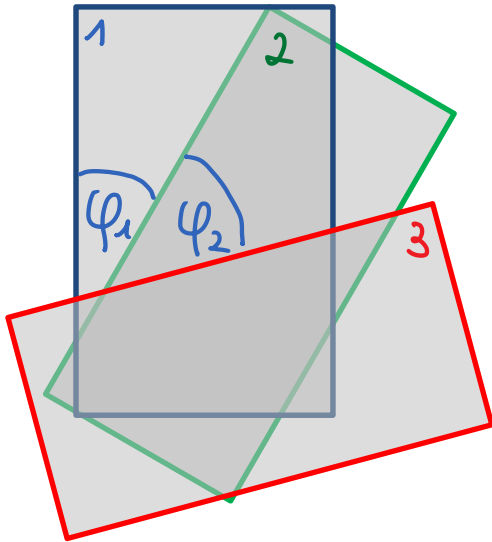
$$\hookrightarrow I = I_0 \cdot \frac{3}{4}$$



Lösung



b) Berechnen Sie die von drei Polarisationsfiltern transmittierte Intensität, wenn die Filter um 30° und 45° gegeneinander gedreht sind!



$$\bullet \varphi_1 = 30^\circ$$

$$\hookrightarrow I_{12} = I_0 \cdot \cos^2 \varphi_1$$

$$\bullet \varphi_2 = 45^\circ$$

$$I_{23} = I_{12} \cdot \cos^2 \varphi_2$$

$$\hookrightarrow I_{23} = I_0 \cdot \cos^2 \varphi_1 \cdot \cos^2 \varphi_2$$

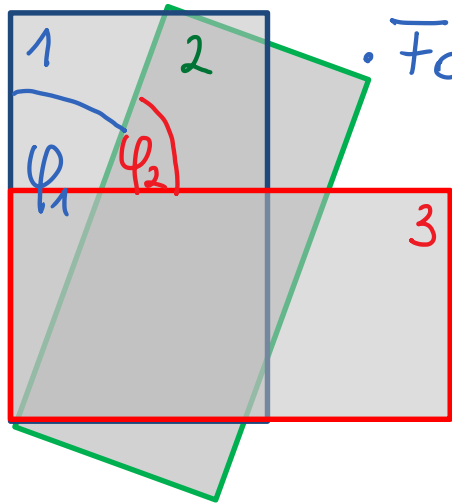
$$\begin{aligned} \hookrightarrow I_{23} &= I_0 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \\ &= I_0 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = I_0 \cdot \frac{3}{8} \end{aligned}$$



Lösung



c) Zwei lineare Polarisationsfilter sind im Winkel von 90° ausgerichtet. In welchem Winkel muss ein drittes Pol.-Filter dazwischen positioniert werden, um die Transmission zu maximieren?



• Folie 1 und Folie 3: 90°

• $\varphi_1 + \varphi_2 = 90^\circ$

gesamte Transmission =

$$I = I_0 \cdot \cos^2(\varphi_1) \cdot \cos^2(\varphi_2)$$

$$\hookrightarrow I = I_0 \cdot \cos^2(\varphi_1) \cdot \cos^2(90^\circ - \varphi_1)$$

• Maximum, wenn $\frac{dI}{d\varphi_1} = 0$

$$\text{mit } \cos(90^\circ - \varphi_1) = \sin \varphi_1$$

$$\text{also } \frac{d}{d\varphi_1} (\cos^2(\varphi_1) \cdot \cos^2(90^\circ - \varphi_1))$$

$$= \frac{d}{d\varphi_1} (\cos^2(\varphi_1) \cdot \sin^2(\varphi_1))$$

$$\text{mit } \cos \alpha \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} \sin(2\alpha)$$

$$= \frac{d}{d\varphi_1} \left(\frac{1}{4} \sin^2(2\alpha) \right)$$

$$= \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot \sin(2\alpha) \cdot 2 \cdot \cos(2\alpha) = \frac{1}{2} \sin(4\alpha)$$

$$\hookrightarrow \text{Maximum, wenn } \sin(4\varphi_1) = 0$$



Lösung

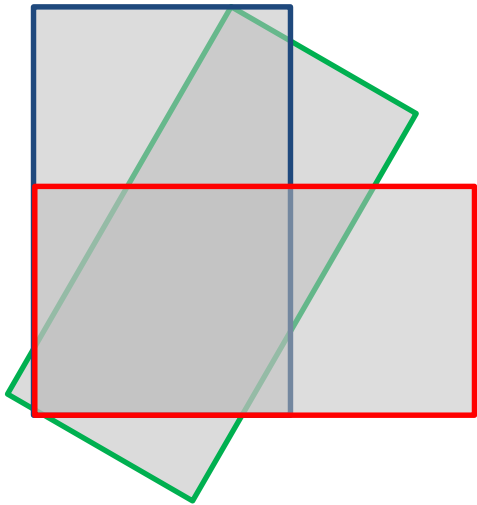


$$\hookrightarrow \sin(4\varphi_1) = 0$$

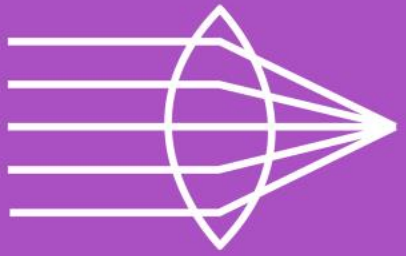
$$\hookrightarrow \varphi_1 = 45^\circ$$

$$\varphi_2 = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$

d.h. die 3 Pol-Filter müssen um jeweils 45° gedreht sein, damit die transmittierte Int maximal ist.



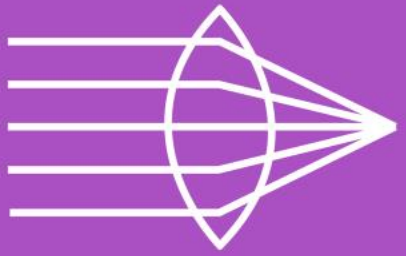
$$\begin{aligned} I &= I_0 \cdot \cos^2(45^\circ) \cdot \cos^2(45^\circ) \\ &= I_0 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^4 = I_0 \cdot \frac{1}{4} \end{aligned}$$



Polarisation durch Streuung



Beobachtung
90° zur Sonne



Polarisation durch Streuung



Beobachtung
 90° zur Sonne



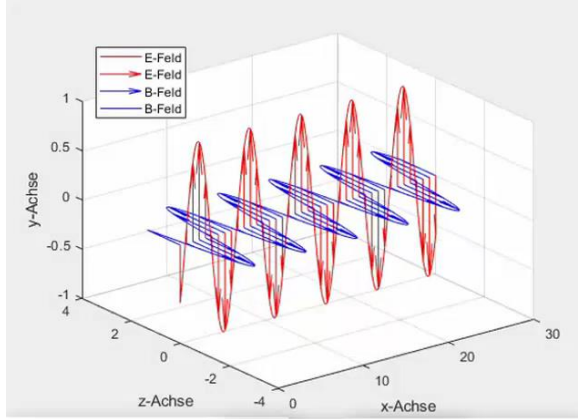
• Polarisation von Licht:
Ausrichtung von $\vec{E}$ - und $\vec{B}$ -Feld

• lineare Polarisation:
 $\vec{E}$ ($\vec{B}$) in einer Ebene

$$\vec{E} \perp \vec{k}$$

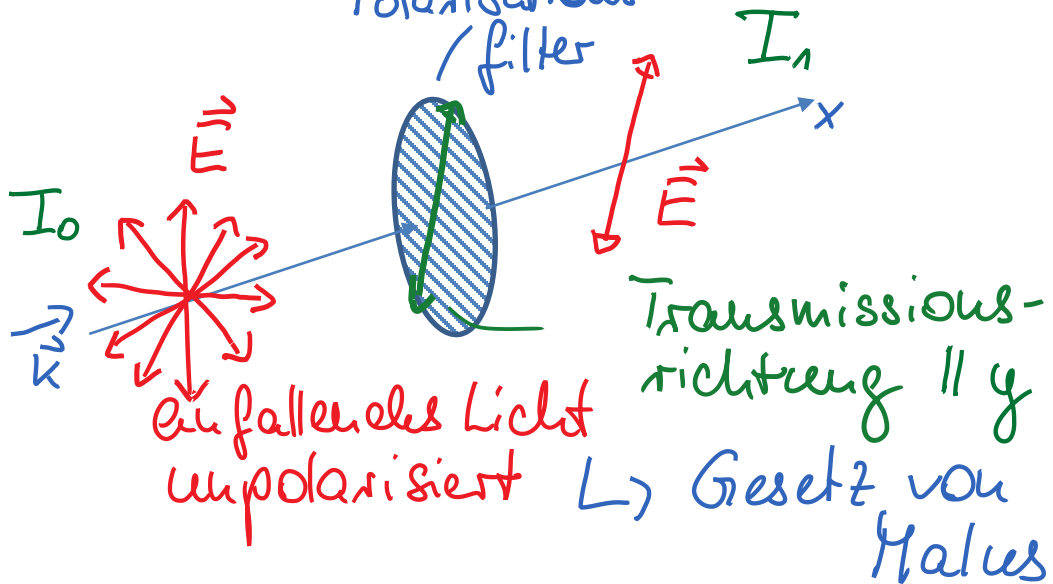
$$\vec{B} \perp \vec{k}$$

$$\vec{E} \perp \vec{B}$$

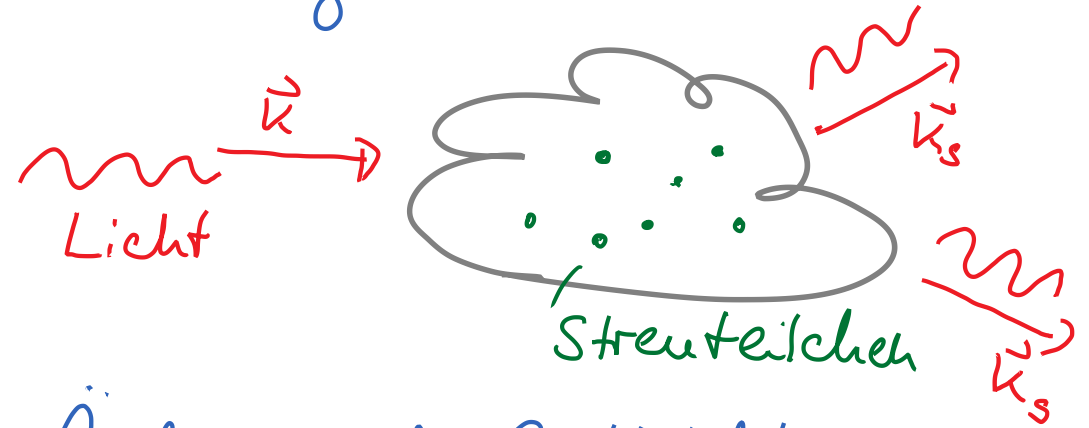


Elektromagnetische Welle: linear polarisiert

Polarisations-
filter



• Streuung von Licht

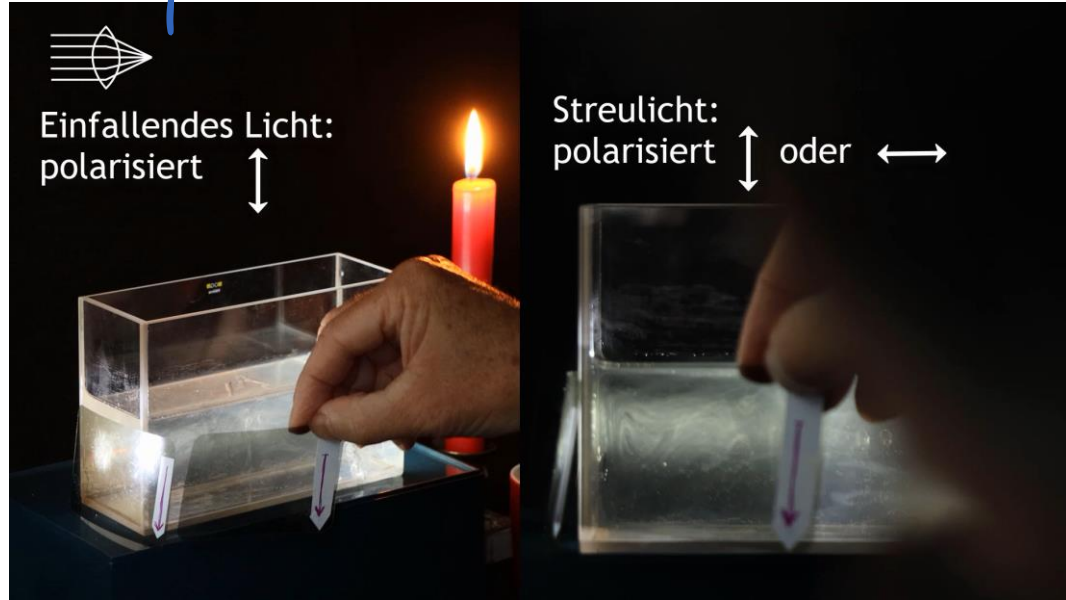


Änderung der Strahlrichtung
abhängig von:

- Teilchen (z.B. Atom, Molekül, Staub etc.)
- Wellenlänge $\rightarrow$ blauer, roter Himmel
- Richtung
- Polarisation ∇



- Polarisation durch Streuung:
 - Milch in Wasser: Fetttropfen
- Experiment:

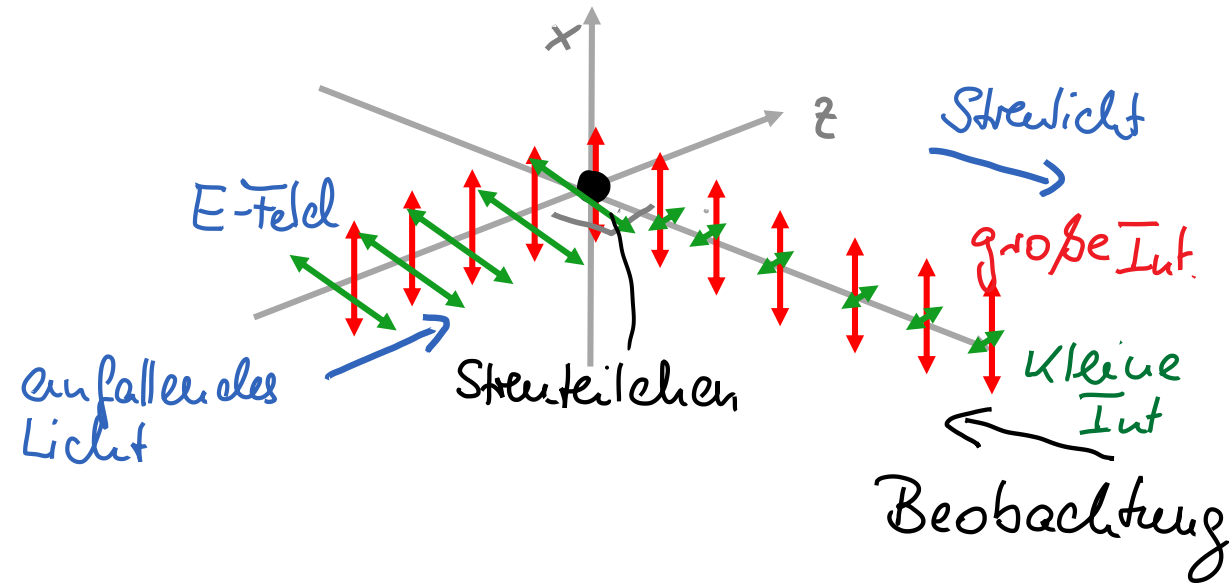
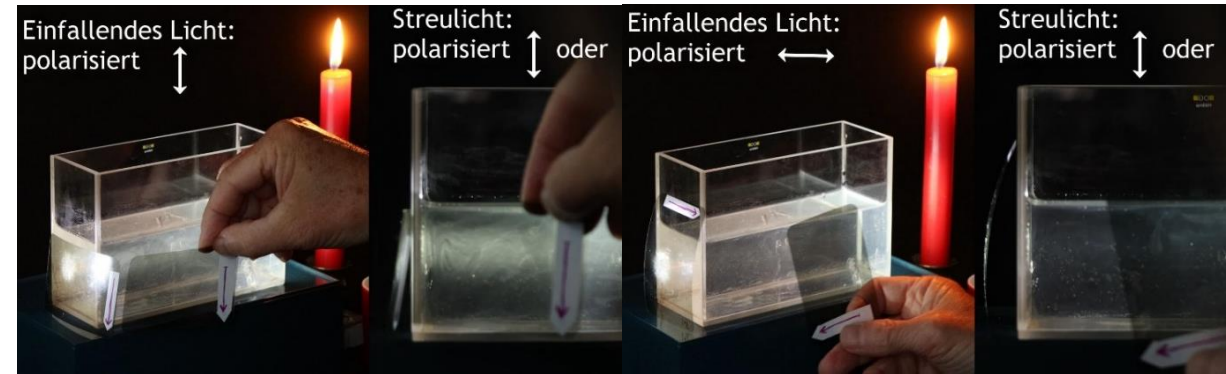


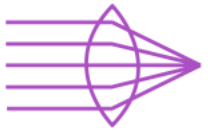
Beobachtung:

- gestreutes Licht ist polarisiert,
- Streuintensität ist abh. von Pol. und Richtung



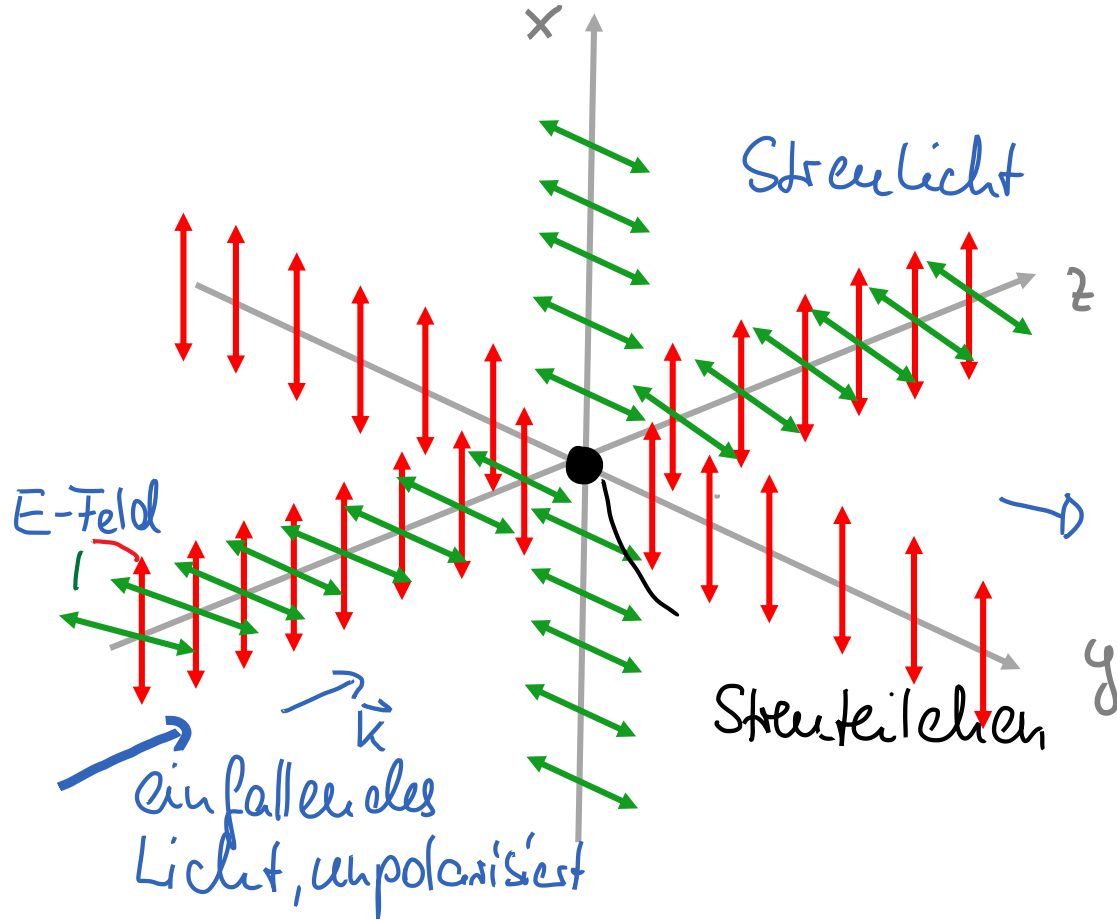
Beobachtung:





Streuung und Polarisation:

- für kleine Teilchen $\phi \ll \lambda$



aber:

- für andere Winkel?

$$I(\varphi)$$

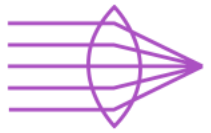
Experiment



Theorie

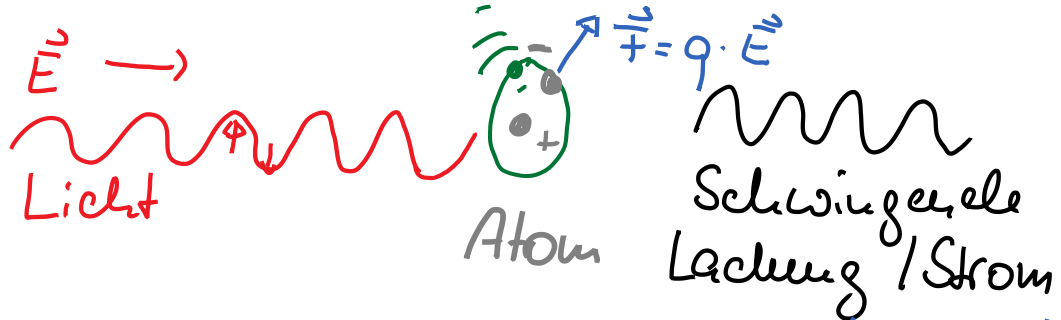
- warum?

↳ Hertzsche Dipolstrahlung



Hertz'sche Dipolstrahlung

↳ E-Feld im Licht

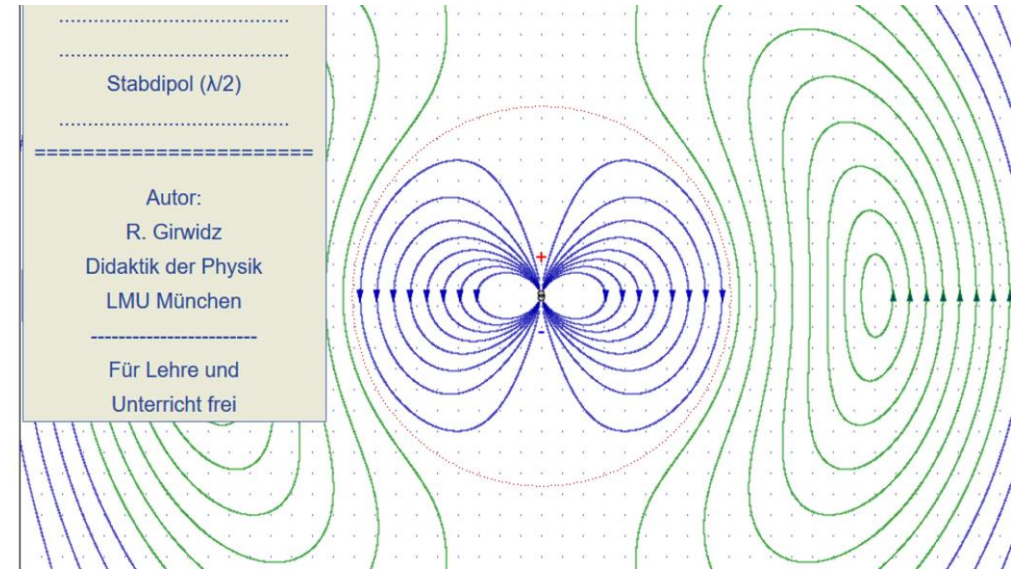


↳ Kraft auf Ladung in Atom/Molekül

↳ Abstrahlung von E- u. B-Feld und Energie

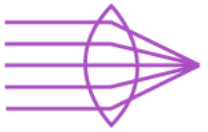
↳ Streulicht

Simulation:

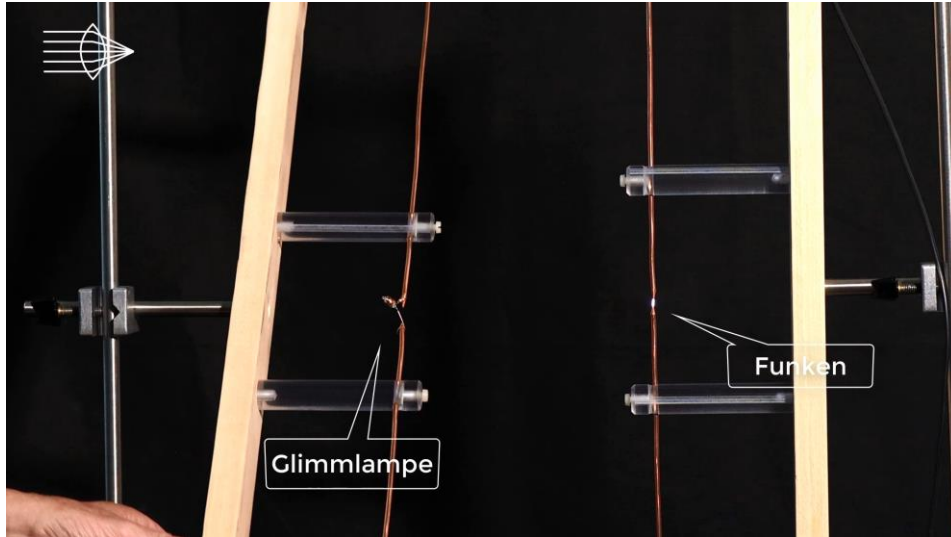


Abstrahlung des Hertz'schen Dipols:

- Intensität $I \sim \frac{1}{\lambda^4} \sim \nu^4$
- E- und B-Feld: elektromag. Welle
- Ausrichtung der Schwingung: Polarisation
- Nah- und Fernfeld
- Winkelabh. $I \sim \sin^2(\varphi)$



Experiment:

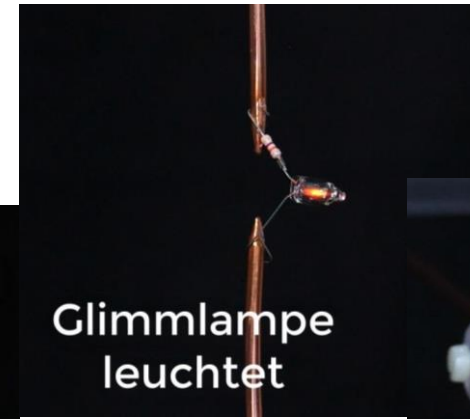


- Energie wird durch elektromagn. Welle übertragen

Sender:
elek. Strom,
Blitz



Hochspannung
mit Funken



Glimmlampe
leuchtet

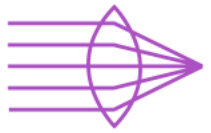


Glimmlampe
leuchtet nicht

Empfänger
Antenne

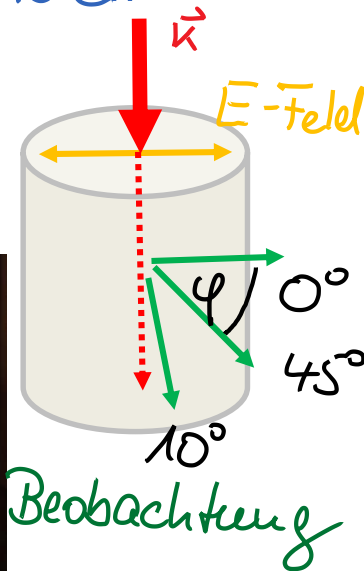
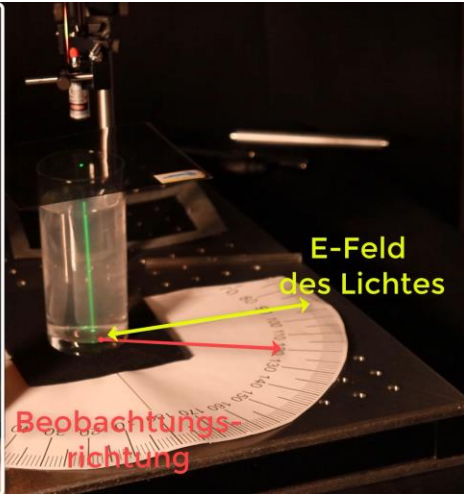
- Ausrichtung der Antenne
↔ Polarisation der e.-m. Welle





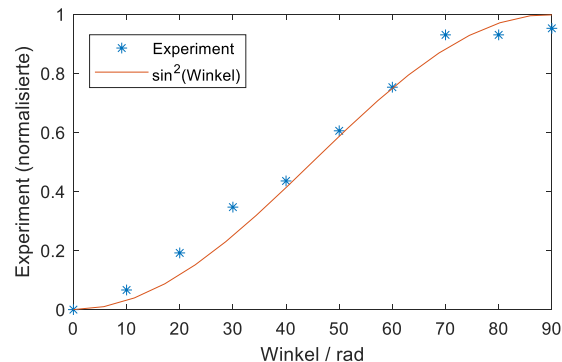
Streuexperiment: Winkelabh.

- Laser (532nm), linear polarisiert
- Silbernitrat in Wasser
- Messung: Winkelabh. Streulicht

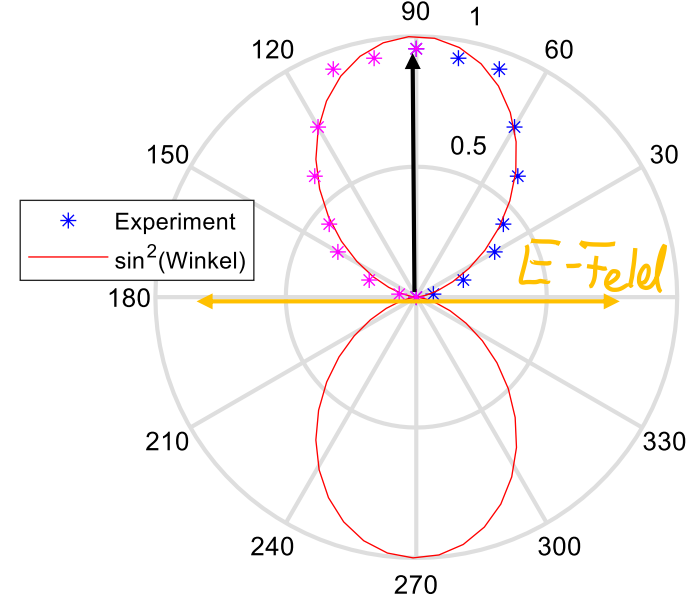


Streu-Intensität:
Winkelabhängigkeit

$$I(\varphi) \sim \sin^2(\varphi)$$

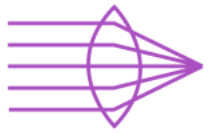


In Polarkoordinaten



- $\perp$ zu E-Feld (Polar.)
→ maximale Intensität
- in Pol.-Richtung
→ keine Streuung
„Schmetterlings-Flügel“



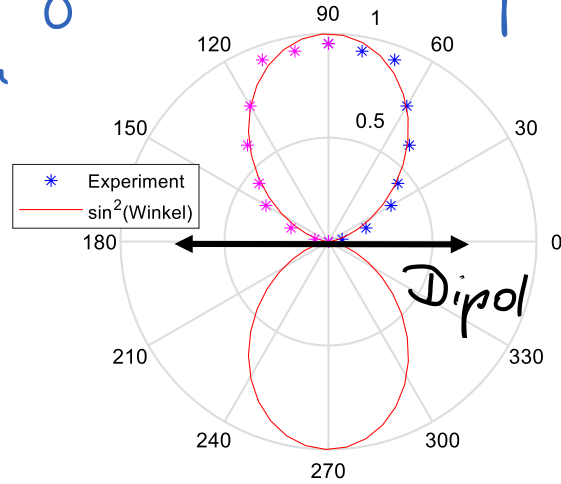


Lichtstreuung: Hertz'scher Dipol

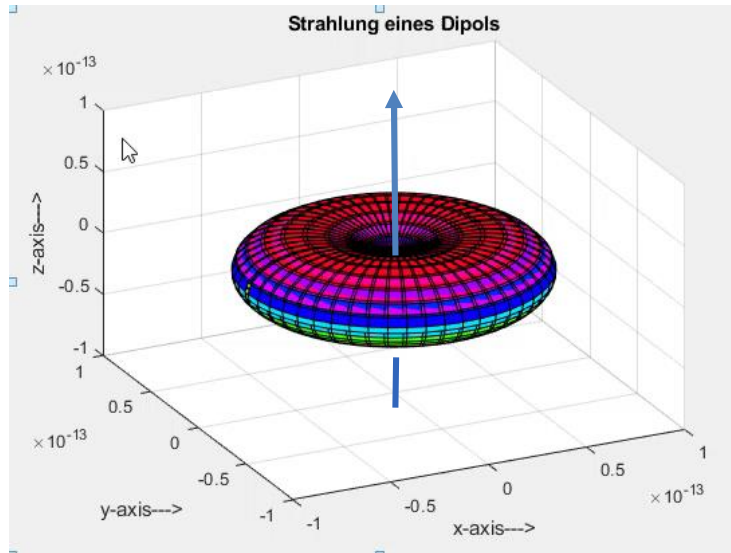
- für kleine Teilchen

- $I \sim \frac{1}{\lambda^4}$

- $I \sim \sin^2(\varphi)$



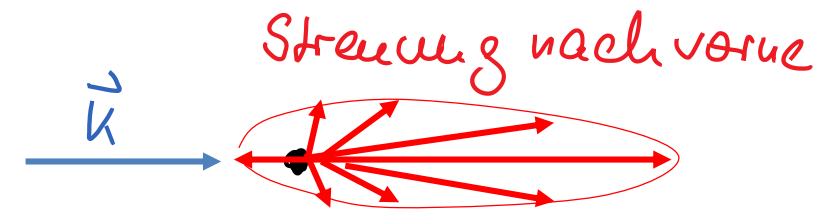
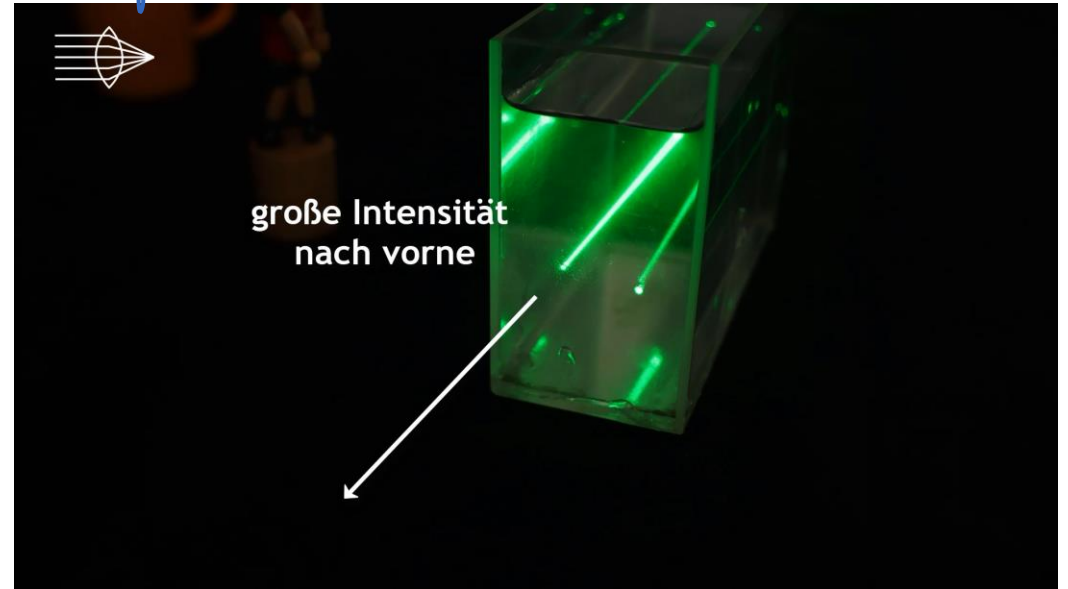
in 3D

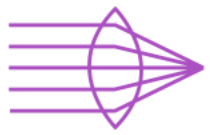


Anmerkung:

- für größere Teilchen
→ andere Streueigenschaften

Experiment: Staub in Wasser



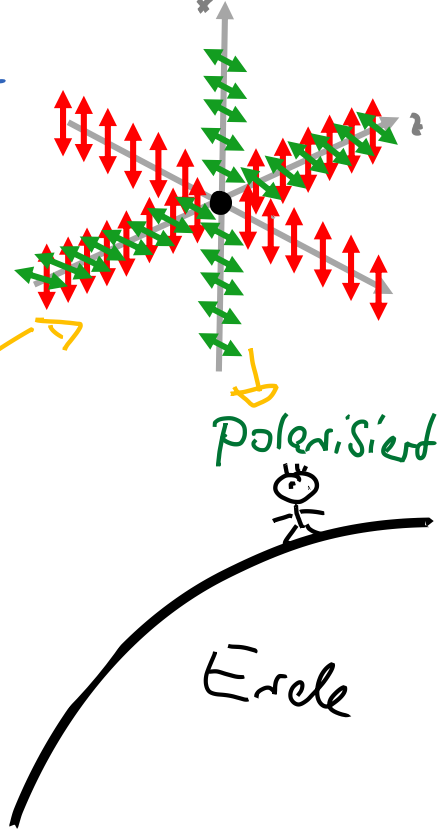


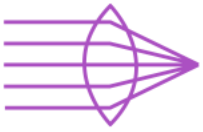
Polarisation des Himmelsblau

- ohne Streuung:
Himmel schwarz



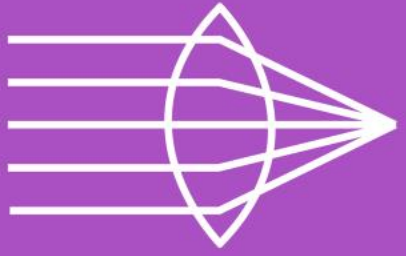
- Streuung in Atmosphäre



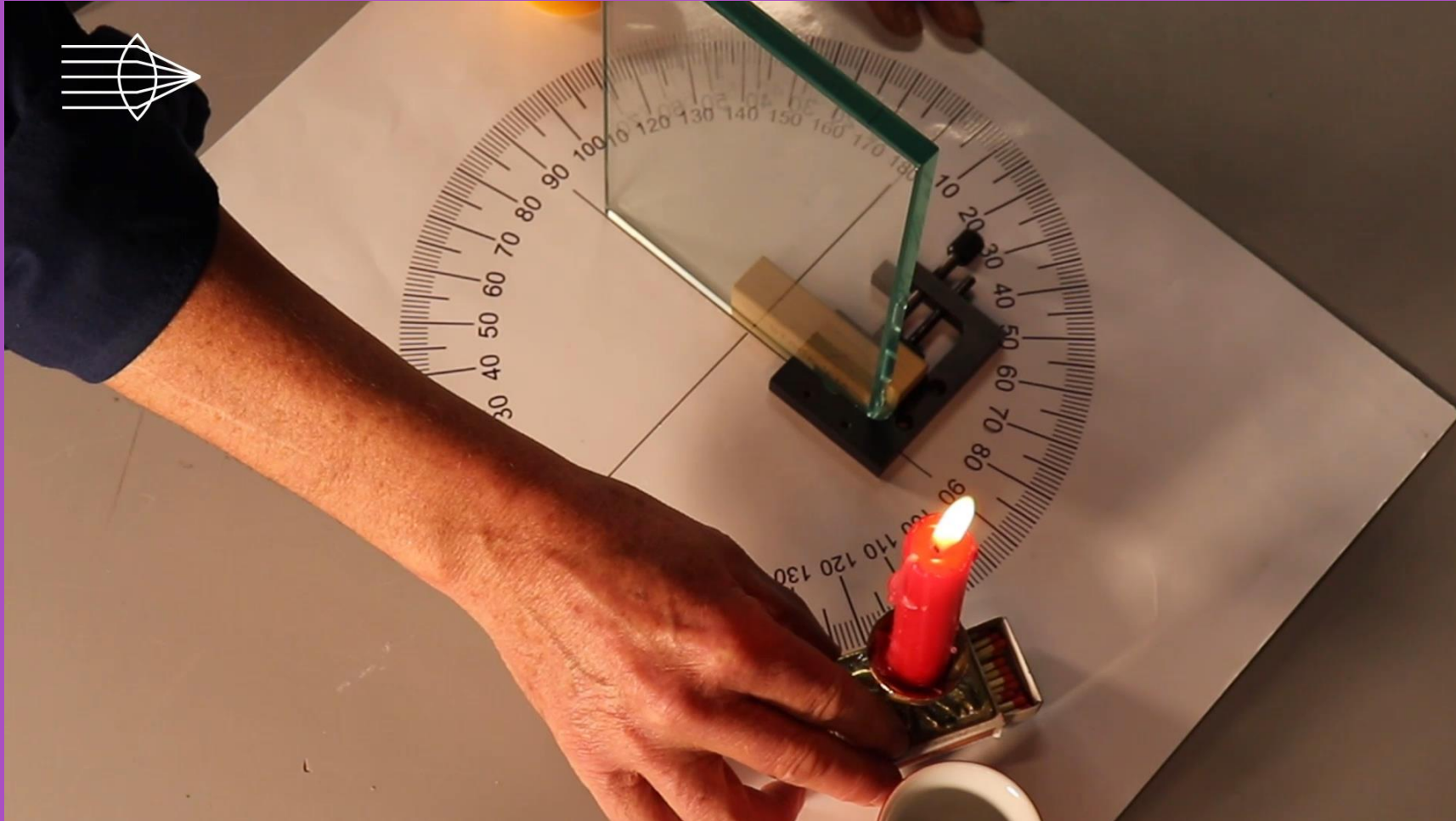


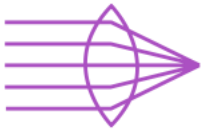
Farben in Plastik:

- Himmelslicht ist polarisiert
- Polarisation durch Reflexion
- Doppelbrechung



Polarisation, Reflexion Brewster - Winkel



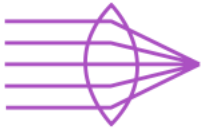


Beobachtung: Reflexion von Licht
abhängig von Polarisation



Polarisator: senkrecht

parallel



Polarisation durch Reflexion

- unter welchen Bedingungen?
- warum?

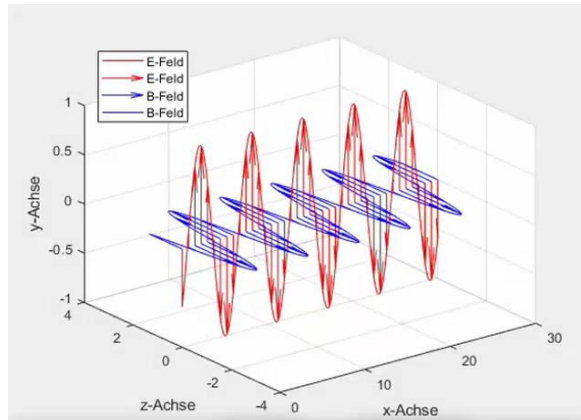
Erinnerung: Polarisation:

Ausrichtung von $\vec{E}$ - und $\vec{B}$ -Feld

• lineare Polarisation:

$\vec{E}$ ($\vec{B}$) in einer Ebene

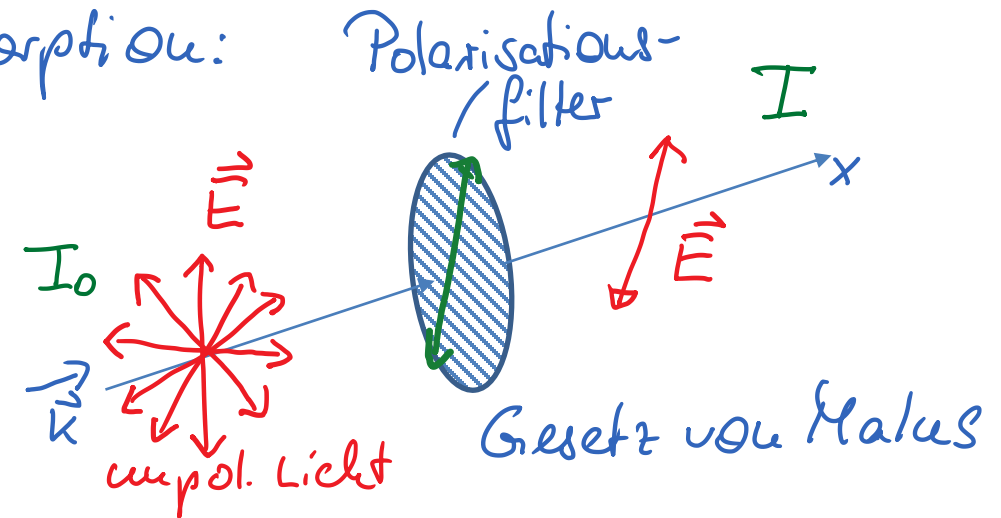
$$\begin{aligned} \vec{E} &\perp \vec{k} \\ \vec{B} &\perp \vec{k} \\ \vec{E} &\perp \vec{B} \end{aligned}$$



Elektromagnetische Welle: linear polarisiert



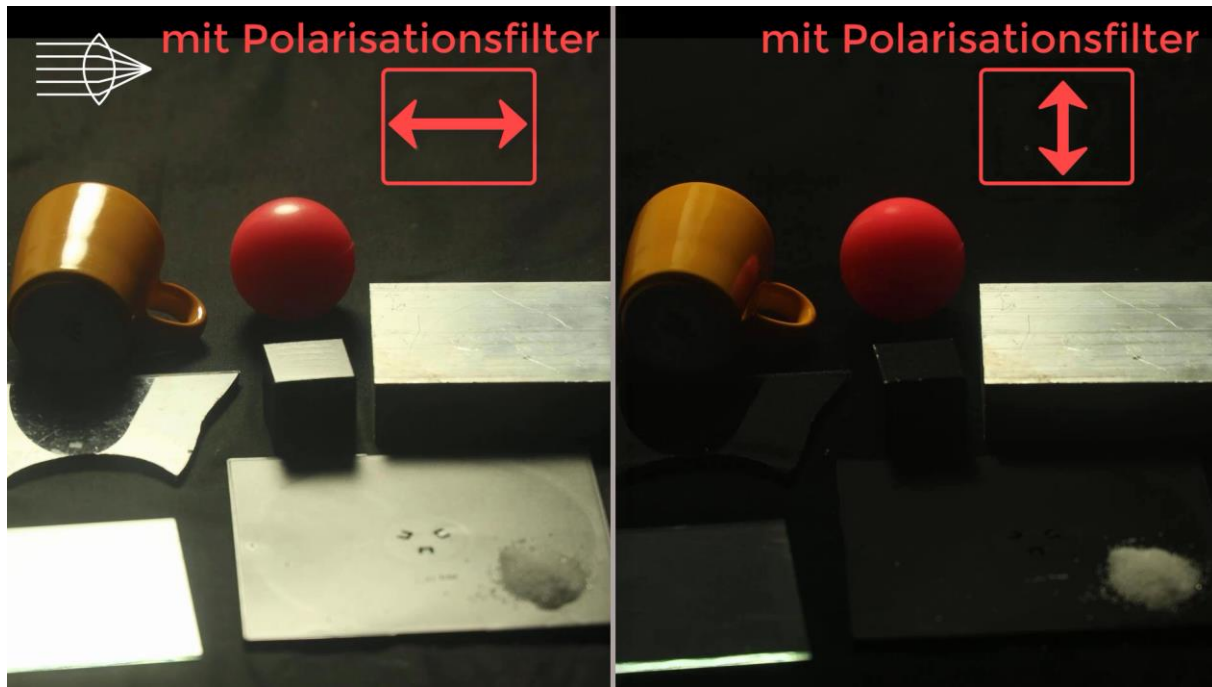
Polarisation durch Absorption:





Beobachtung: Reflexion von Licht
abhängig von Polarisierung

- Abhängigkeit vom Material



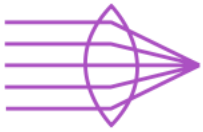
ohne Pol.-Abhängigkeit:

- Salz → Vielfachstreuung
- Metalle → freie Elektronen

mit Pol.-Abhängigkeit

- Glas
- Plastik
- Lack etc.

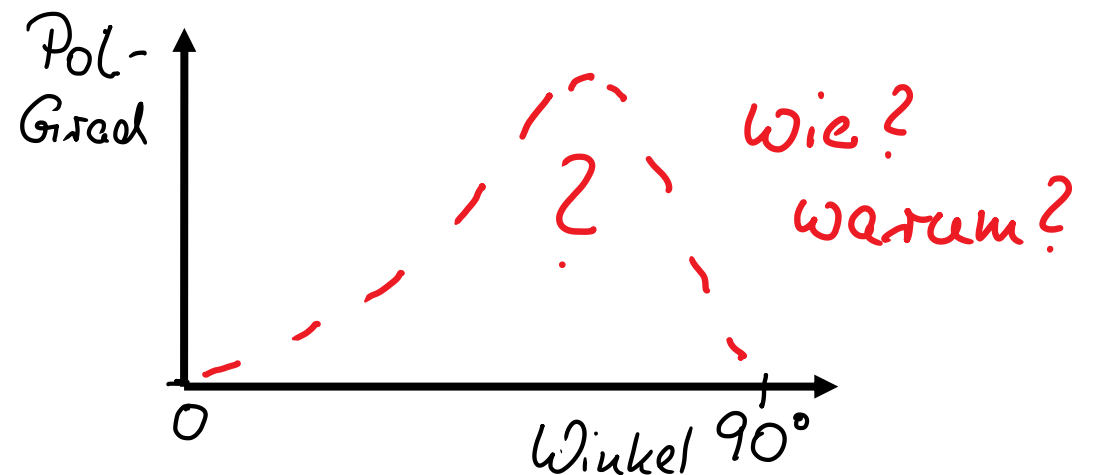
↳ Dielektrische Stoffe

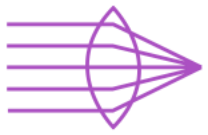


Beobachtung: Reflexion von Licht
abhängig von Polarisation
- kein Einfluß der Schichtdicke



→ Winkelabhängigkeit





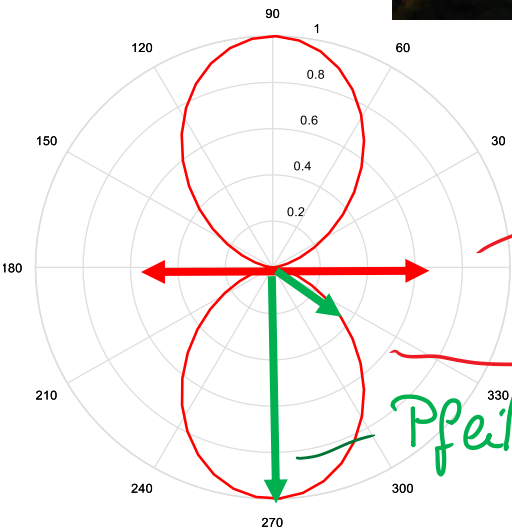
Streuung:

Hertz'sche Dipolstrahlung

Blau des Himmels ist polarisiert



Beobachtung 90° zur Sonne



Dipol-Schwingrichtung

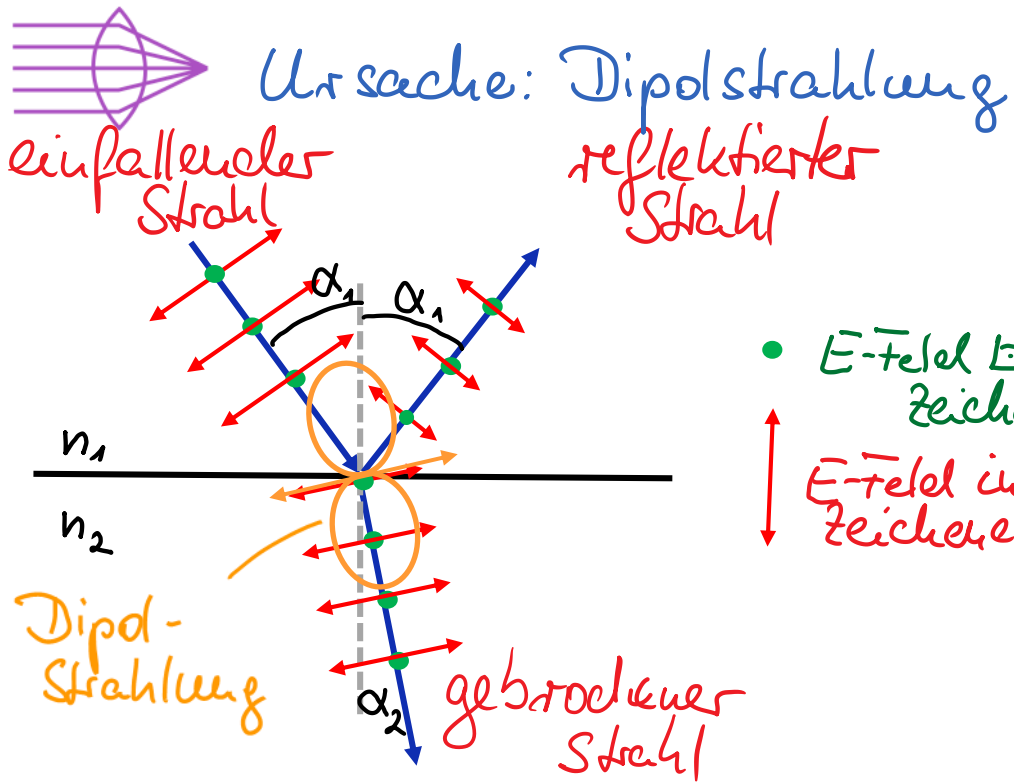
Abstrahl-Charakteristik

Pfeillänge: Intensität (Winkel)



↳ maximale Streuintensität,
wenn $\vec{E}$ zur Dipolrichtung

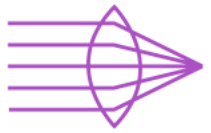
↳ keine Streuintensität parallel zum
Dipol



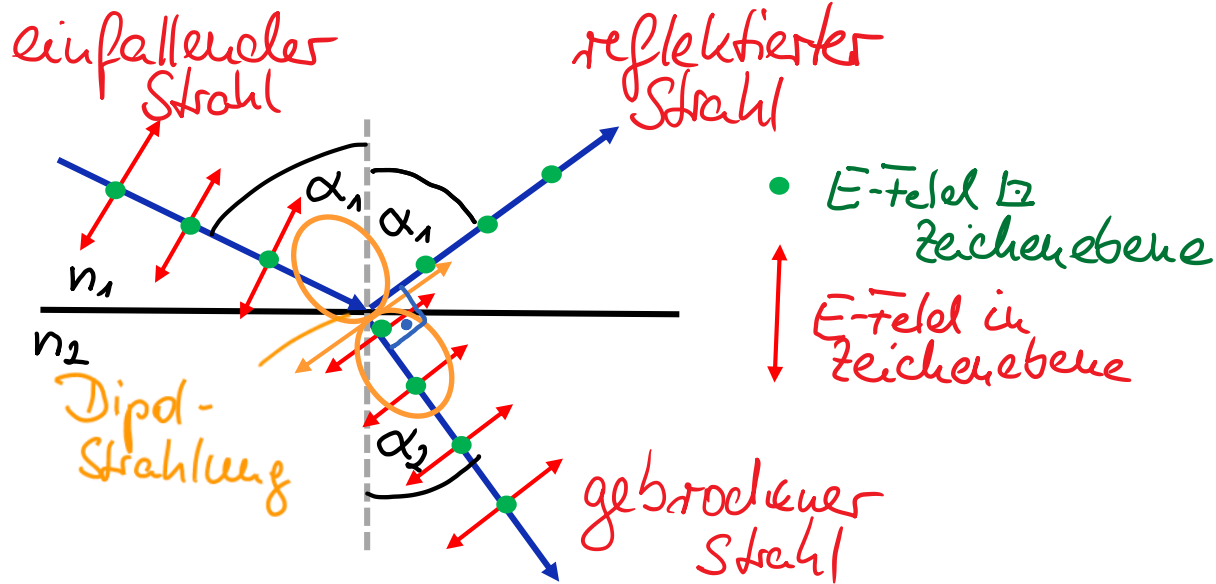
- einfallendes Licht: unpolarisiert
- Reflexion $\alpha_r = \alpha_1$
- Brechung: $n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2$
- Dipol-Schwingung in Materie
 - ↳ Abstrahlintensität, abh. von Richtung



- für E-Feld in Zeichenebene
 - ↳ Ausrichtung des Dipols bestimmt die reflektierte Intensität
- für E-Feld $\perp$ Zeichenebene
 - ↳ immer Abstrahlung in Reflexion



Reflexion & Transmission



- Abstrahlung in Dipolrichtung ist Null
 ↳ wenn gebrochener Strahl & reflekt. Strahl, so ist das reflektierte Licht vollständig polarisiert!

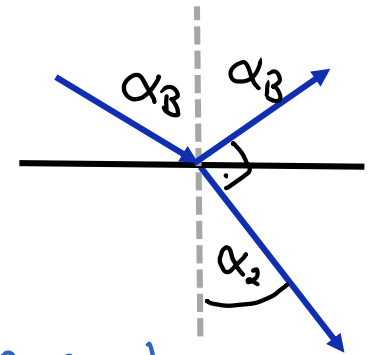
↳ dies gilt für den Brewster-Winkel



$$\alpha_3 = \alpha_1 \quad \text{mit} \quad 180^\circ = 90^\circ + \alpha_3 + \alpha_2$$

$$\rightarrow 90^\circ = \alpha_3 + \alpha_2$$

$$\alpha_3 = 90^\circ - \alpha_2$$



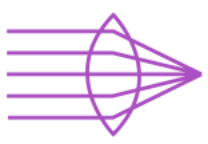
$$\begin{aligned} \cdot \text{da } n_1 \cdot \sin \alpha_B &= n_2 \cdot \sin \alpha_2 \\ &= n_2 \sin(90^\circ - \alpha_B) \\ &= n_2 \cos(\alpha_B) \end{aligned}$$

↳

$$\tan \alpha_B = \frac{n_2}{n_1}$$

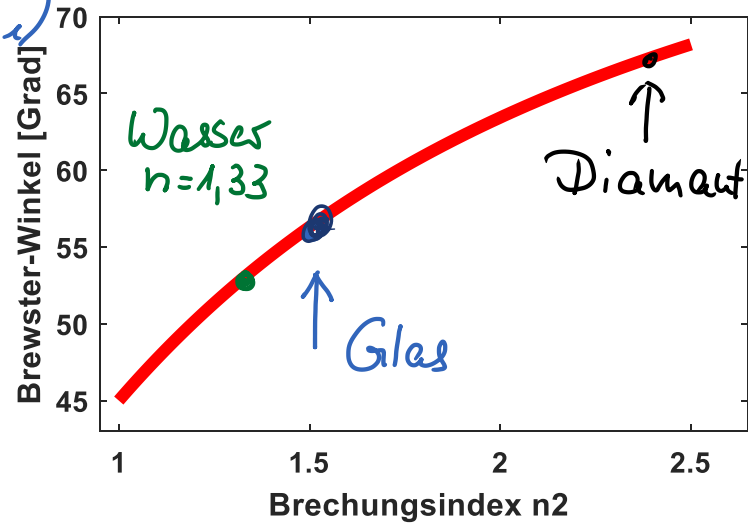
$$\text{Brewster-Winkel } \alpha_B = \arctan\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

für α_B ist refl. Licht linear polarisiert.

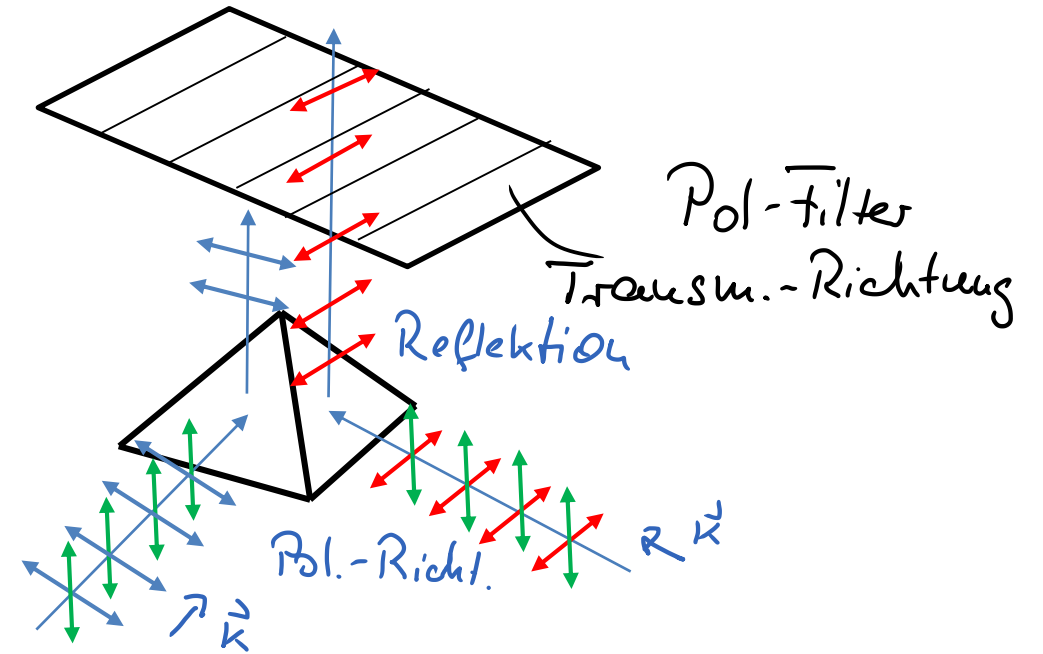


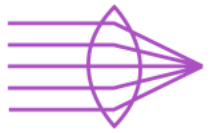
Beispiel: Brewster-Winkel

$$\alpha_B = \arctan\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

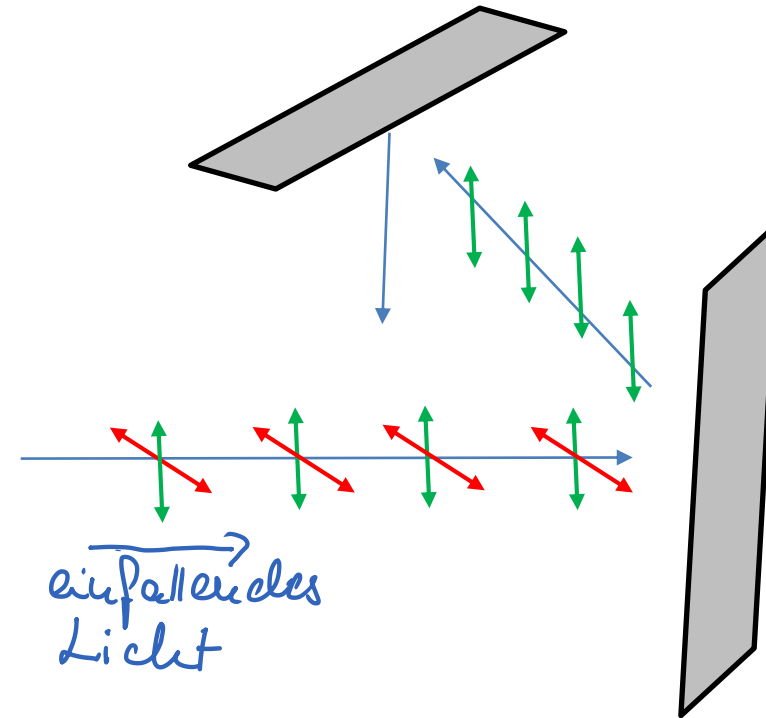
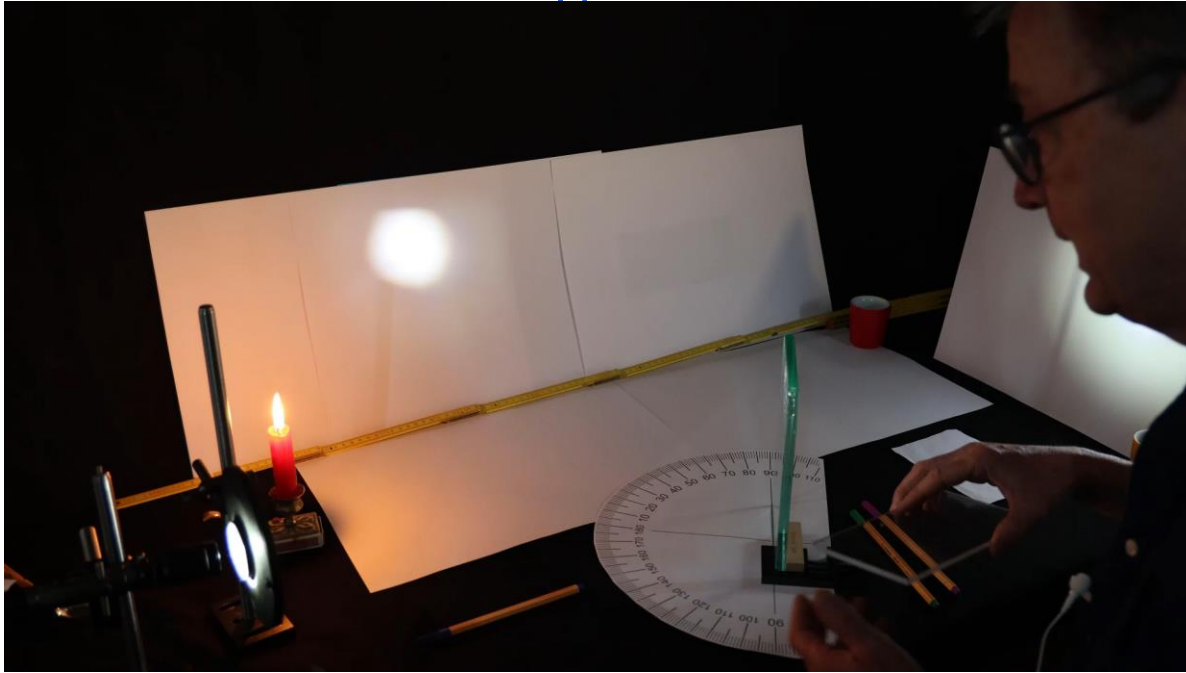


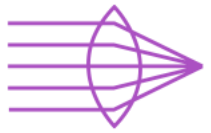
Beispiel: Schwarz-Glas-Pyramide



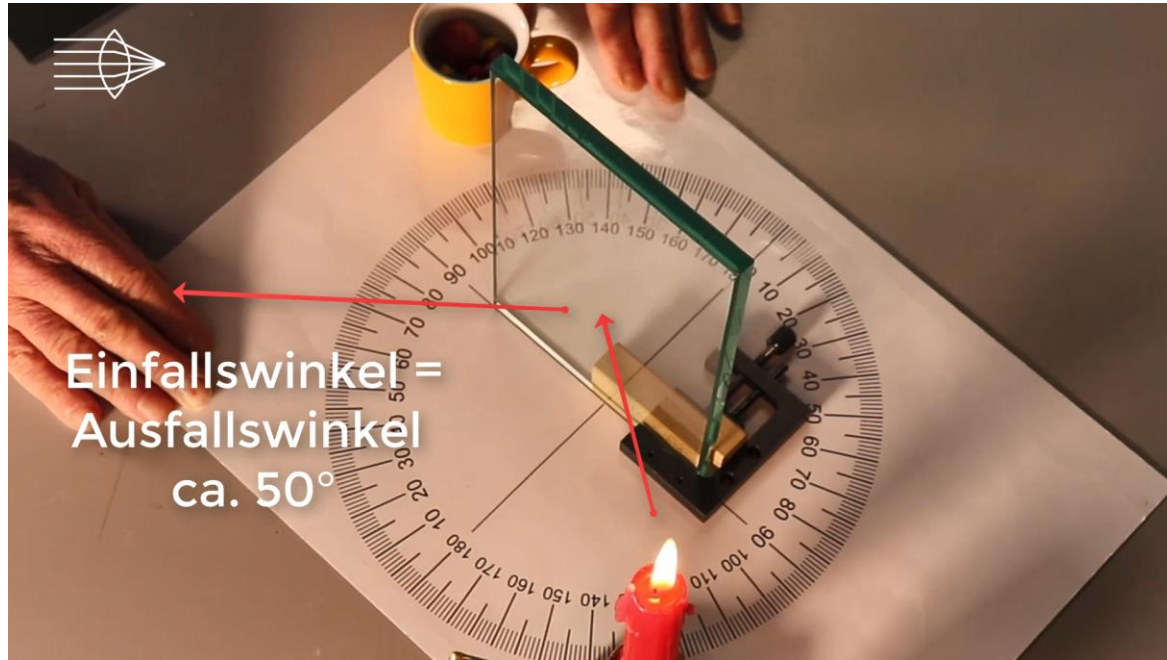


Beispiel: Brewster - Winkel das verschwindende Licht bei doppelter Reflexion

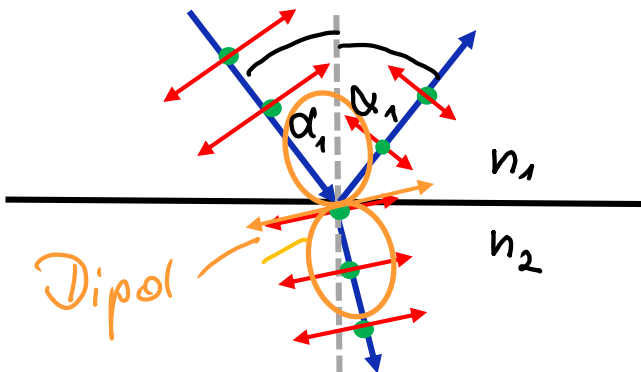




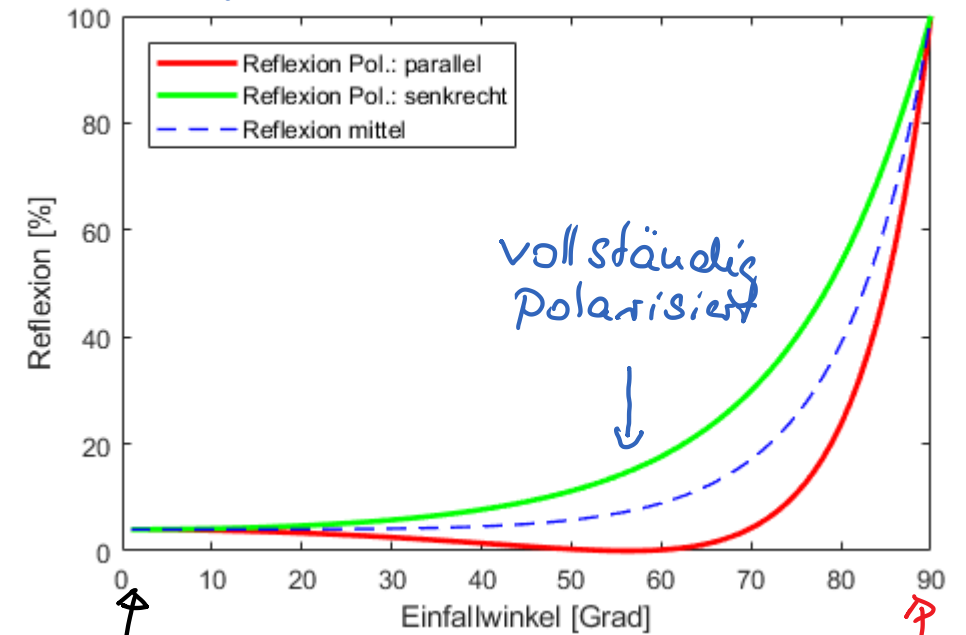
Reflexion: Polarisation & Winkel



- Intensität abh. von Pol. & Winkel



• hier nur Ergebnis für $n_1=1, n_2=1,5$ Glas

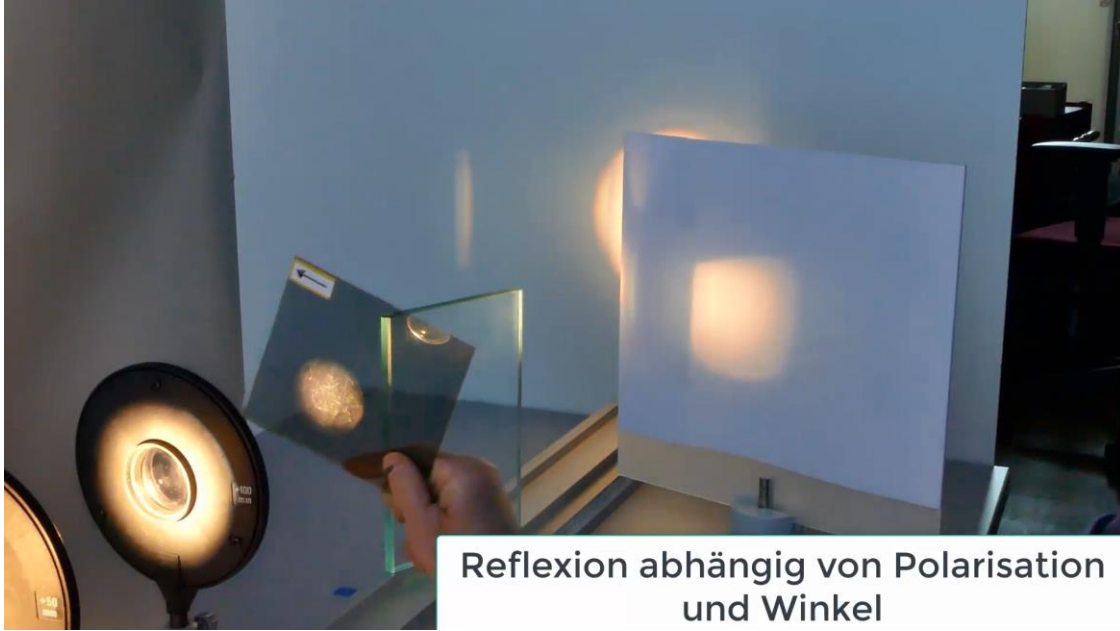


0° - Senkrecht
 $R = 4\%$

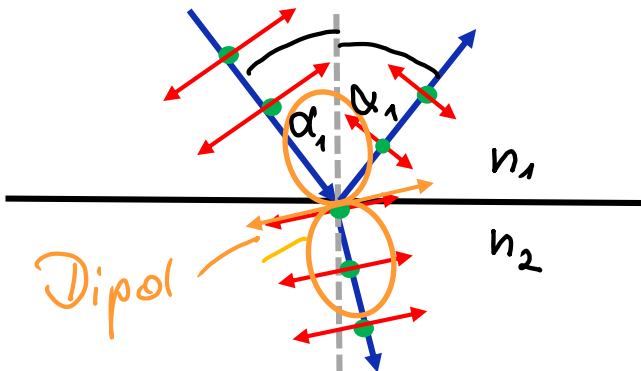
90°
alles wird
reflektiert



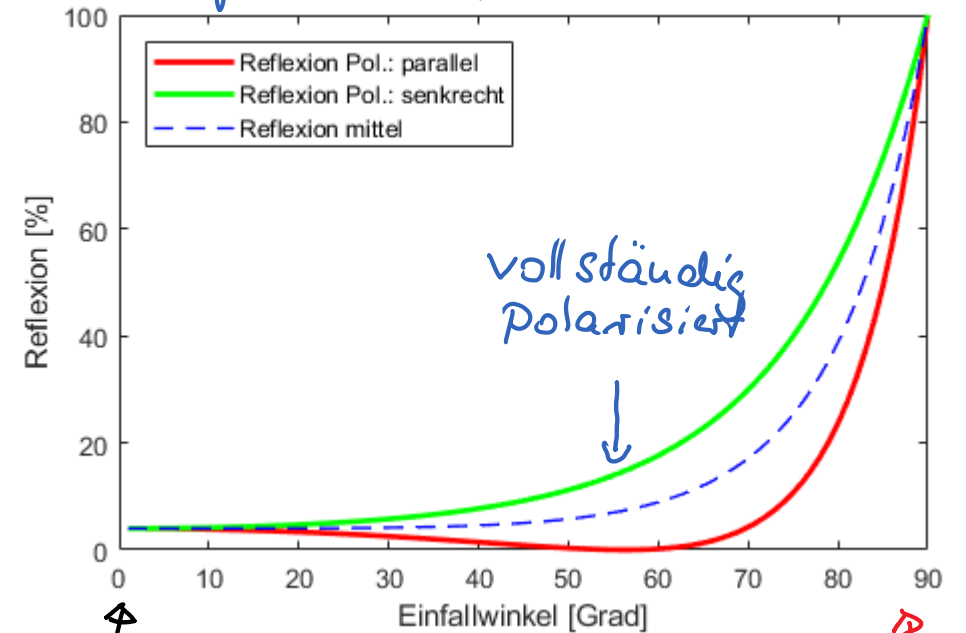
Reflexion: Polarisation & Winkel



- Intensität abh. von Pol. & Winkel

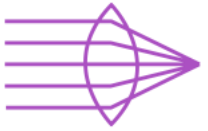


↳ Fresnel-Gleichung
für $n_1 = 1, n_2 = 1,5$ Glas



↑
0° - Senkrecht
 $R = 4\%$

↑
90°
alles wird
reflektiert



Polarisation durch Reflexion

- unter welchen Bedingungen?
- warum?

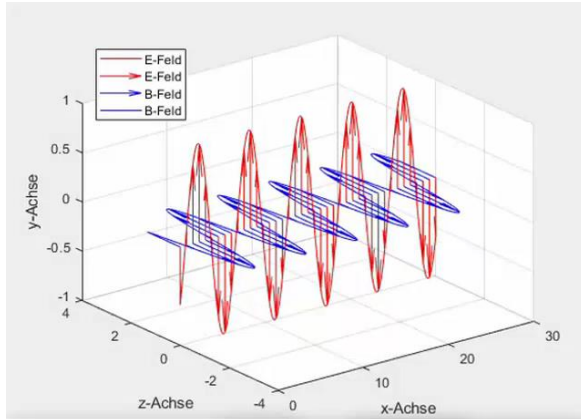
Erinnerung: Polarisation:

Ausrichtung von $\vec{E}$ - und $\vec{B}$ -Feld

• lineare Polarisation:

$\vec{E}$ ($\vec{B}$) in einer Ebene

$$\begin{aligned} \vec{E} &\perp \vec{k} \\ \vec{B} &\perp \vec{k} \\ \vec{E} &\perp \vec{B} \end{aligned}$$

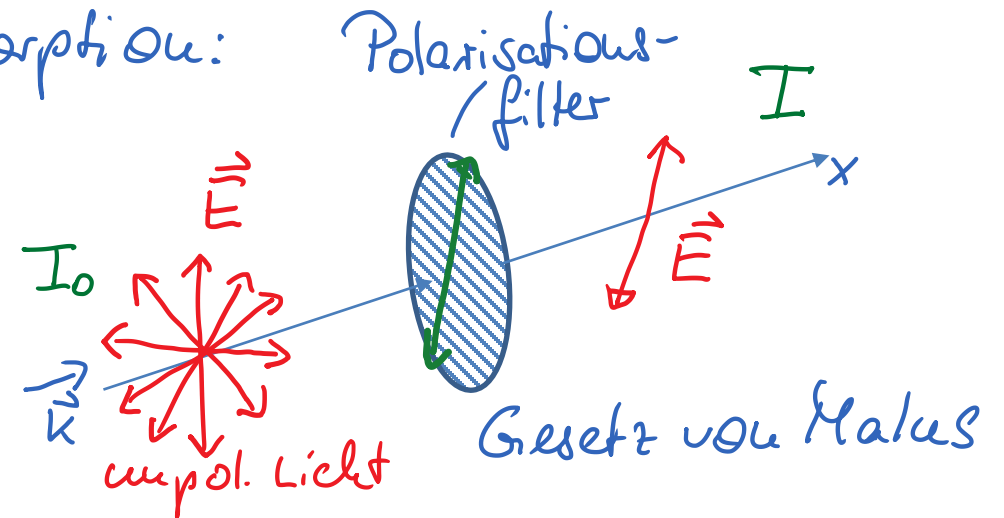


Elektromagnetische Welle: linear polarisiert

bisher:

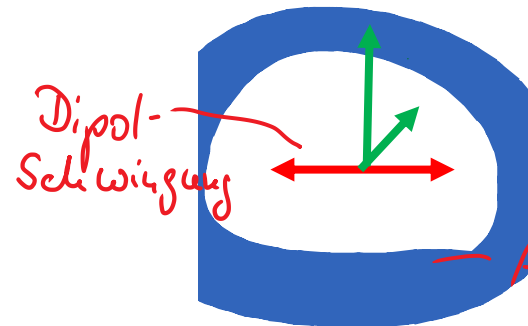
Polarisation durch

a) Absorption:



b) Streuung: Hertz'sche Dipolstrahlung

Himmelsblau ist polarisiert



Dipol-Schwingung

Abstrahlungscharakteristik

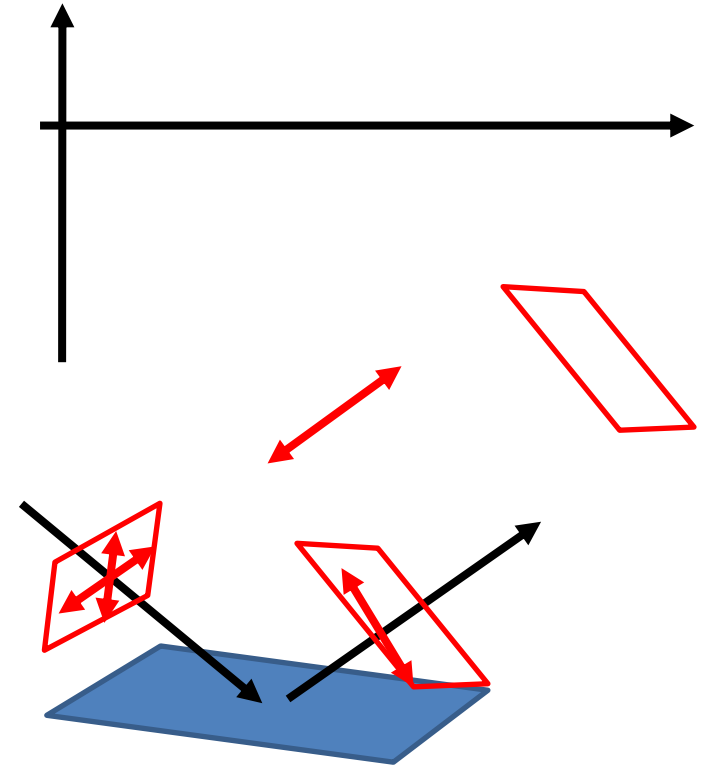


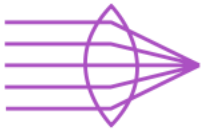


Beobachtung: Reflexion von Licht
abhängig von Polarisation
- Abhängigkeit vom Material

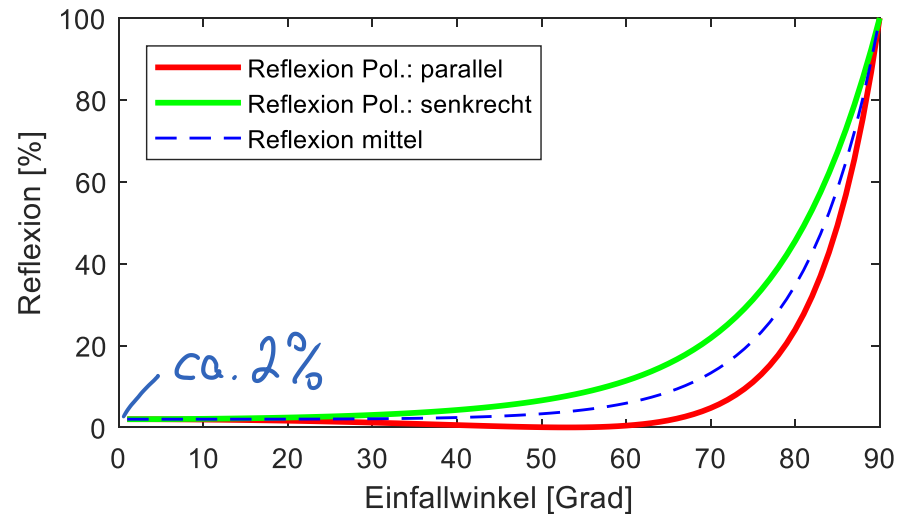


Beispiel: Reflexion an Glasscheibe
abhängig von Ausrichtung des Pol-
Filters





Reflexion: Wasser ($n=1,33$)

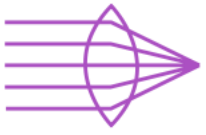


Polarisation



- Reflexion für dünne Schichten

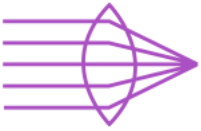
→ Seifenblasen
Interferenz → Farben



Anwendung:

- Brewster - Winkel

↳ Brechungsindex

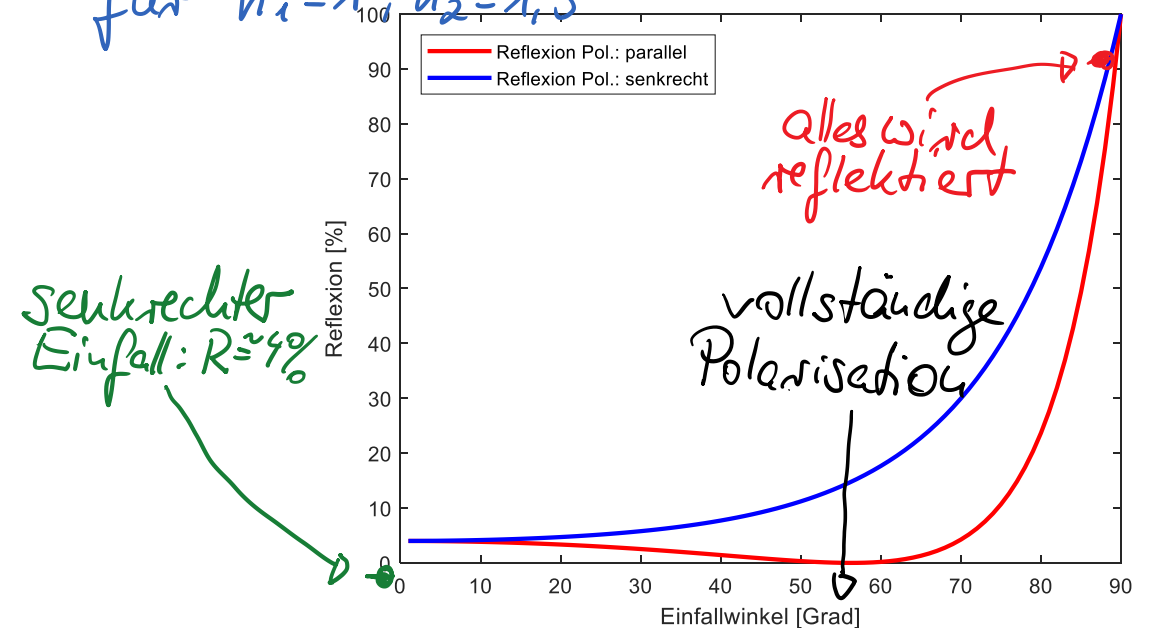


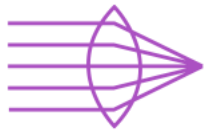
Reflexion abhängig von Polarisation und Winkel

- Intensität der Reflexion: Winkelabh.
- vollständige Polarisation nur für einen Winkel

Anmerkung: Übergang Luft-Glas 
 • für senkrechten Einfall: Reflexion
 ca. 4% der Intensität
 genauere Beschreibung: Intensität
 der Reflexion abh. von Polarisation und
 Einfallswinkel ($\rightarrow$ Fresnelgleichungen)

für $n_1=1$ $n_2=1,5$





• Winkelabhängigkeit der Polarisation

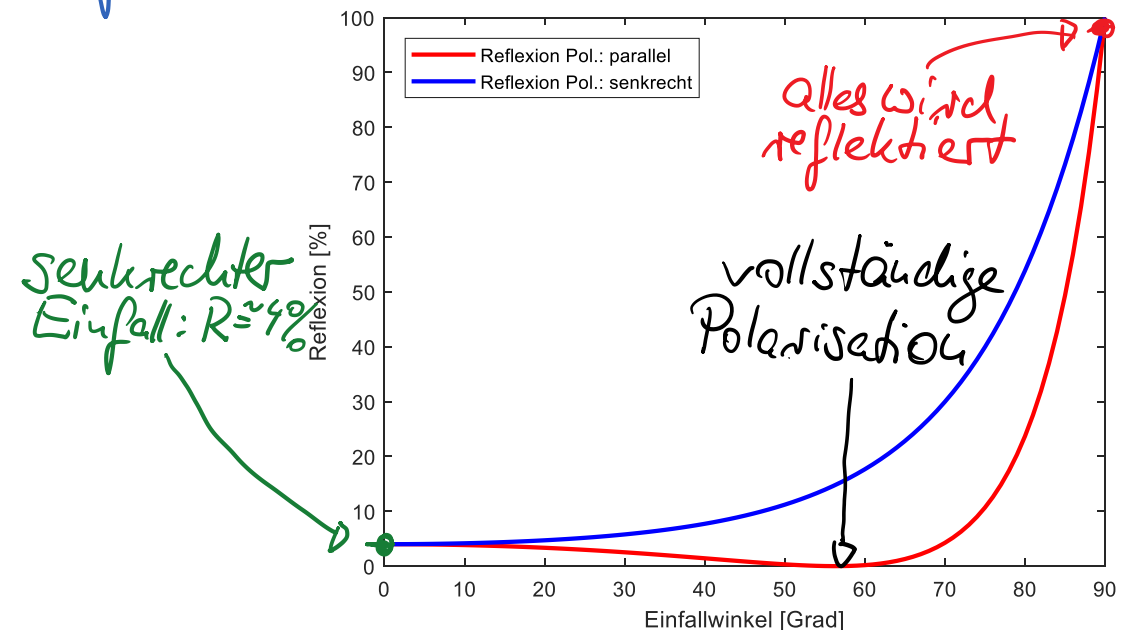


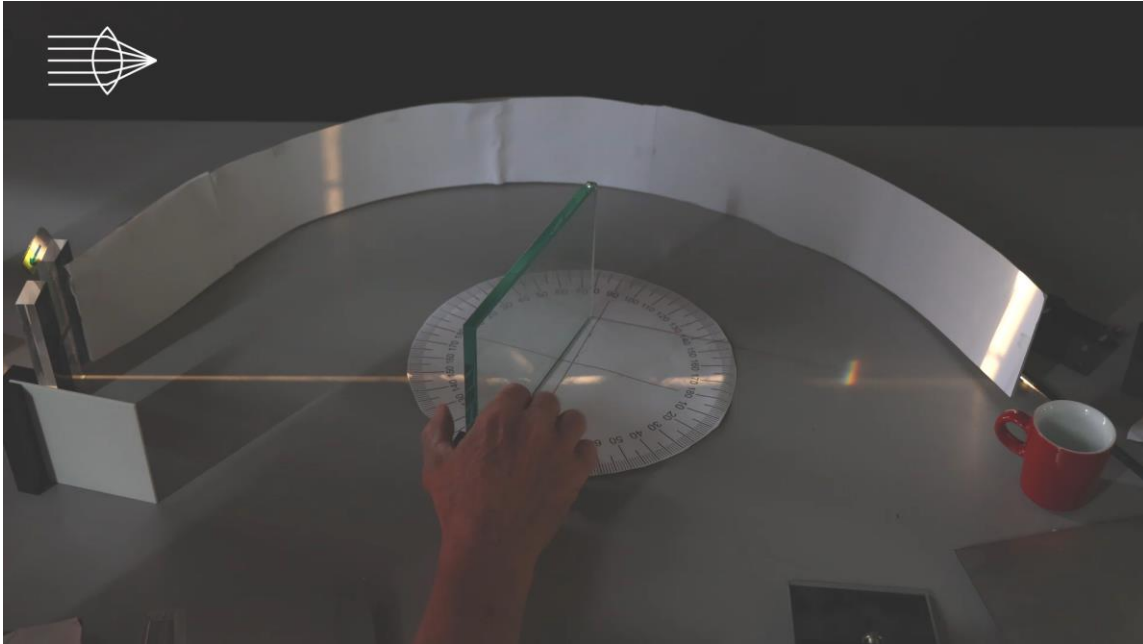
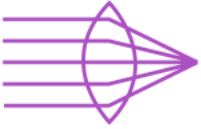
- Intensität der Reflexion: Winkelabh.
- vollständige Polarisation nur für einen Winkel

Anmerkung: Übergang Luft-Glas
• für senkrechten Einfall: Reflexion
ca. 4% der Intensität

genauere Beschreibung: Intensität
der Reflexion abh. von Polarisation und
Einfallswinkel ($\rightarrow$ Fresnelgleichungen)

für $n_1=1, n_2=1,5$

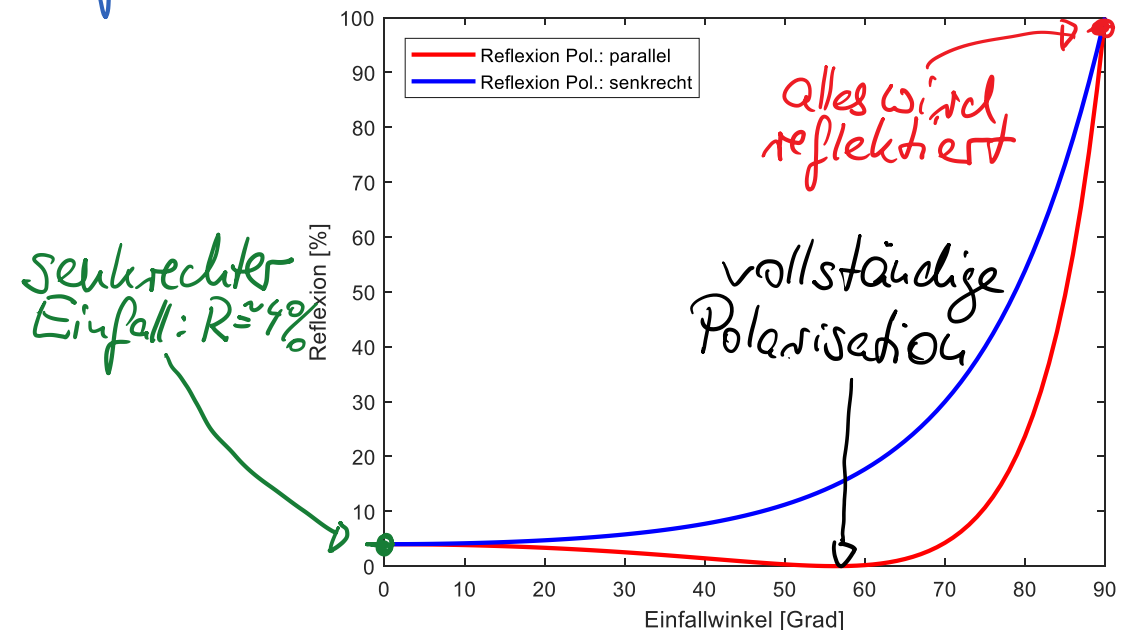


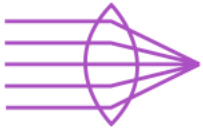


- Intensität der Reflexion: Winkelabh.
- vollständige Polarisation nur für einen Winkel

Anmerkung: Übergang Luft-Glas 
• für senkrechten Einfall: Reflexion
ca. 4% der Intensität
genauere Beschreibung: Intensität
der Reflexion abh. von Polarisation und
Einfallswinkel ($\rightarrow$ Fresnelgleichungen)

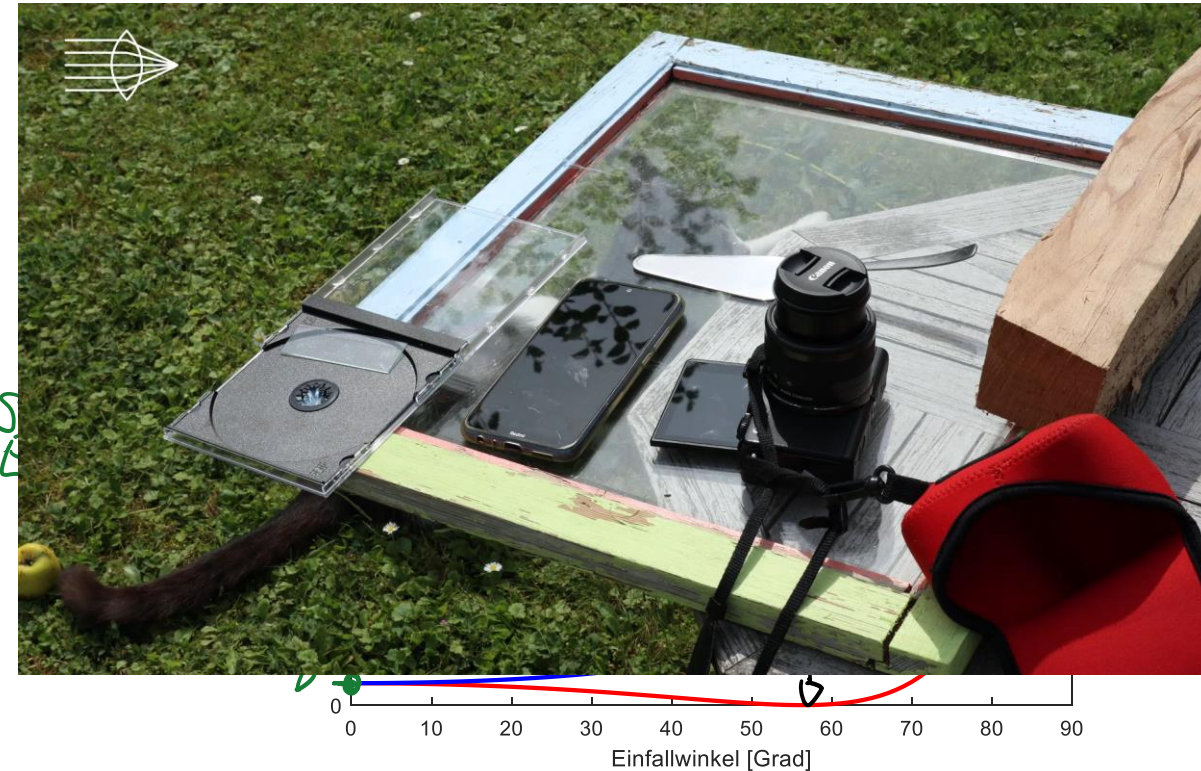
für $n_1=1$, $n_2=1,5$

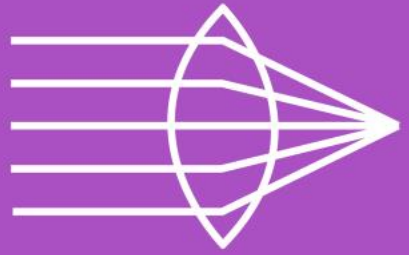




Anmerkung: Übergang Luft-Glas
• für senkrechten Einfall: Reflexion
ca. 4% der Intensität
genauere Beschreibung: Intensität
der Reflexion abh. von Polarisation und
Einfallswinkel ($\rightarrow$ Fresnelgleichungen)

- Intensität der Reflexion: Winkelabh.
- vollständige Polarisation nur für einen Winkel

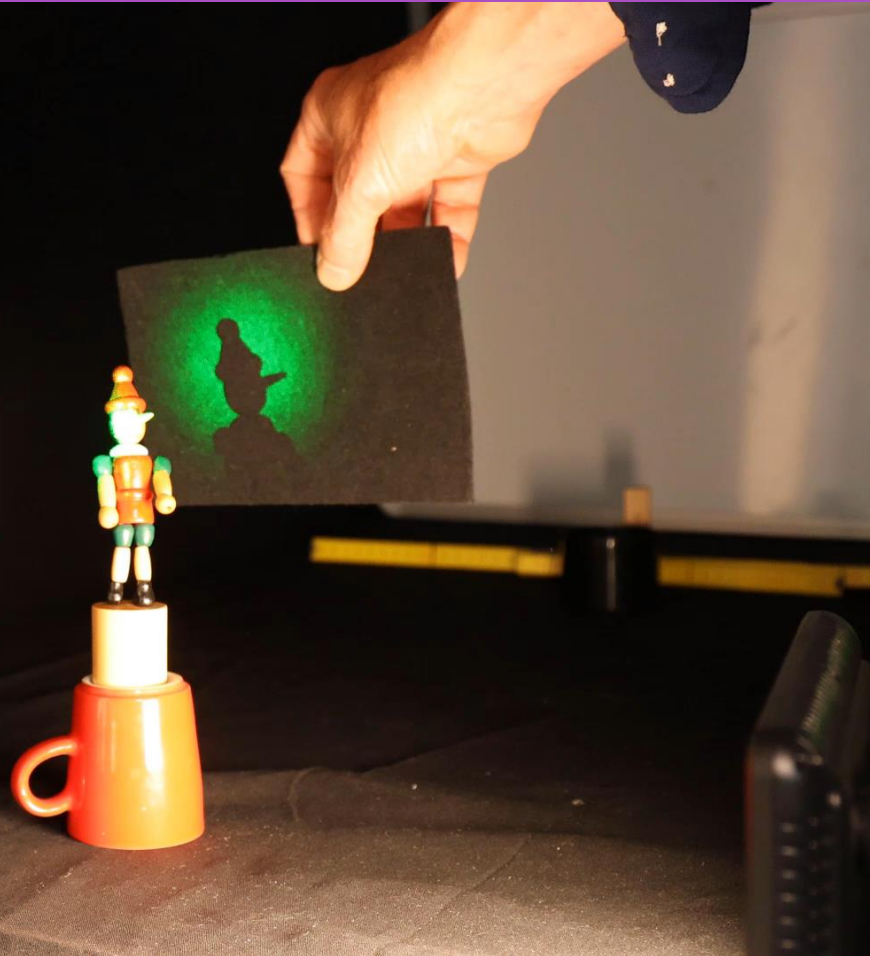


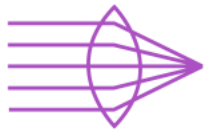


Kohärenz, Interferenz, Beugung

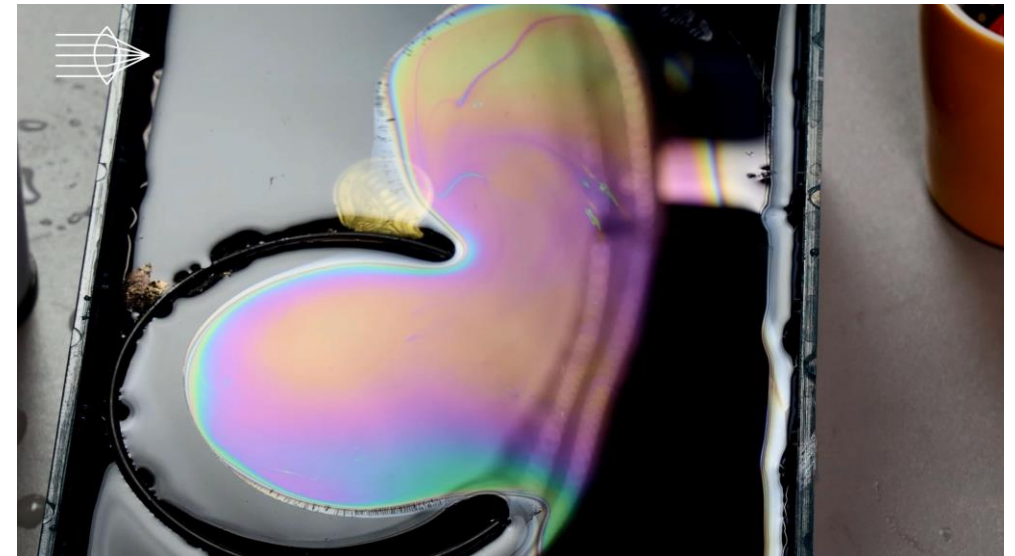


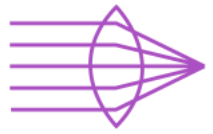
Linse
Strahlaufweitung



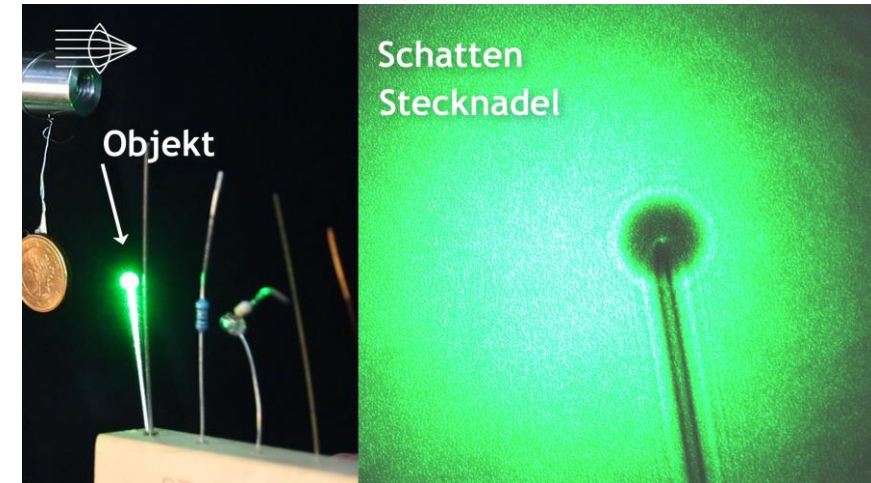
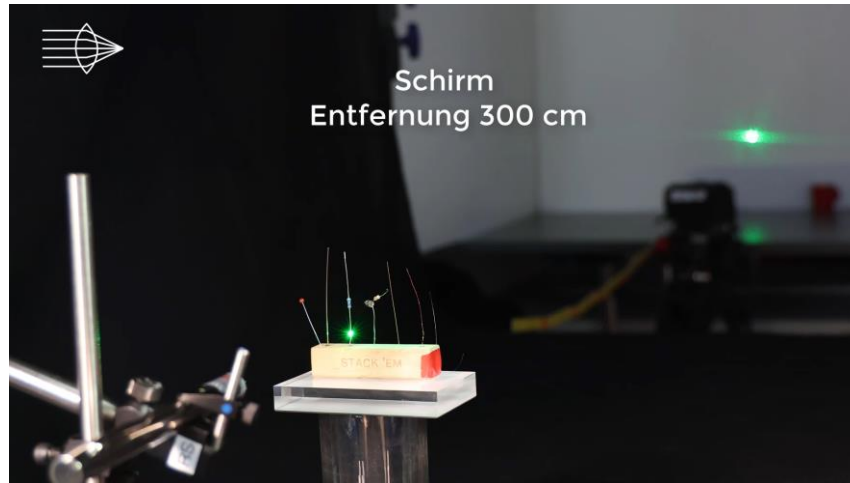


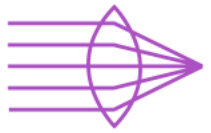
↳ Interferenz und Beugung: Beispiele



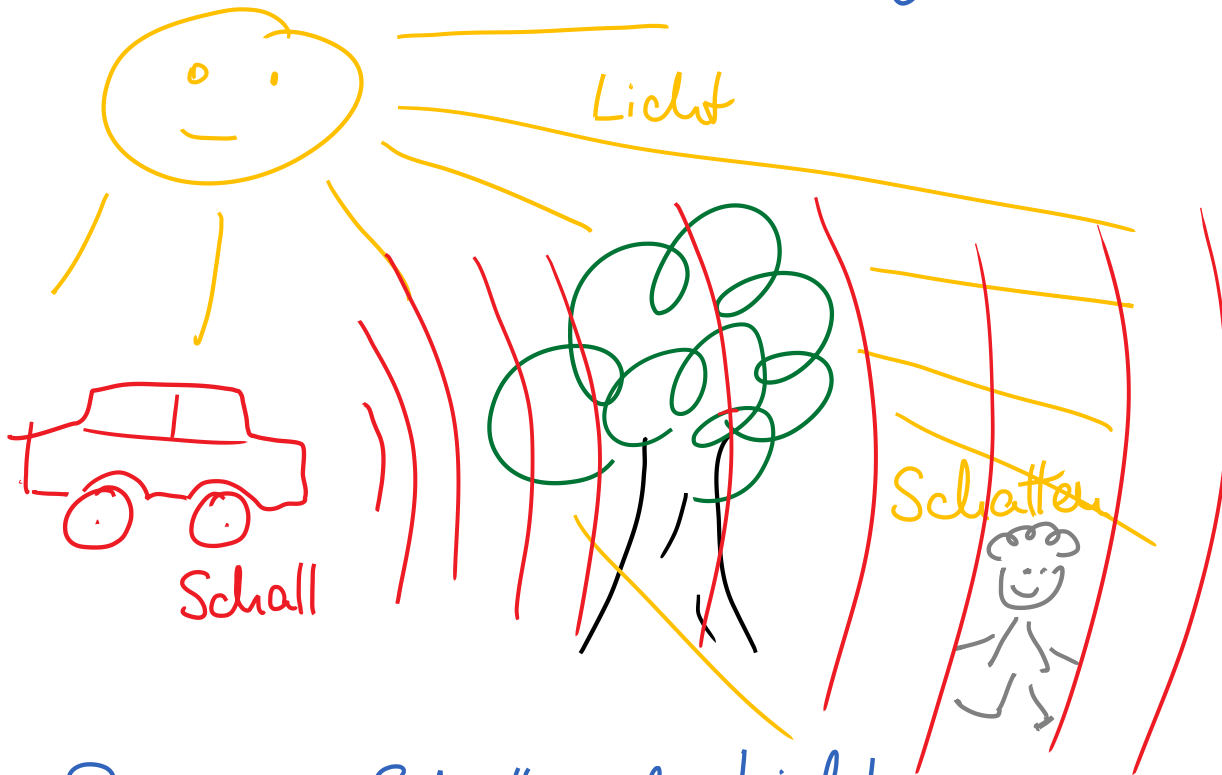


↳ Interferenz und Beugung: Beispiele





Vergleich: Schall / Licht im Alltag



- Baum → Schatten des Lichts
kein „Schatten“ für Schall

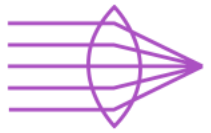
Warum?



	Wellen	
	Schall	Licht
Geschw. $c = \lambda \cdot \nu$	$v_s \approx 340 \frac{m}{s}$ Luft	$c_0 = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$ Vakuum
Freq. ν	20 - 20000 Hz (für Menschen)	$\sim 10^{14} - 10^{15}$ Hz
Wellenl. λ	$\lambda \approx 0,77 m$ für $\nu = 440$ Hz 22m - 0,022m „langsam, große Wellenlänge“	$\lambda \approx 380 - 700 nm$ $= 3,8 - 70 \cdot 10^{-7} m$ „schnell, kleine Wellenl.“

hier: Baum $\sim 1m$

↳ Objektgröße und Wellenlänge bestimmen
Ausbreitung und Schatten



Interferenz:

Beispiel: zwei Wasserwellen



L> Amplituden unterschiedlicher
Wellen addieren sich

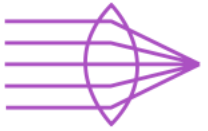


Beispiel: Wasserwellen im Regen



- Ausbreitungsgeschw. gleich
- aber: Auftreffpunkte /zeiten sind zufällig u. nicht korreliert

L> Überlagerung: ja
hohe Intensität: nein



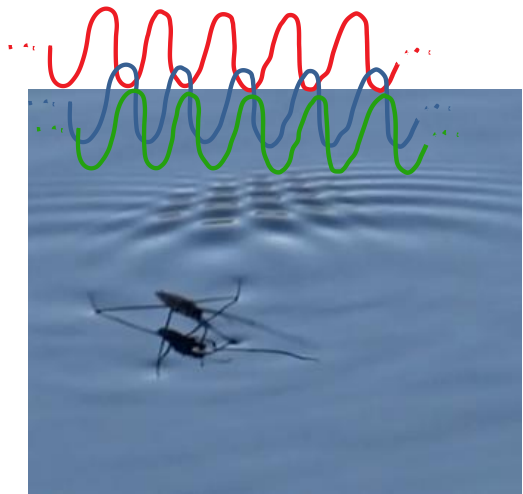
Kohärenz

Latein für „Zusammenhängen“

Wellen sind kohärent, wenn die Zeitabhängigkeit der Amplitude bis auf eine Phasenverschiebung gleich ist.

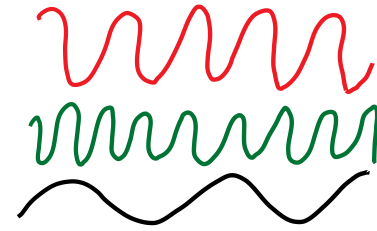
Beispiel:

a) Wellen mit gleicher Freq. ν und Wellenl. λ



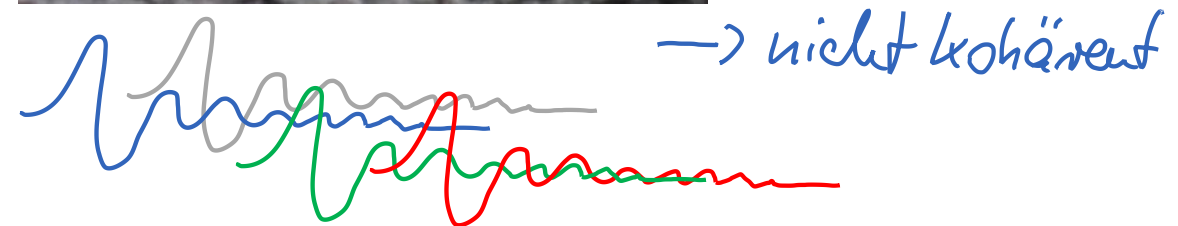
→ vollständig
kohärent

b) Wellen mit untersch. ν und λ



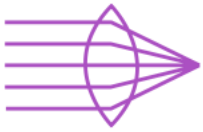
→ nicht kohärent

c) Wellen ohne feste Phasenbeziehung



→ nicht kohärent





d) Wasserwelle : Kohärent



- Entstehung der Welle an allen Randpunkten zur gleichen Zeit

Phase gleich

zeitliche & räumliche Kohärenz !



Intensität:

- Wasser: jede Welle sichtbar
→ Interferenz direkt sichtbar
- Licht

- elektromagn. Welle: $\vec{E}(x,t) \sim \vec{B}(x,t)$

- Intensität $I \sim \langle \vec{E}^2 \rangle$

↗ zeitlicher Mittelwert

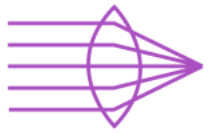
Beispiel: Rot $\lambda = 600 \text{ nm}$

$$\hookrightarrow \nu = \frac{c_0}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{600 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 0,5 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

$$\hookrightarrow T = \frac{1}{\nu} = 2 \cdot 10^{-15} \text{ s}$$

d.h. für eine Meßzeit von $T_M = 2 \mu\text{s}$

wird über $N = T_M / T = \frac{2 \cdot 10^{-6} \text{ s}}{2 \cdot 10^{-15} \text{ s}} = 10^9$
Perioden gemittelt

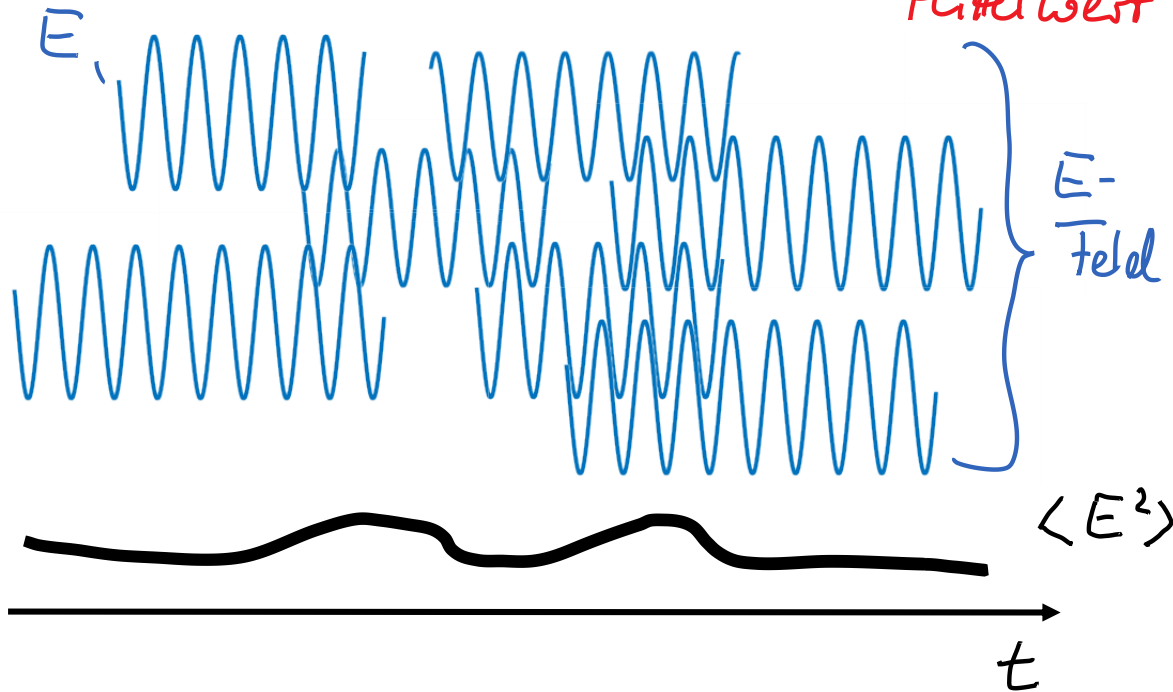


Kohärenz und Intensität

- elektromagn. Welle $\vec{E}(x,t)$ $\vec{B}(x,t)$

Intensität $I \sim \langle \vec{E}^2 \rangle$

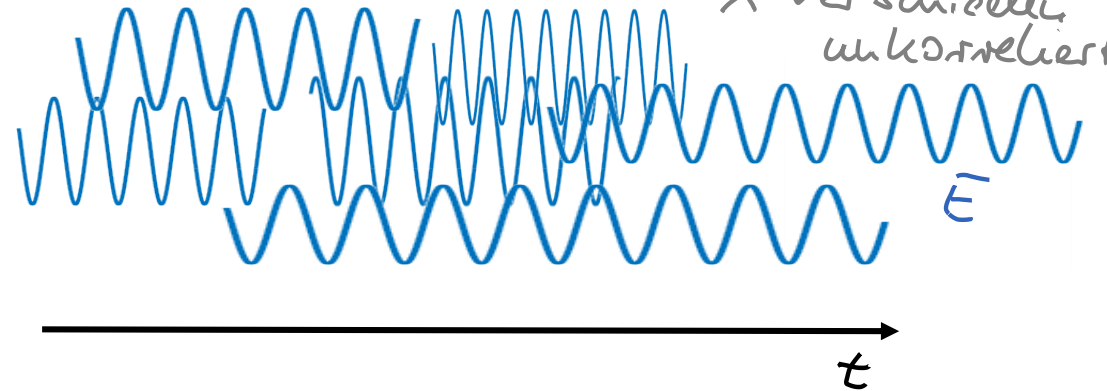
↗ zeitlicher Mittelwert



- weißes, inkohärentes Licht

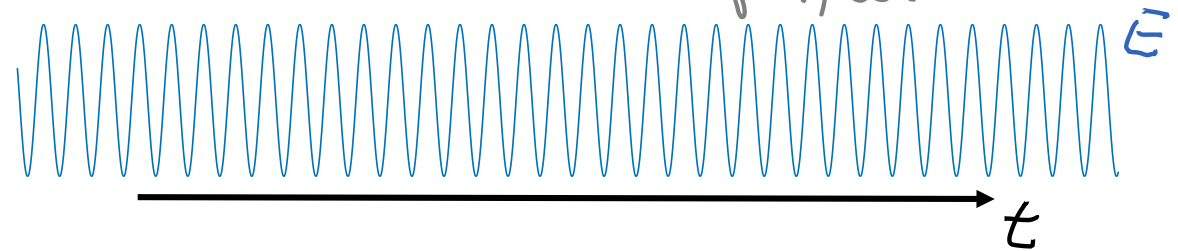


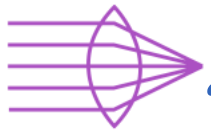
λ verschieden, unkorreliert



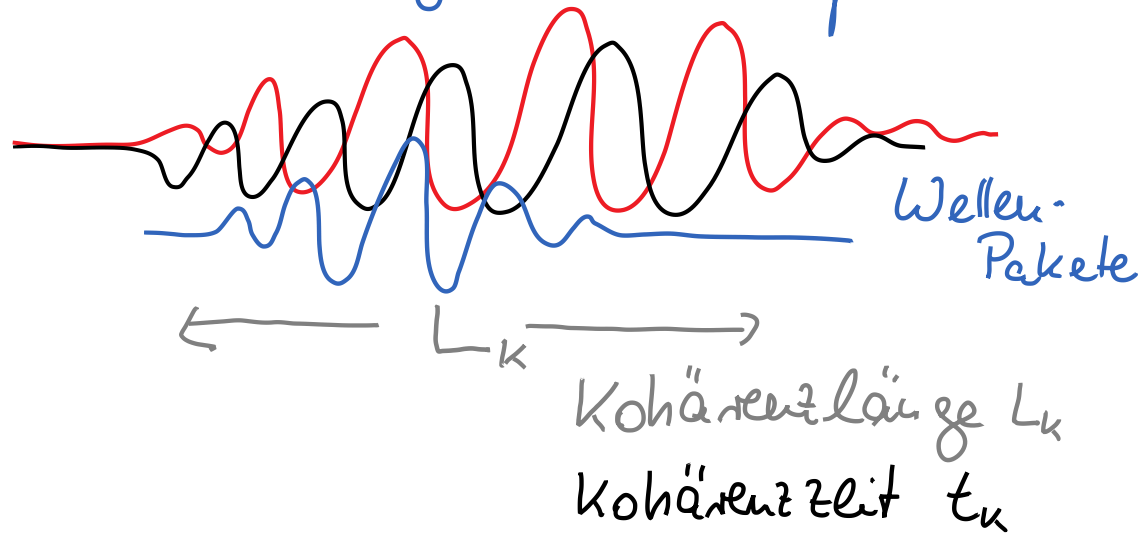
- monochromatisch, kohärentes Licht

λ fest, eine Welle

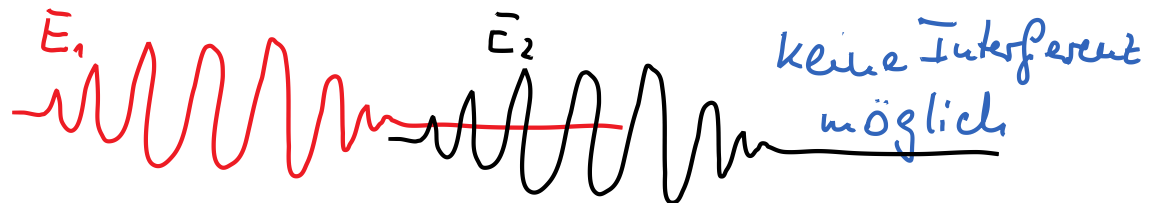




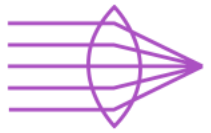
- reales Licht: Welle ist räumlich begrenzt $\rightarrow$ Wellenpakete



- Interferenz zwischen Licht kann interferieren, wenn die Teilstrahlen weniger als $L_k = c_0 \cdot t_k$ gegeneinander verschoben sind.

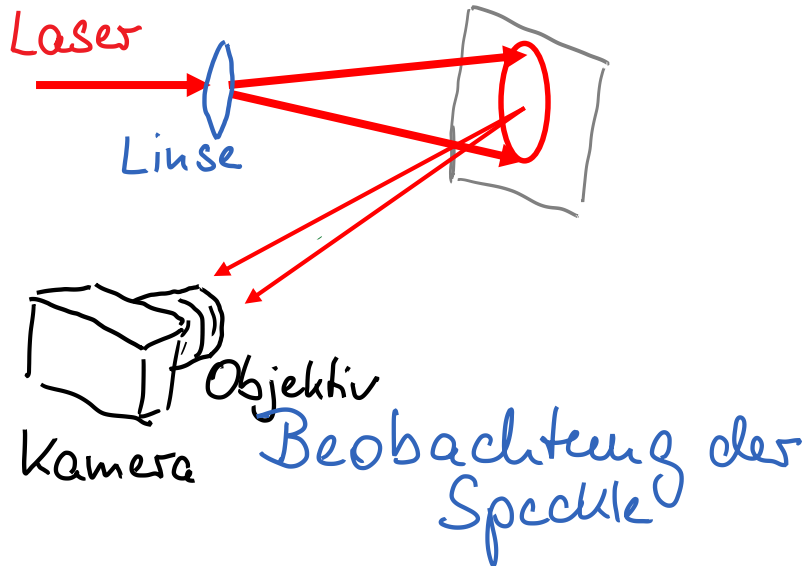
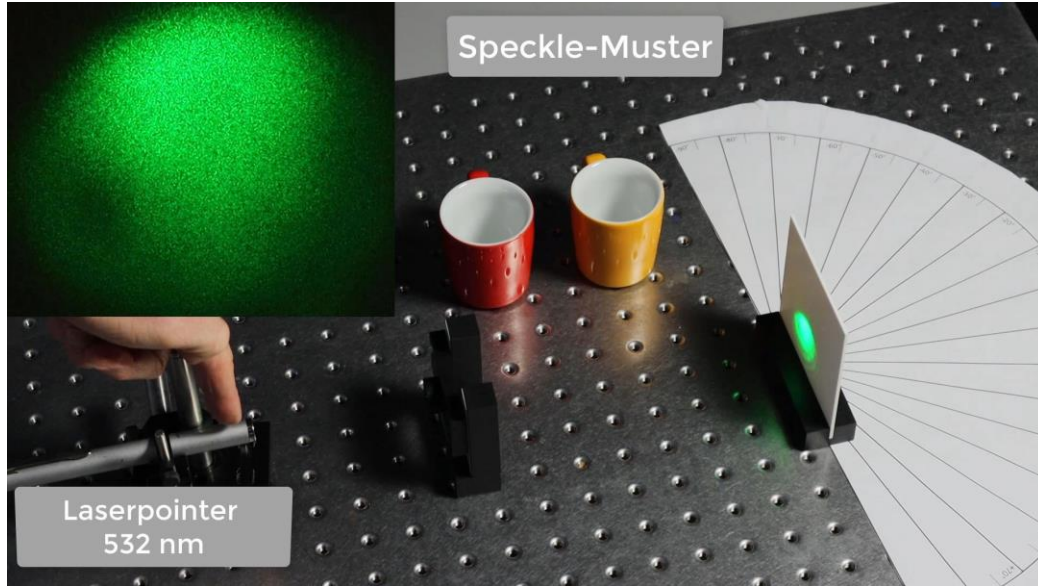


- Kohärenzlänge abh. von Quelle:
 - klassische Spektrallampe
 $t_k \approx 10^{-9} \text{ s} \rightarrow L_k = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 10^{-9} \text{ s} = 0,3 \text{ m}$
 - weißes Licht : $L_k \approx 1 \mu\text{m}$
 - Halbleiterlaser : $L_k \approx 1 \text{ m}$
 - HeNe-Laser : $L_k \approx 10^3 \text{ m}$
- Unterscheidung:
 - zeitliche Kohärenz
 - räumliche Kohärenz



Laser-Speckle u. Interferenz

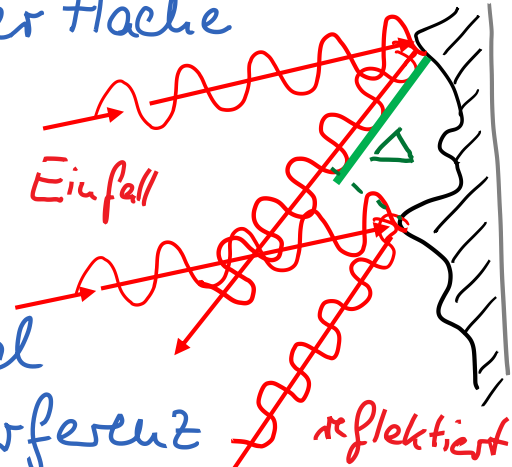
Speckle $\equiv$ Fleck



Erklärung

- kohärentes Laserlicht
- Reflexion von unebener Fläche

L) Phasendifferenz
zwischen reflektierten
Strahlen

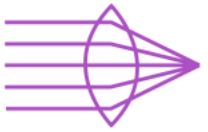


L) konstruktive und
destruktive Interferenz

L) helle und dunkle Bereiche
 $\equiv$ Speckle

- keine Speckle für inkohärente Strahlen
(Glühlampe, LED etc.)

Anwendung: Analyse von Oberflächen,
Geschwindigkeitsmessung



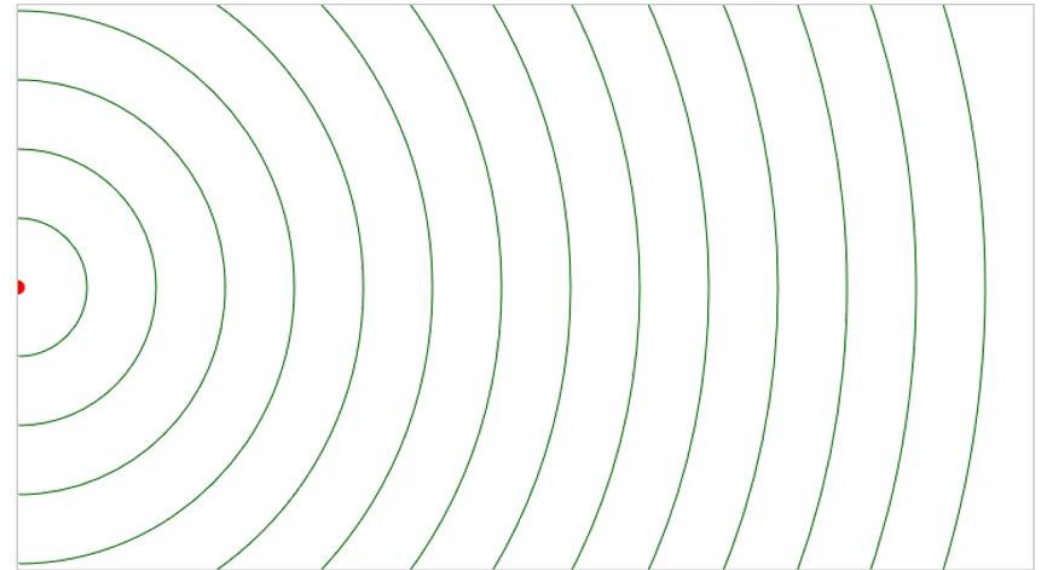
Themen:

- Zweistrahlinterferometrie
 - Michelson-Morley-Interf.
 - ...
- Interf. an dünnen Schichten
 - Seifenblasen
 - dielektrische Filter
- Beugung:
 - Doppelspalt
 - Einzelspalt
 - an Blende oder Öffnung
 - Vielfachspalt
 - ↳ Spektrometer
 - Poisson-Fleck

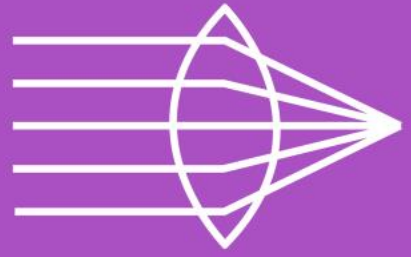


Prinzip der Beschreibung:

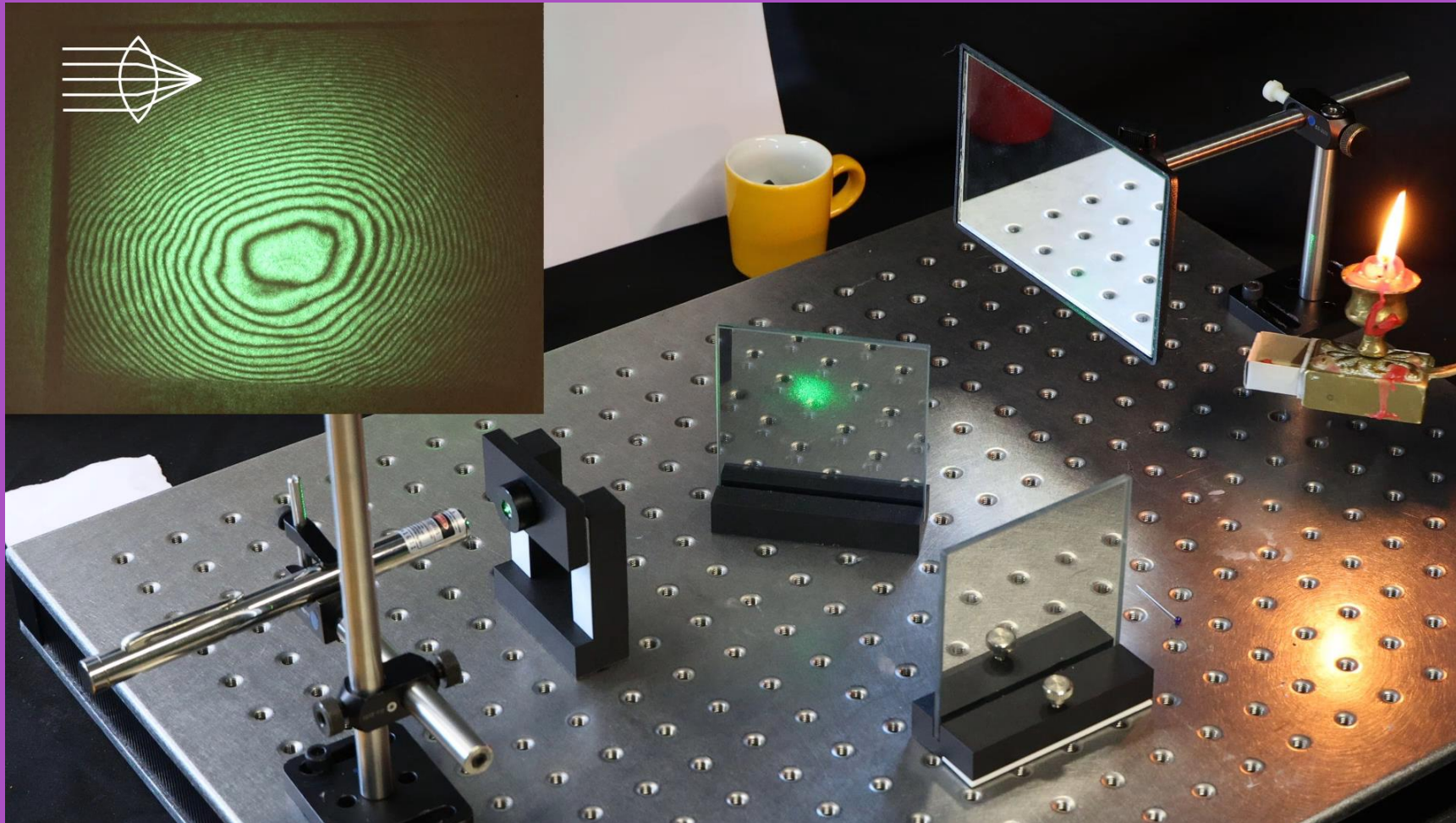
- Huygens'sche Elementarwellen

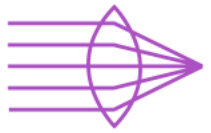


Check to create Spherical wavefront: ☒
Number of sources 1 20
WaveLength 5 200
Speed of Wave 0.2 5



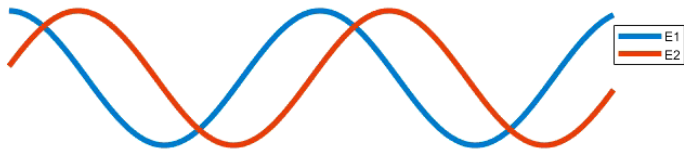
Michelson- Interferometer





Michelson-Interferometer

- Zwei-Strahlinterferometer: E -Feld



Phase = 800°



$$\vec{E}_1 = E_0 \cdot \cos(\omega t)$$

$$\vec{E}_2 = E_0 \cdot \cos(\omega t - \varphi)$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

Intensität $\sim E^2 \sim \langle (\vec{E}_1 + \vec{E}_2)^2 \rangle$

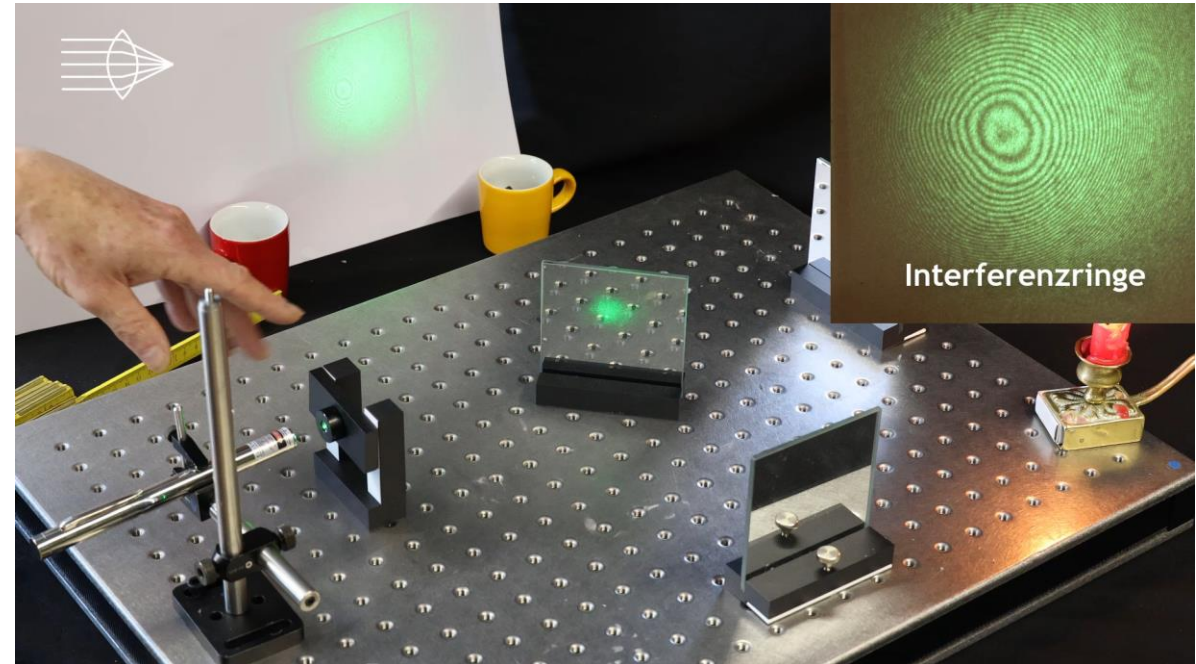
abhängig von Phase $\Delta\varphi$!

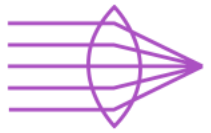
Anwendung: sehr genaue Messung von
Längen oder Wellenlängen

- mit kohärentem Licht (Laser)

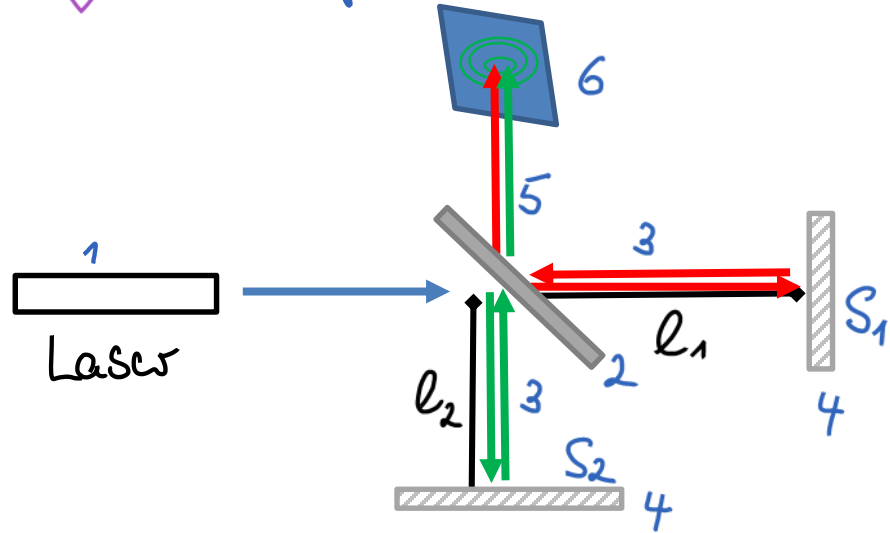


Aufbau & Experiment:





Aufbau: Michelson-Interf.



1. Laser - kohärent
2. Strahlteiler, halbdurchlässiger Spiegel
Aufteilung in
3. Teilstrahlen
4. Spiegel, Reflexion der Teilstrahlen, die
5. am Strahlteiler zusammengeführt werden
6. Schirm / Detektor: Überlagerung /
Interferenz

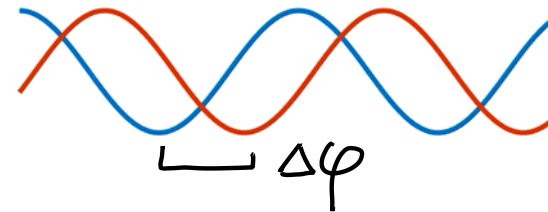
• am Strahlteiler: jeweils Reflexion
und Transmission

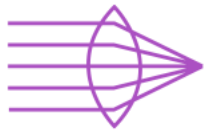
• Interferenz abh. von l_1 & l_2

am Detektor: $E_1 = E_0 \cdot \cos(\omega t + 2kl_1)$

$$E_2 = E_0 \cdot \cos(\omega t + \overset{\text{hin \& zurück}}{2kl_2})$$

↳ Phasendifferenz $\Delta\varphi = 2k \cdot (l_1 - l_2)$
 $= 2 \cdot \frac{2\pi}{\lambda} \cdot (l_1 - l_2)$

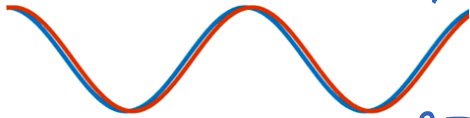




↳ Phasendifferenz

$$\Delta\varphi = 2k \cdot (l_1 - l_2) = 2 \cdot \frac{2\pi}{\lambda} \cdot (l_1 - l_2)$$

- wenn $\Delta\varphi = m \cdot 2\pi \rightarrow$ konstruktive Interferenz
 $m = 0, \pm 1, \pm 2$

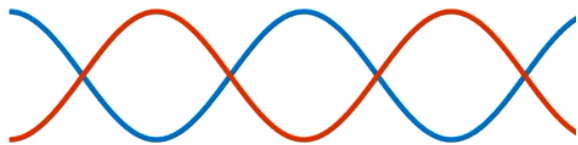


$$\hookrightarrow m \cdot 2\pi = 2 \cdot \frac{2\pi}{\lambda} (l_1 - l_2)$$

$$m \cdot \frac{\lambda}{2} = l_1 - l_2$$

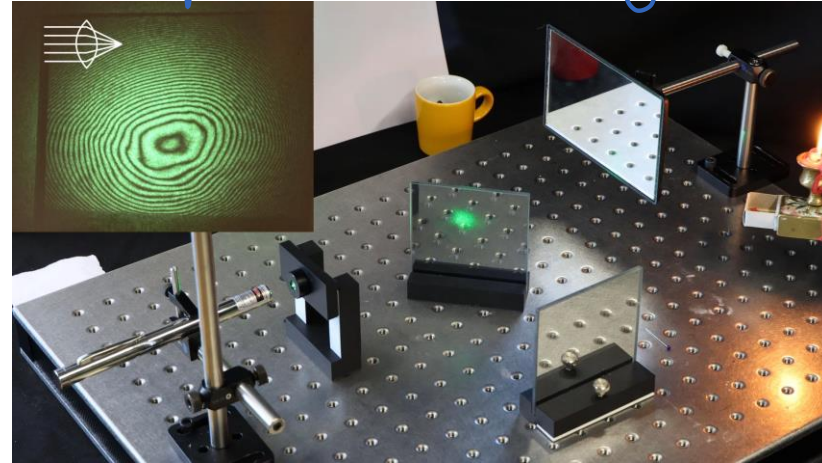
→ bei einer Verschiebung eines Spiegels um $\Delta l = \frac{\lambda}{2}$ erscheint das nächste Interf.-Maximum

- weitere Verschiebung um $\Delta l = \frac{\lambda}{4}$
 $\hookrightarrow$ destruktive Interferenz, Auslöschung

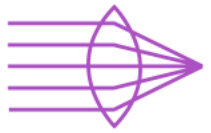


Im Experiment: Längenmessung

$$\lambda = 532 \text{ nm}$$



- Abstand benachbarter Interf.-Maxima:
 $\frac{\lambda}{2} = \Delta l_1 \rightarrow \Delta l_1 = \frac{532}{2} \text{ nm} = 266 \text{ nm}!$
- Wärme $\rightarrow$ Längenausdehnung
 $m = 28: \Delta l_{28} = 28 \cdot 266 \text{ nm} \approx 7,5 \mu\text{m}$
 genaue Längenmessung!



Berechnung der Intensität

- Laser-Licht: E-Feld $E = E_0 \cdot \cos(\omega t - k \cdot z)$
mit $\omega = 2\pi/T$ $k = 2\pi/\lambda$ Weg

$$\text{Intensität } I = I_0 \cdot \langle \cos^2(\omega t) \rangle$$

$$= I_0 \cdot \frac{1}{2} \quad \uparrow \text{ zeitlicher Mittelwert}$$

$\omega \approx 10^{15} \text{ Hz}!$

- am Detektor:

$$E_D = E_1 + E_2 \quad \leftarrow \text{Interferenz}$$

$$= F \cdot E_0 \cdot [\cos(\omega t + 2k \cdot l_1 + \varphi_0) + \cos(\omega t + 2k \cdot l_2 + \varphi_0)]$$

↑ Faktor
Strahlteiler

↘ Lichtweg hinterher

$$I_D = I_{D0} \langle [\cos(\omega t + 2k l_1 + \varphi_0) + \cos(\omega t + 2k l_2 + \varphi_0)]^2 \rangle$$

$$= I_{D0} \langle \underbrace{\cos^2(\omega t + 2k l_1 + \varphi_0)}_{=\frac{1}{2}} + 2 \cos(\omega t + 2k l_1 + \varphi_0) \cdot \cos(\omega t + 2k l_2 + \varphi_0) + \underbrace{\cos^2(\omega t + 2k l_2 + \varphi_0)}_{=\frac{1}{2}} \rangle$$



dazu zeitlicher Mittelwert:

$$\langle f(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$$

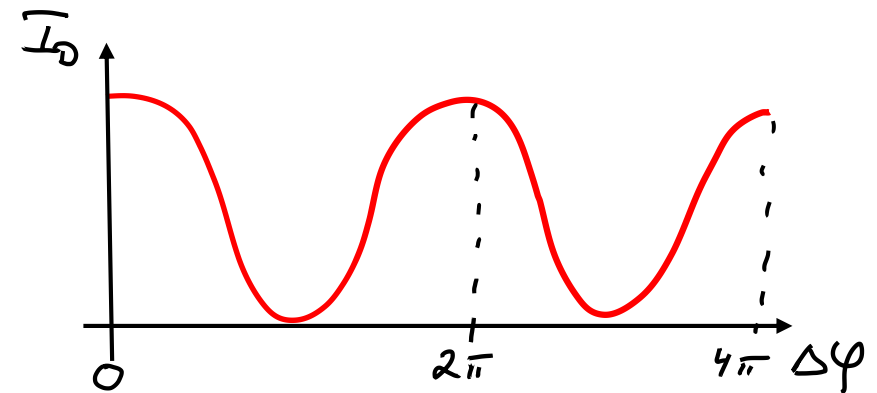
$$\text{mit } \langle \cos^2(\omega t) \rangle = \frac{1}{2} \quad \text{und } \langle \cos(\omega t) \rangle = 0$$

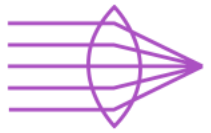
$$\text{und } \cos(x) \cdot \cos(y) = \frac{1}{2} [\cos(x-y) + \cos(x+y)]$$

$$\hookrightarrow I_D = I_{D0} \langle 1 + \underbrace{\cos(2k(l_1 - l_2))}_{\text{unabh. von } t} + \underbrace{\cos(2\omega t + 2k(l_1 + l_2) + 2\varphi_0)}_{=0} \rangle$$

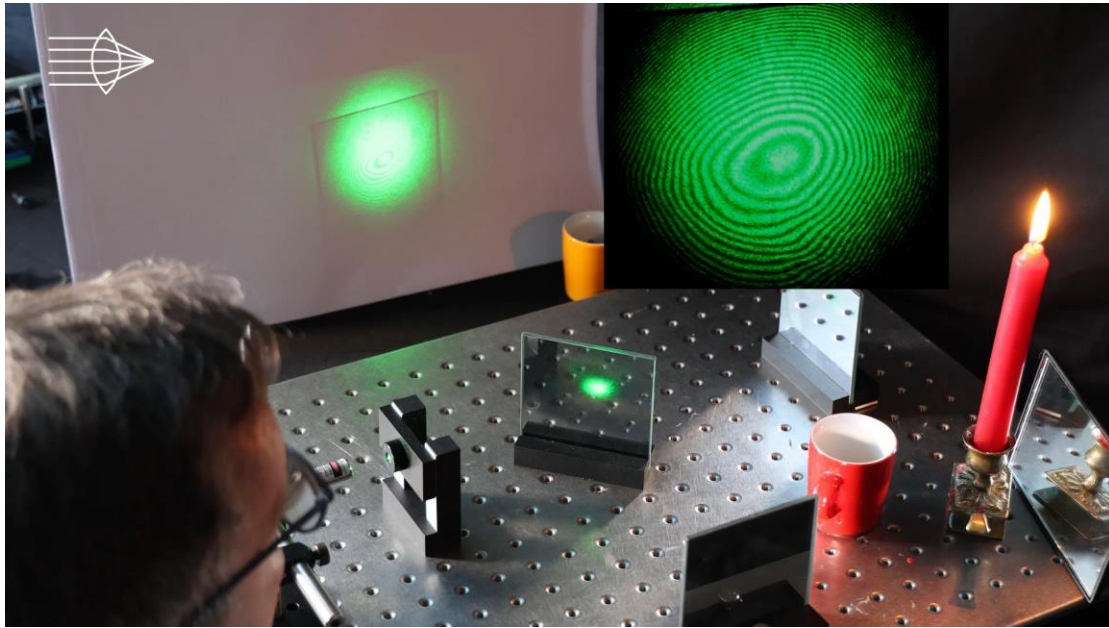
$$I_D = I_{D0} \cdot [1 + \cos(2k \Delta l)]$$

$$\Delta \varphi = 2 \cdot \frac{2\pi}{\lambda} \Delta l \quad \text{mit } \Delta l = l_1 - l_2$$





Messung Brechungsindex

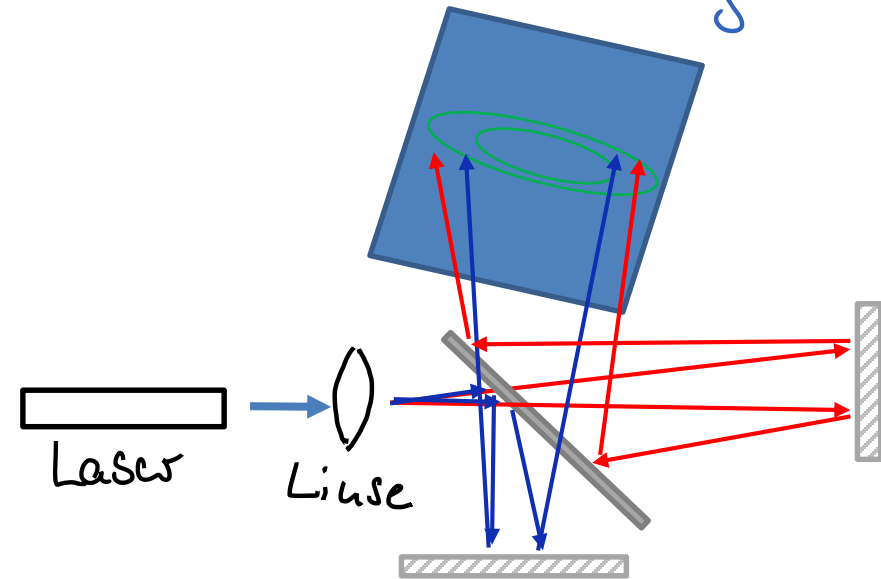


- Temperaturerhöhung
 - Dichte der Luft kleiner
 - Brechungsindex kleiner
 - $\lambda_{\text{Luft}} = \frac{\lambda}{n}$ größer
 - ↳ Phasenunterschied

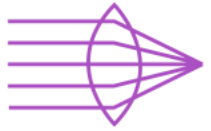
Entstehung der Interf.-Ringe



- Strahlaufweitung durch Linse
 - ↳ divergenter Strahl

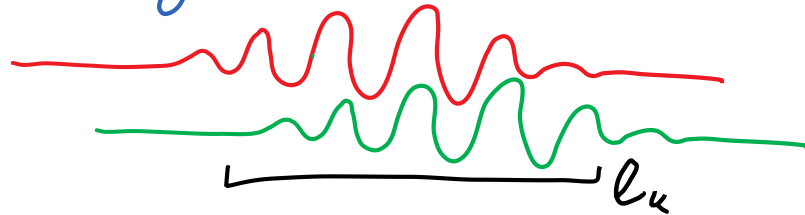


- ↳ für untersch. Spiegelentfernungen
 - $\Delta\phi$ abh. vom Winkel

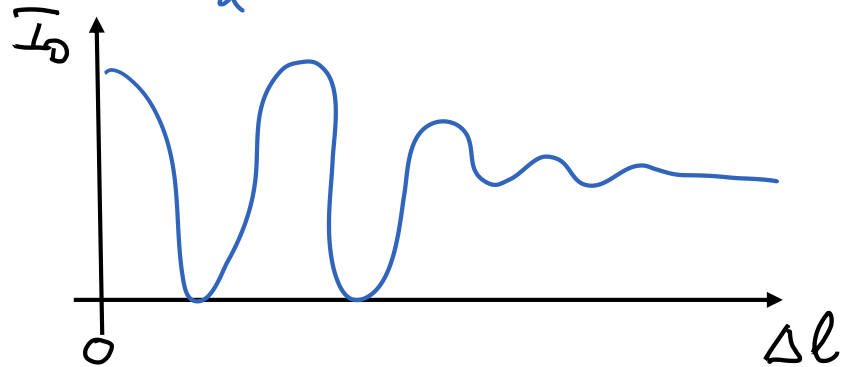


Interferenz $\equiv$ kohärente Strahlung

- Kohärenzlänge:



- Interferenzsignal, wenn die Wegdifferenz Δl kleiner als l_k



$\rightarrow$ Messung der Kohärenzlänge

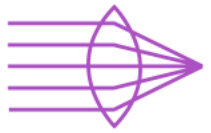
- Wenn $\Delta l = 0$: Interferenz auch für weißes Licht



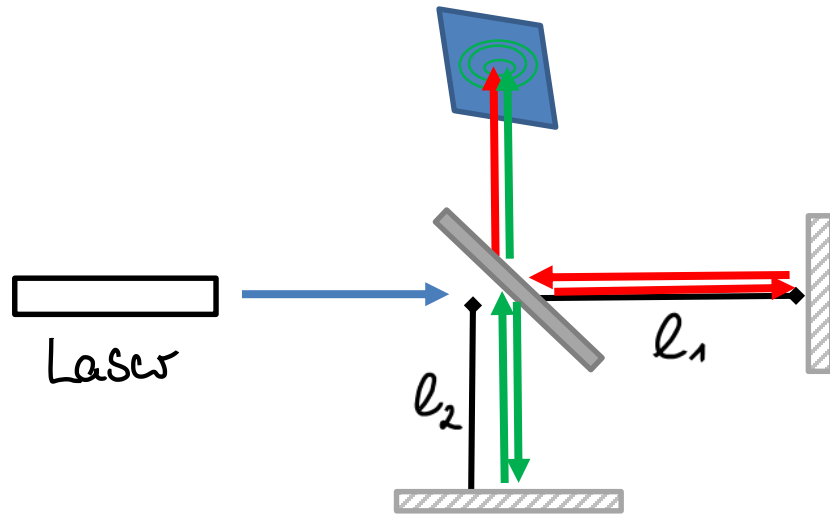
- Michelson-Morley-Experiment (1881)

Versuch, die Erddrehung im „Äther“ interferometrisch zu messen: negativ!

$\rightarrow$ es gibt keinen „Äther“
experimenteller Beleg für das Relativitätsprinzip
 $\rightarrow$ Einstein: spezielle Relativitätstheorie



Anmerkungen:



• Strahlteiler:

- Reflexionskoef. $R \leq 0,5$

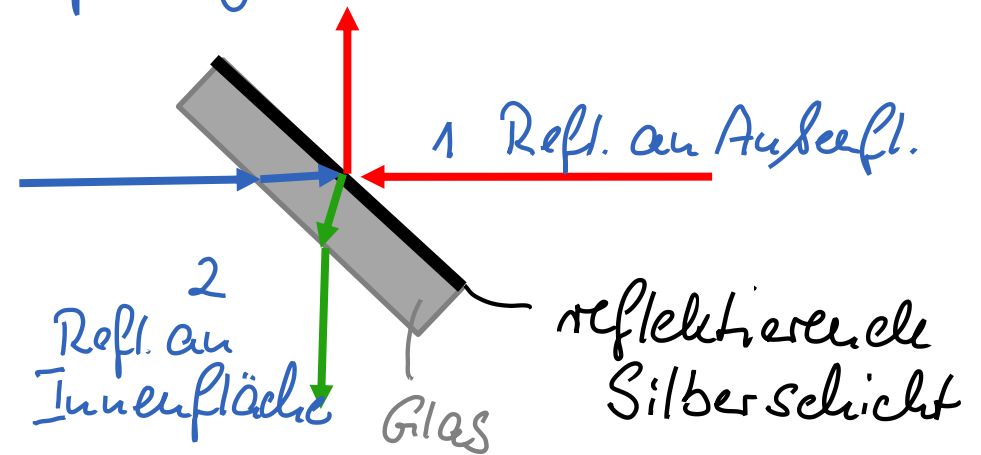
- Transmissionskoef. $T \leq 0,5$

jeder Strahl wird reflektiert und transm.

$$I_0 \rightarrow R \cdot T \cdot I_0$$



• Phasensprung am Strahlteiler

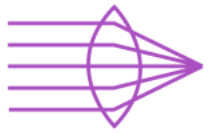


↳ Phasendifferenz $\Delta\phi_2 = \pi$ rad

• Energieerhaltung

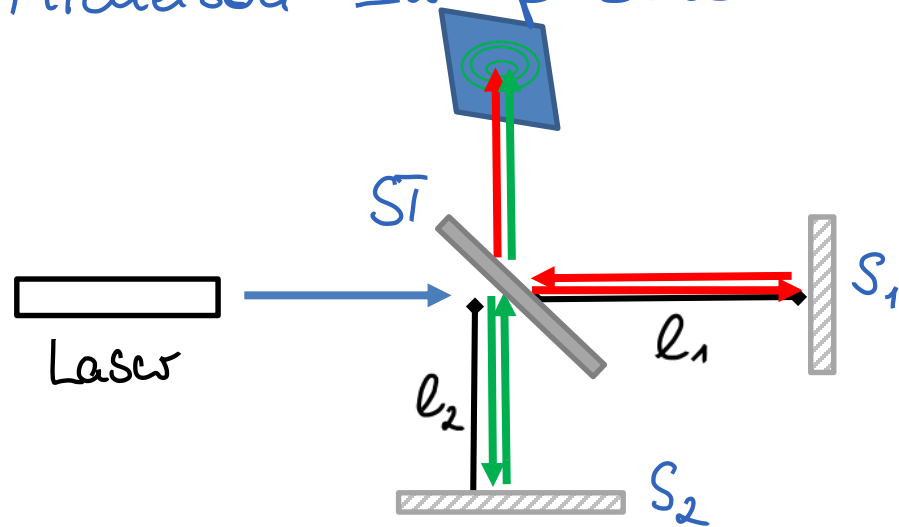
bei destruktiver Interferenz muß Lichtenergie „irgendwo“ hin

↳ Rückreflexion zum Laser:
konstruktive Interf.

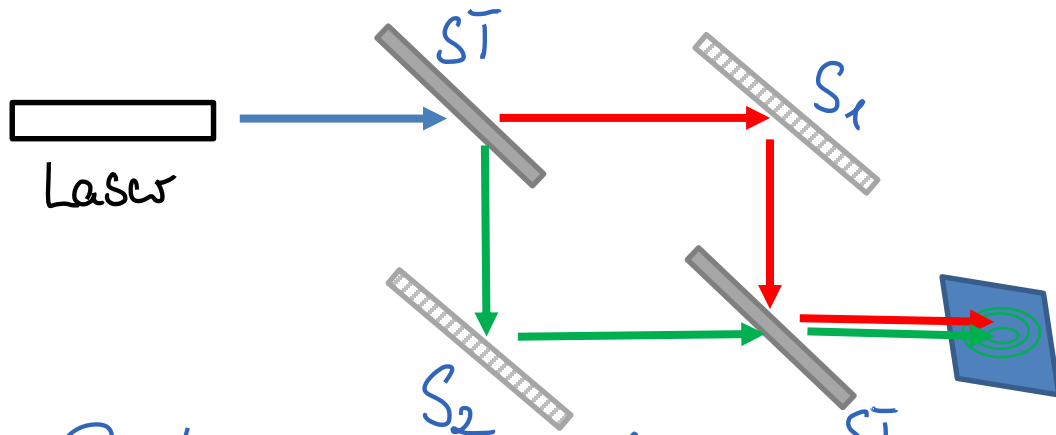


Interferometer: Modifikationen

- Michelson-Interferometer



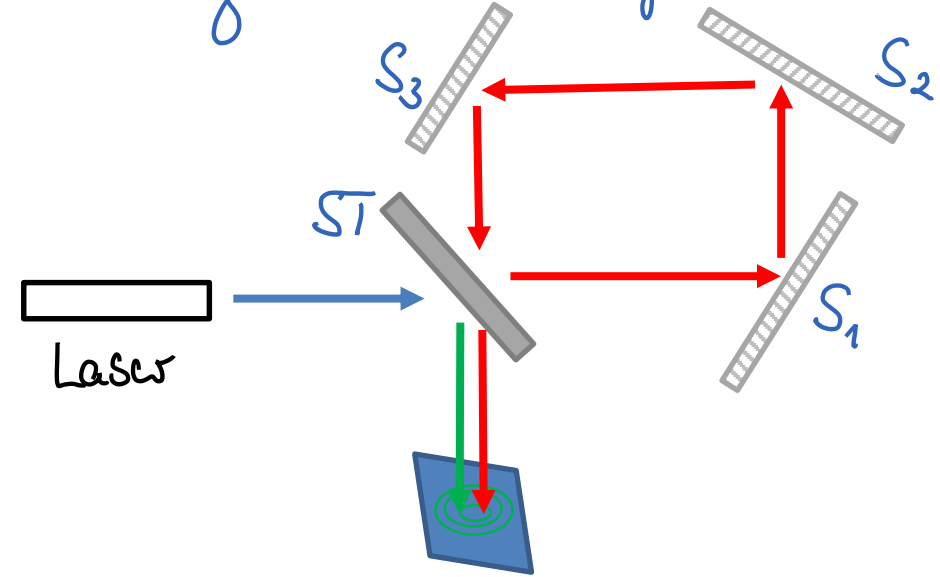
- Mach-Zehnder-Interferometer



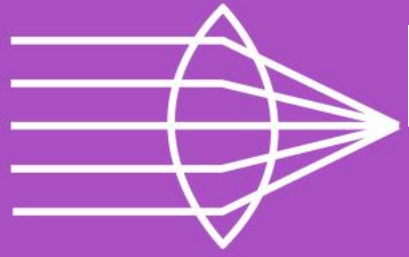
→ Bestimmung Brechungsindex



- Sagnac-Interferometer



- Verwendung als Laser-Kreis
- Messung von Rotationen



Licht: Welle, Teilchen?

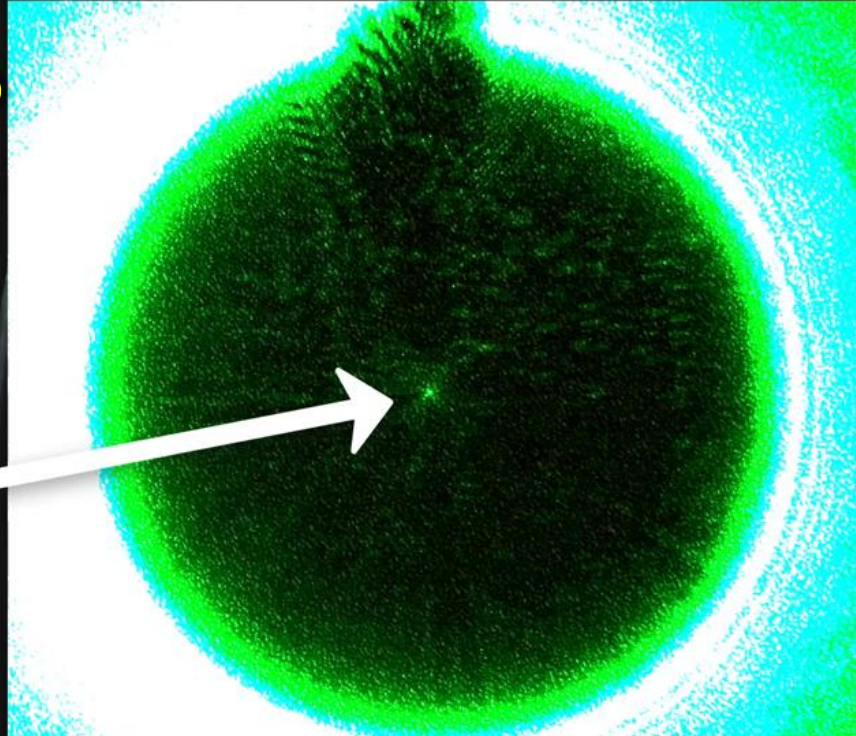
Poisson-Fleck

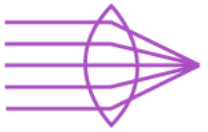


Das Loch im Schatten!

Triumph des
Experiments

Poisson-
Fleck





Licht - Welle oder Teilchen?

Ch. Huygens : „... Welle...“
(1629-1695)

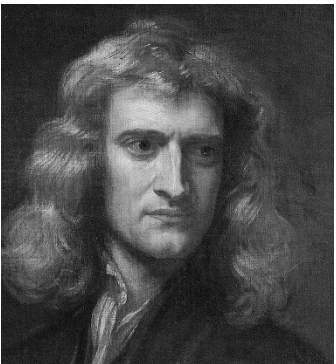


Elementarwellen → Brechung

Was schwingt?

... und warum?

I. Newton :
(1642-1729)



„... Teilchen...“

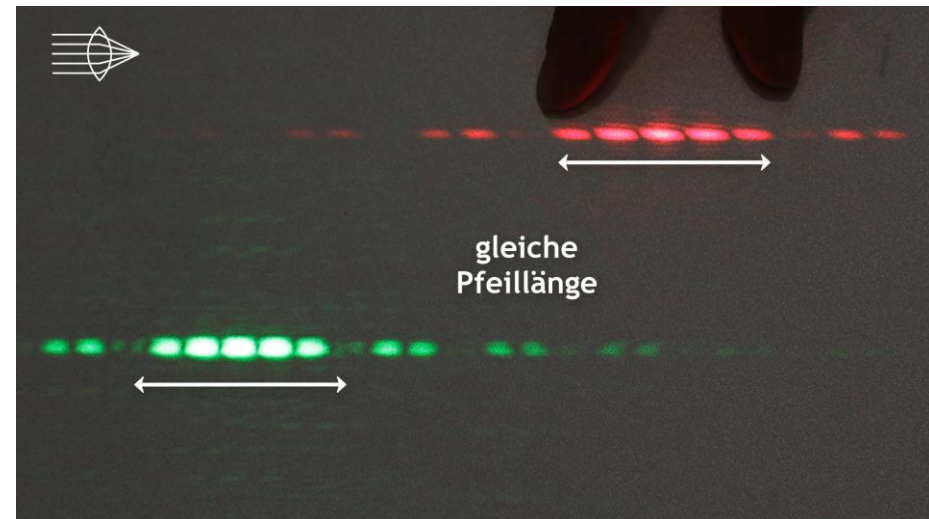
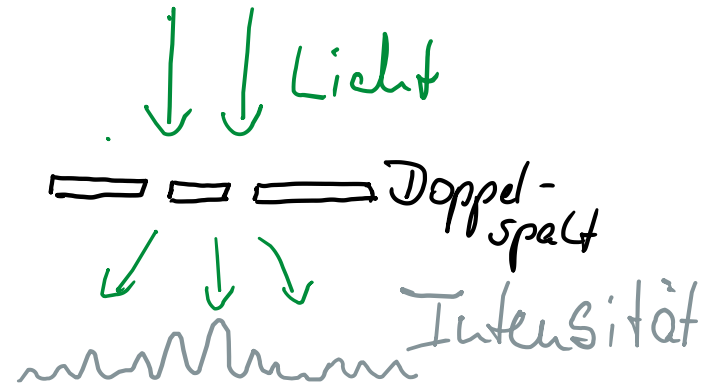
Licht wie mechanische
Ausbreitung von Teilchen

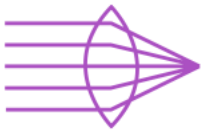
- welche Eigenschaften?
... und warum?



1802: Optisches Doppelspaltexperiment
durch Th. Young (1773-1829)

↳ Interferenz ≡ Welle





1818: Wettbewerb der Académie des Sciences (Paris) zur Erklärung optischer Erscheinungen

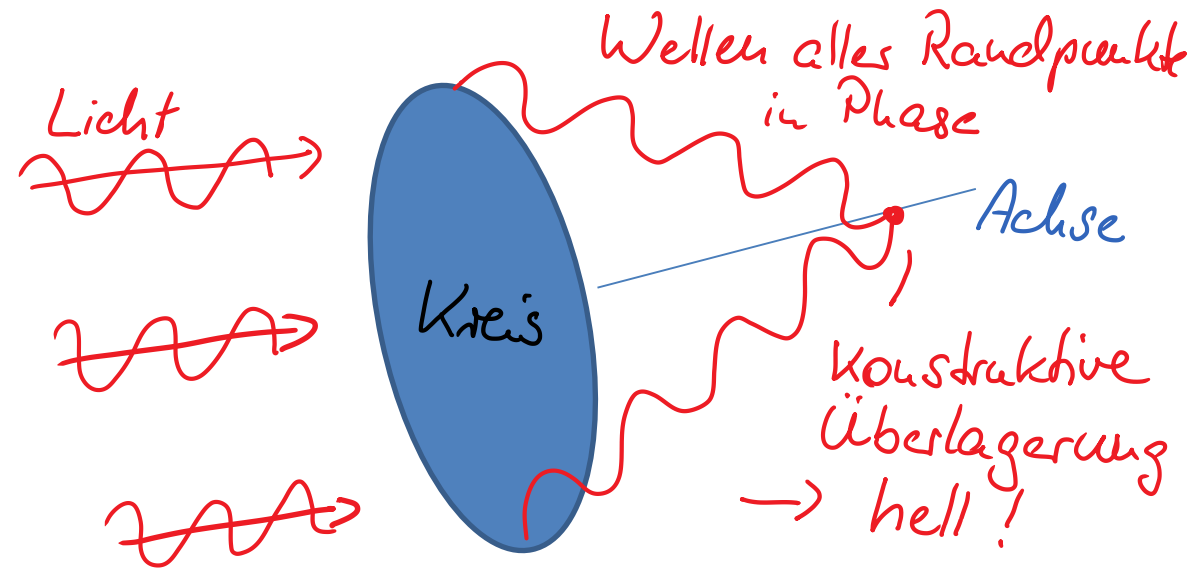
Jury: Arago,
Poisson,
Gay-Lussac,
Laplace

Teilnehmer: Augustin-Jean Fresnel
(1788-1827)

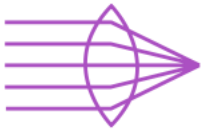
Arbeit über die Wellen-
natur des Lichts



- Poisson: wenn Licht eine Welle wäre, so müßte im Zentrum des Schattens eines kreisförmigen Objektes konstruktive Interferenz und damit Helligkeit sein!

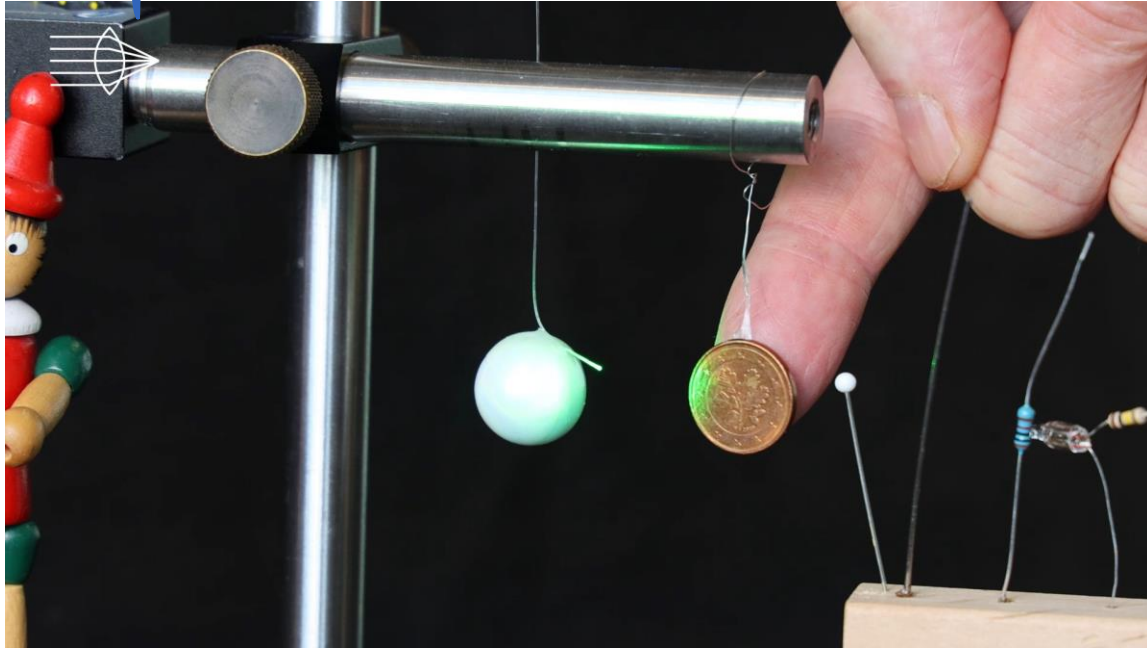


~~Da dies nicht beobachtet wird
-> Licht ist keine Welle~~



• Arago: Beobachtung

Experiment:



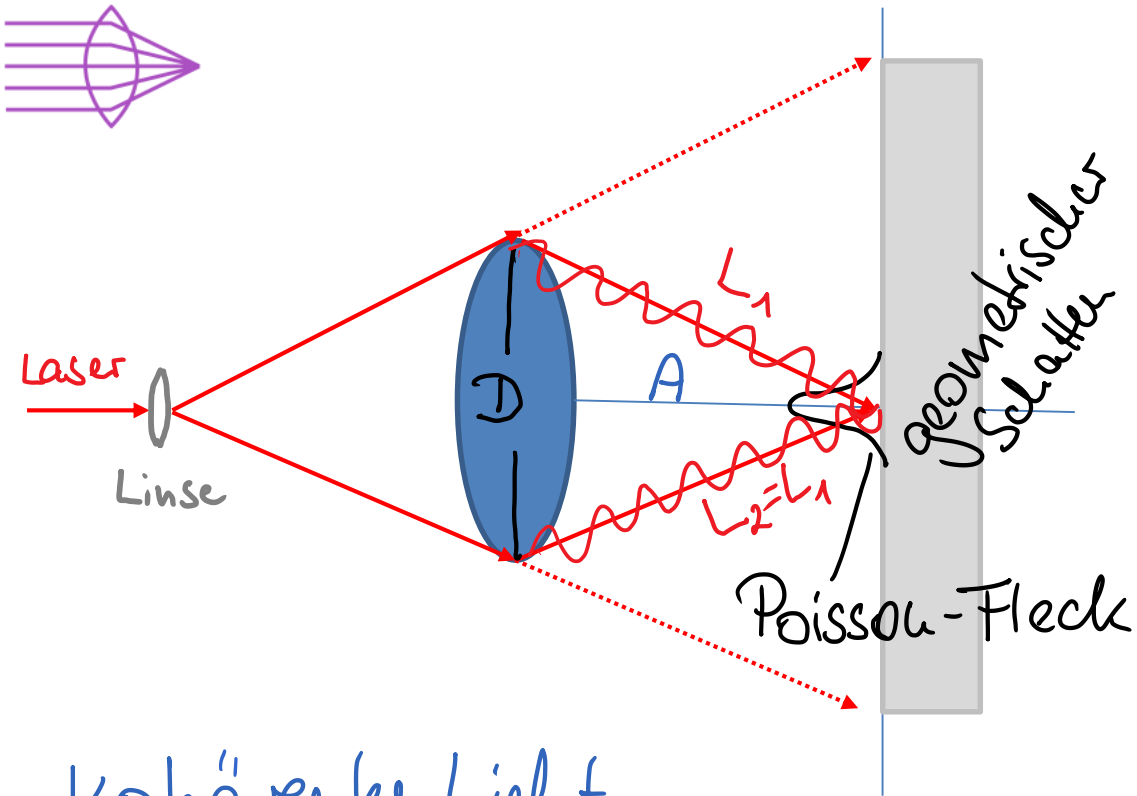
Experiment zeigt hellen Fleck
im Schatten!



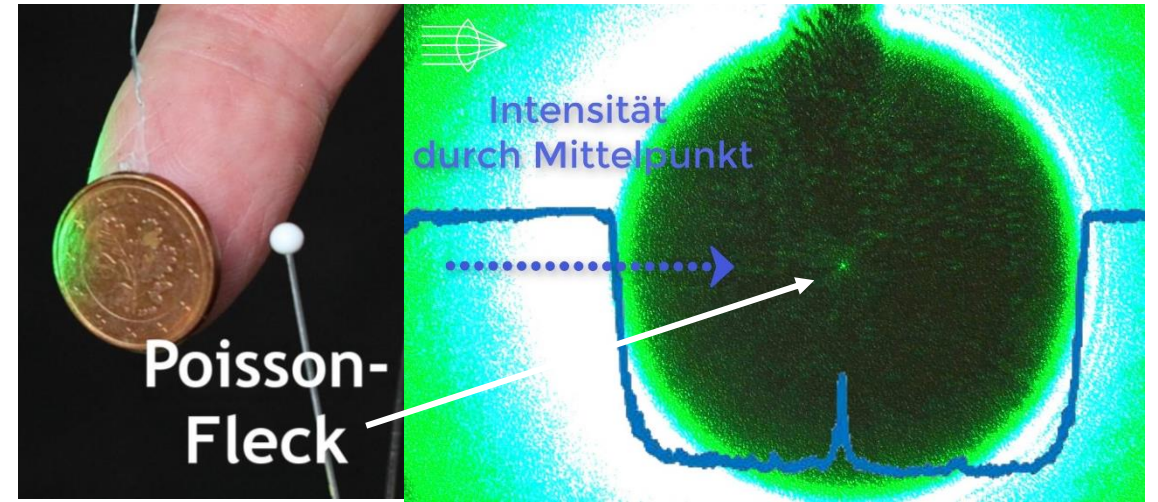
↳ Fresnel gewinnt!

↳ Licht ist Welle!

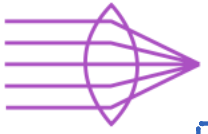
↳ Poisson-Fleck,
auch: Arago-Fleck



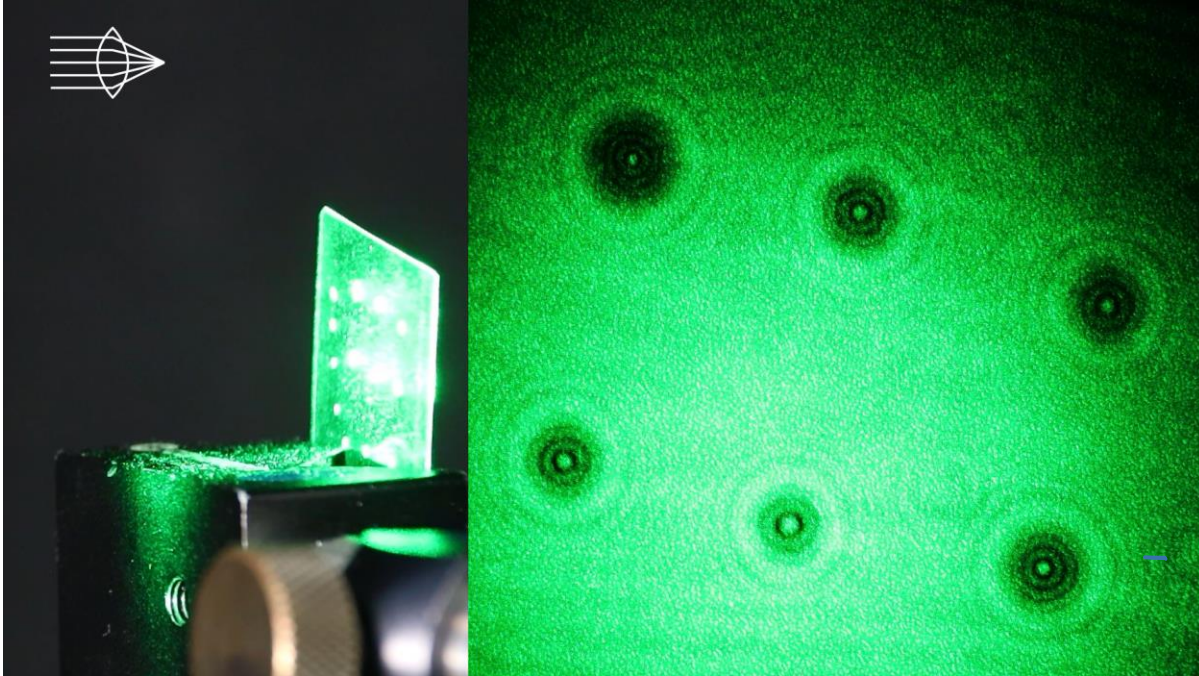
- kohärentes Licht
- geometrischer Schatten
- Überlagerung aller Huygen'schen Elementarwellen
→ konstruktive Interferenz für zentralen Punkt, da gleicher Abstand



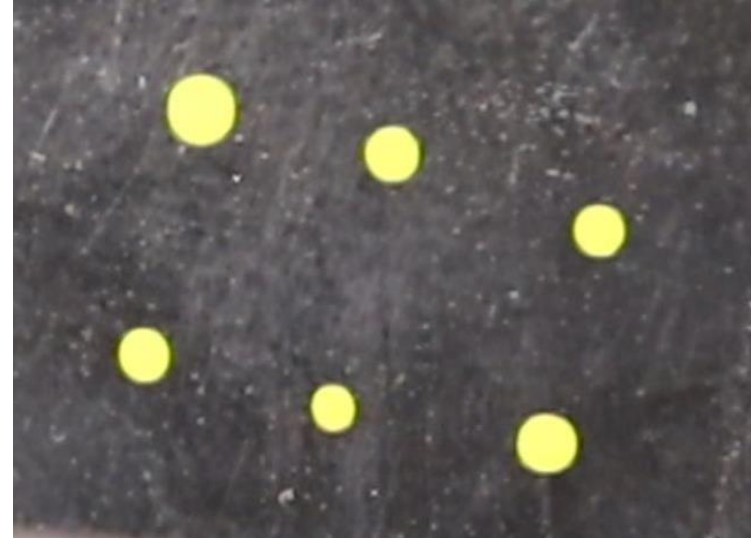
- für $A \gg D$ → Fraunhofer-Biegung
- sonst → Fresnel-Biegung
- genaue Berechnung: Biegungsintegrale



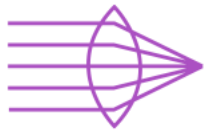
Einfluß von Objektgröße auf Beugung



Beugungs-
muster

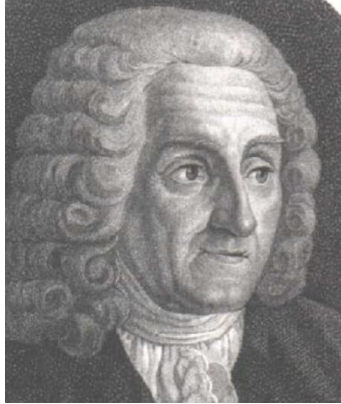


Farbkleckse
auf Glas



Anmerkungen:

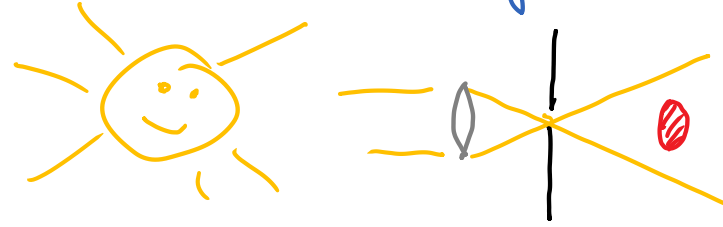
- J.-N. Delisle : bereits 1715 (1688-1788) Beschreibung des Poisson-Flecks

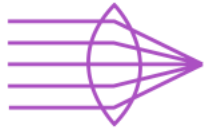


- A.-J. Fresnel:
 - Fresnel-Gleichungen
 - Fresnel-Biegung, -zonen, -Integral
 - Fresnel-Linse, etc.
- Loch statt Blende : Beugungsmuster sind gleich (Babinet'sches Theorem)



- ohne Laser: Sonnenlicht wird auf kleine Blende fokussiert $\rightarrow$ kohärent





Analogie in der Mechanik

- Poisson - Fleck für Schall:
Beobachtung? Aufbau?

Licht: $c_0 = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ $\lambda \simeq 0,5 \mu\text{m}$

Schall: $v_s = 3,4 \cdot 10^2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ $\lambda \simeq 1 \text{m}$ ($\nu = 340 \text{Hz}$)

- Oberflächenwelle im Wasser



**Wasserwellen
in
einer
Tasse**



heute: Welle - Teilchen - Dualismus
↳ Kapitel in „Moderne Physik“

Poisson - Arago - Fresnel - Fleck:
Triumph des Experiments!

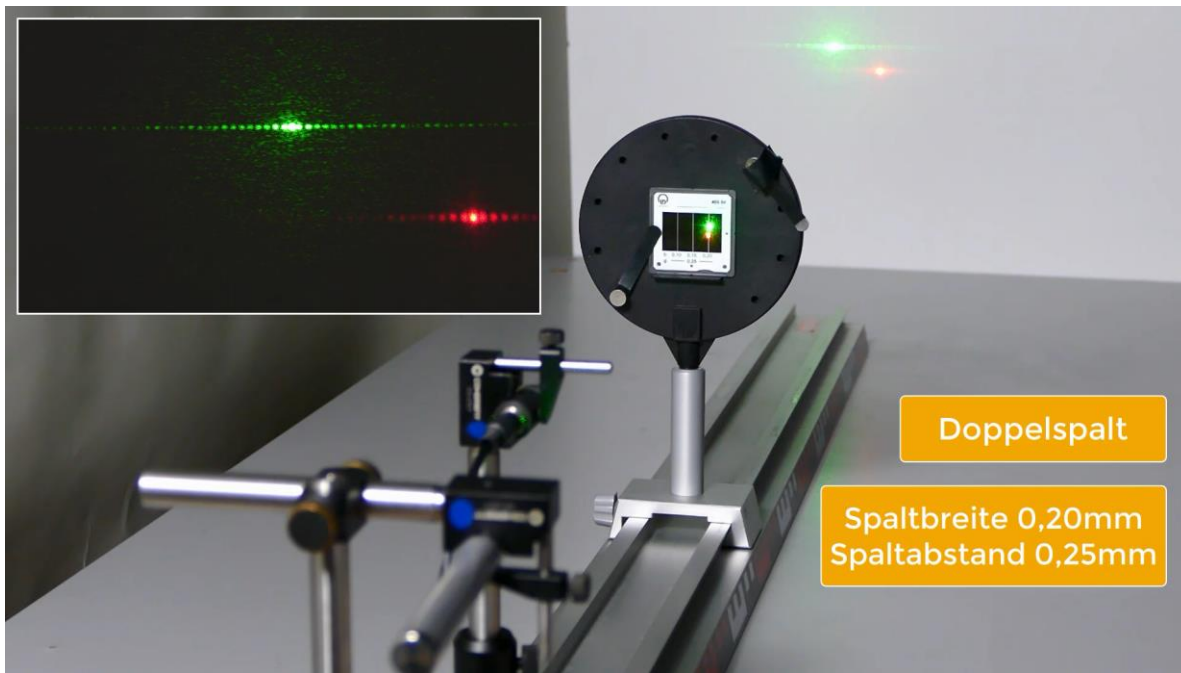
Physik: Einführung in die Optik

Prof. Dr. Matthias Kohl

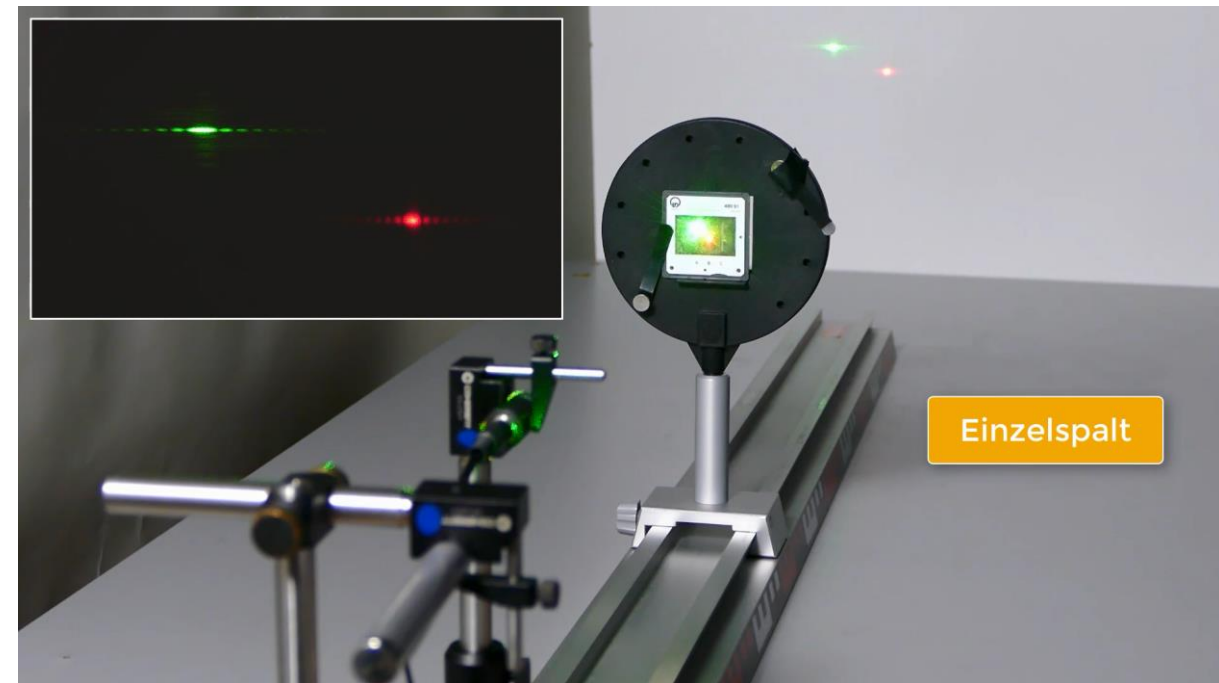
9. Interferenz und Beugung:
Vom Einfachspalt zum Vielfachspalt

Interferenz am Spalt, Doppelspalt und Vielfachspalt

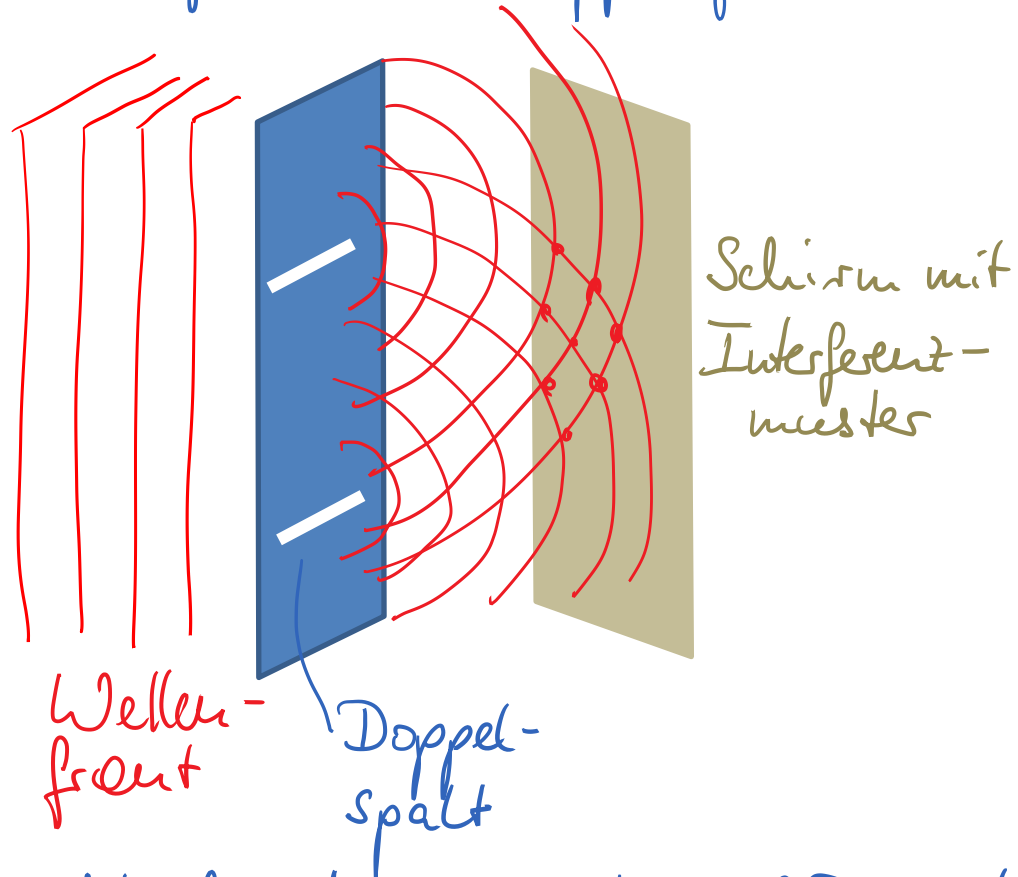
Beobachtung: regelmäßige Muster der Intensität



Berechnung von Intensitätsmustern am Spalt, Doppelspalt:
Grundidee: Huygens'sche Elementarwellen überlagern sich

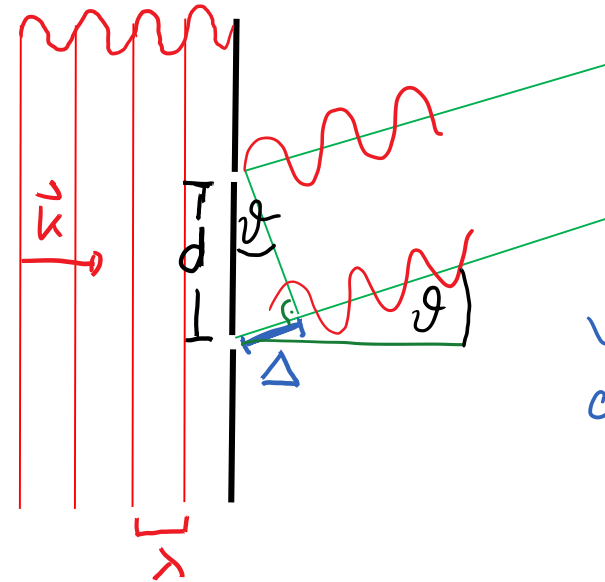


Interferenz am Doppelspalt:



- Wellenfronten fallen $\perp$ auf Doppelspalt
- Elementarwellen $\rightarrow$ Interferenz auf Schirm

Berechnung der Intensitätsmaxima und -minima



• für Schirm in großer Entfernung
 $\hookrightarrow$ Betrachtung von parallelen Strahlen, die sich im ∞ schneiden

• Intensitätsmaxima, wenn $\Delta = d \cdot \sin \vartheta = m \cdot \lambda$
mit $m = 0, 1, 2, 3, \dots$

Intensitätsminima, wenn $\Delta = (m + \frac{1}{2}) \cdot \lambda$

$\hookrightarrow$ Streifenmuster mit hoher/niedriger Intensität

Intensitätsverteilung:

- für zwei Elementarwellen

$$E_1 = E_0 \cdot \sin(\omega t)$$

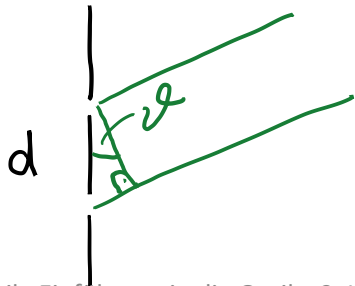
$$E_2 = E_0 \cdot \sin(\omega t + \delta)$$

$$\begin{aligned} \text{Überlagerung: } E &= E_1 + E_2 \\ &= E_0 (\sin(\omega t) + \sin(\omega t + \delta)) \end{aligned}$$

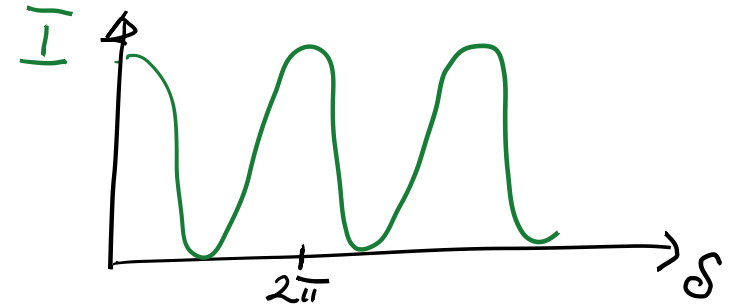
$$\text{mit } \sin \alpha + \sin \beta = 2 \cos\left(\frac{1}{2}(\alpha - \beta)\right) \cdot \sin\left(\frac{1}{2}(\alpha + \beta)\right)$$

$$\hookrightarrow E = \underbrace{2 E_0 \cdot \cos\left(\frac{1}{2} \delta\right)}_{\substack{\text{zeitunabhängig,} \\ \text{Amplitude}}} \cdot \underbrace{\sin\left(\omega t + \frac{1}{2} \delta\right)}_{\substack{\text{zeitabhängig} \\ \text{mit } \langle \sin^2(x) \rangle = \frac{1}{2}}}$$

$$\text{Intensität } I = \langle E^2 \rangle = 2 \cdot E_0^2 \cos^2\left(\frac{1}{2} \delta\right)$$



$$\begin{aligned} \text{hier ist: } \delta &= \frac{\text{Wegdifferenz} \cdot 2\pi}{\text{Wellenlänge}} \\ &= \frac{2\pi \cdot d \cdot \sin \theta}{\lambda} \end{aligned}$$



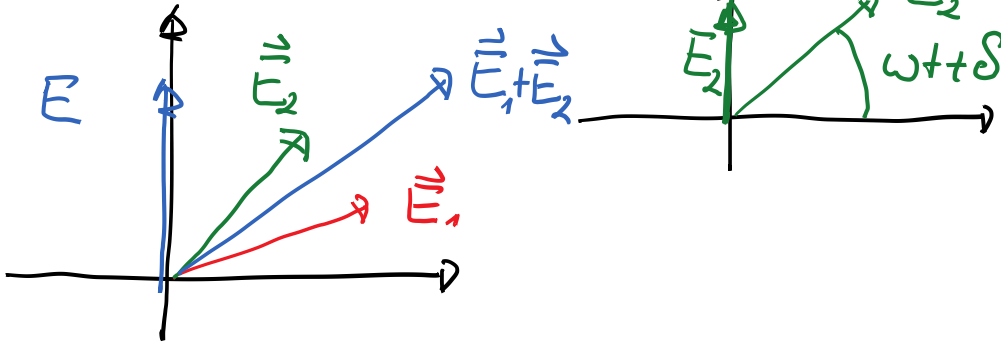
dies gilt nur, wenn in jedem Spalt nur eine Elementarwelle entsteht. ▽

Darstellung von Interferenz durch Vektoraddition

- Interferenz d. Beugung: Berechnung durch Überlagerung von Teilwellen, die eine Phasenverschiebung haben

Zwei Teilwellen

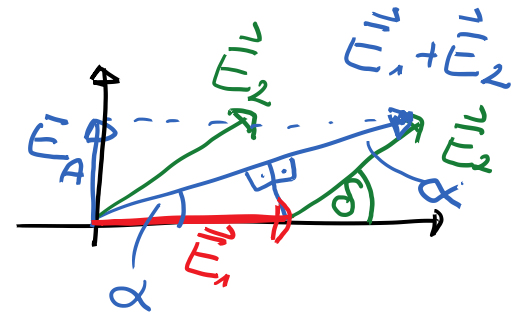
$$E_1 = E_0 \cdot \sin(\omega t)$$
$$E_2 = E_0 \sin(\omega t + \delta)$$



Beispiel: für $t=0$

es ist: $180^\circ - \delta = 180^\circ - 2\alpha$

$$\delta = 2\alpha$$



↳ Addition: $E_A = 2 \cdot E_0 \cdot \cos(\alpha)$
 $= 2 \cdot E_0 \cdot \cos(\frac{\delta}{2})$ } für $t=0$

für beliebige Zeit t :

$$E_A = 2 \cdot E_0 \cdot \cos(\frac{\delta}{2}) \cdot \sin(\omega t + \frac{\delta}{2})$$

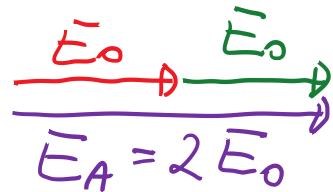
$$I \sim \langle E_A^2 \rangle \sim \cos^2(\frac{\delta}{2})$$

zeitabhängig!

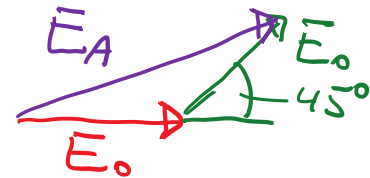
Phasendiagramm für zwei kohärente Strahlen

• Phasendifferenz δ muß berücksichtigt werden

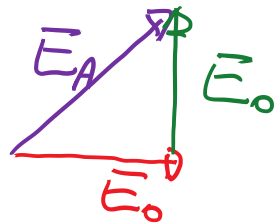
i) $\delta = 0$



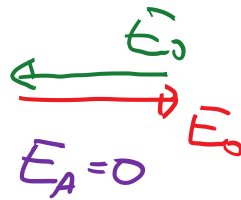
ii) $\delta = 45^\circ$



iii) $\delta = 90^\circ$



iv) $\delta = 180^\circ$

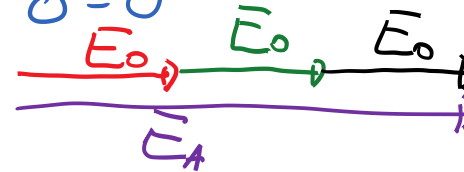


Phasendiagramm für drei kohärente Strahlen

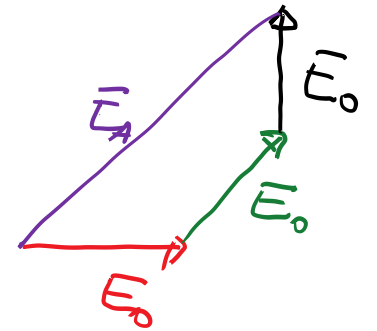
$$\vec{E}_1 = E_0 \cdot \sin(\omega t); \quad \vec{E}_2 = E_0 \cdot \sin(\omega t + \delta)$$

$$\vec{E}_3 = E_0 \cdot \sin(\omega t + 2\delta)$$

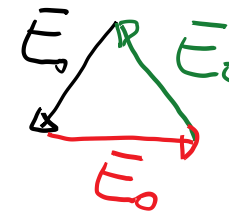
i) $\delta = 0$



ii) $\delta = 45^\circ$

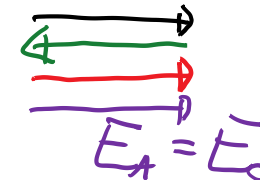


iii) $\delta = 120^\circ$



$E_A = 0 \nabla$

iv) $\delta = 180^\circ$



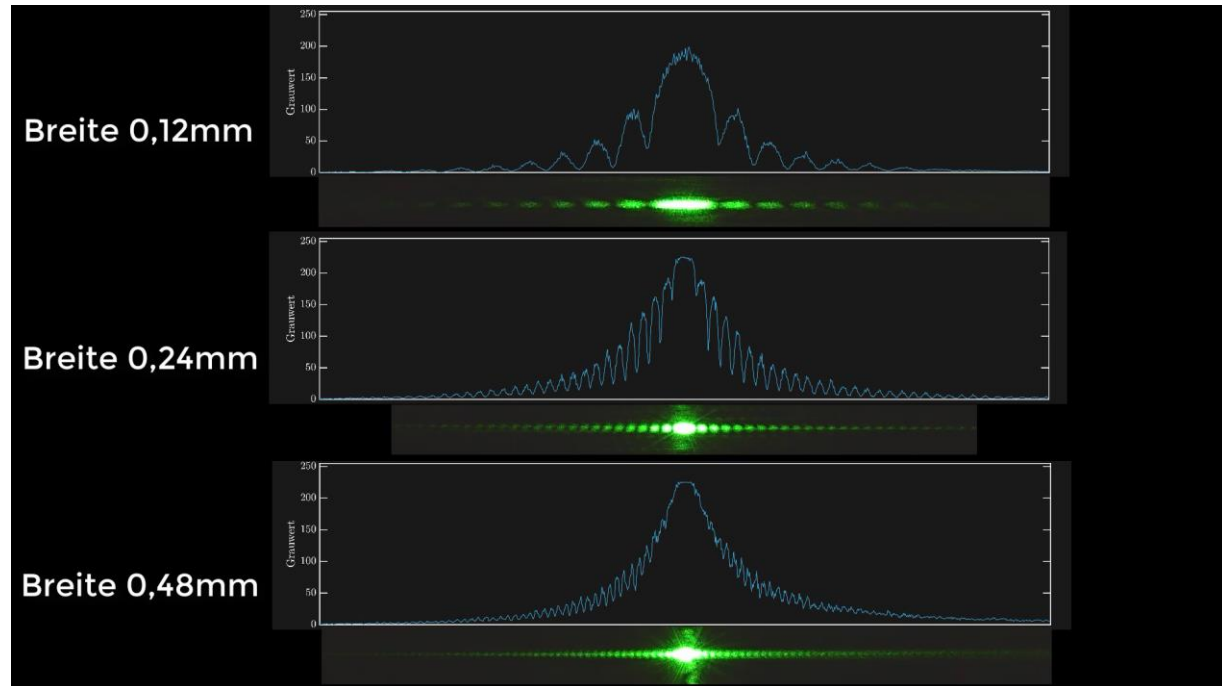
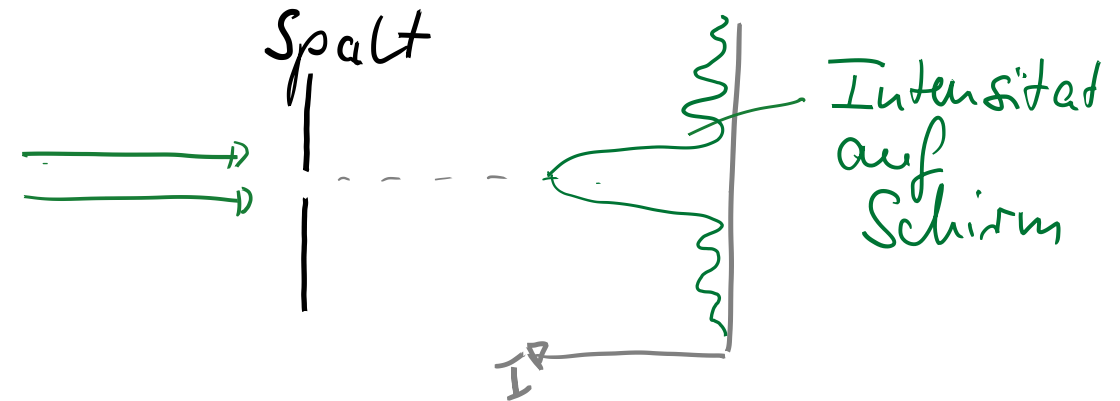
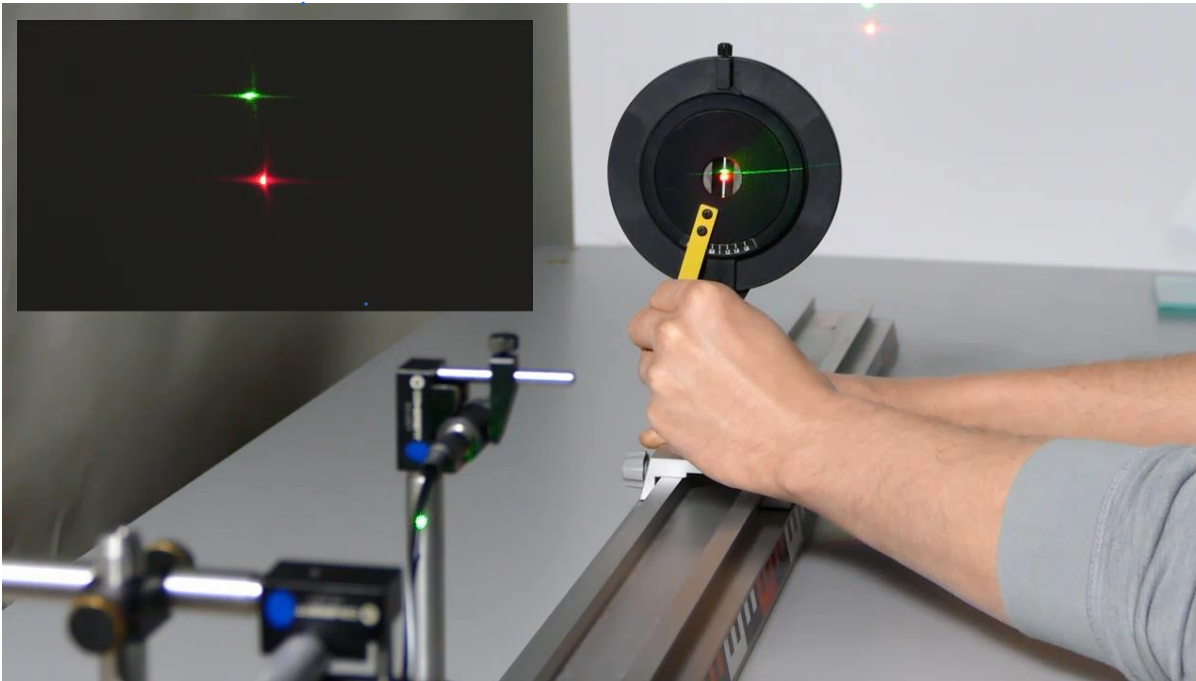
v) $\delta = 360^\circ$



- 3 kohärente Strahlen
 - ↳ entspricht einem 3-fach Spalt bzw. 3 Elementarwellen
- erstes Maxima bei kleinerem δ (kleinerem Winkel) als beim Doppelspalt ($\delta = 120^\circ$ statt 180°)
- Hauptmaxima bei gleicher Position wie beim Doppelspalt ($d \cdot \sin \delta = m \cdot \lambda$)

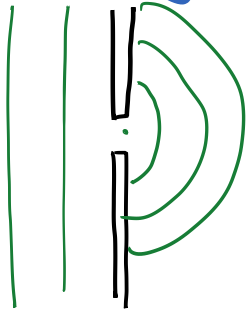
Beugung am Einzelspalt

Beobachtung: Intensität in Abhängigkeit von Spalt (und λ)

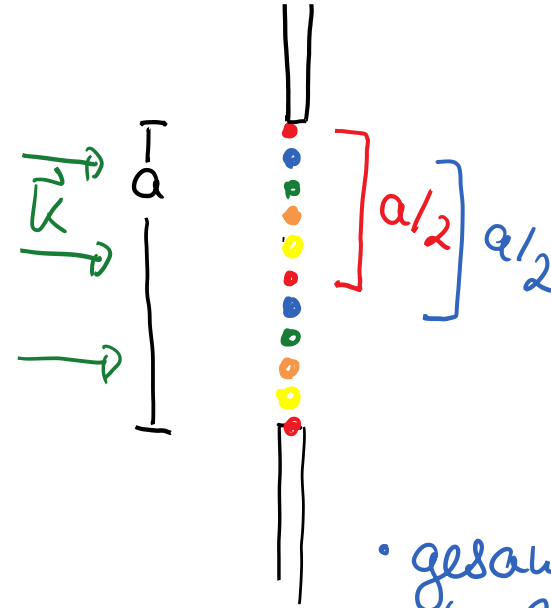
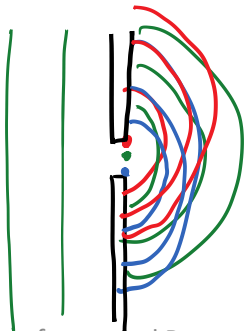


Beugung am Einzelspalt

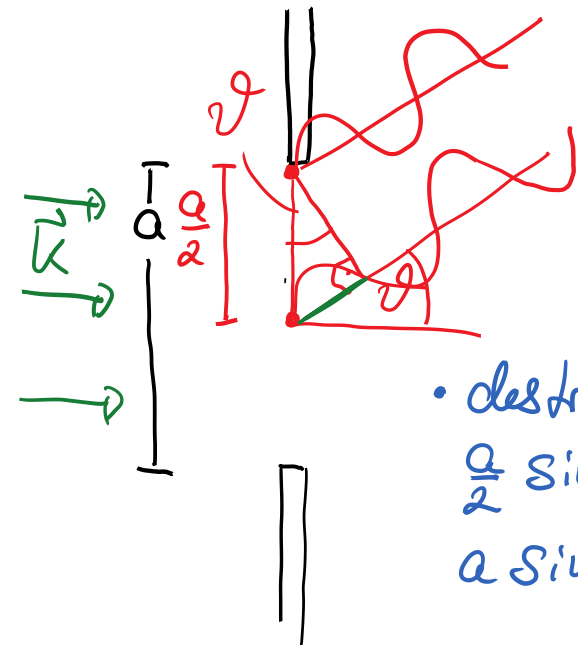
- bisher: Spalt als Quelle einer Huygens'schen Elementarwelle



- aber: Spalt hat endliche Größe a
↳ unendlich viele Elementarwellen im Spalt → Überlagerung / Beugung



- viele Quellpunkte für Elementarwellen
- Betrachtung für Paare, die um $\frac{a}{2}$ verschoben sind
- gesamte Beugung als Addition dieser Paare

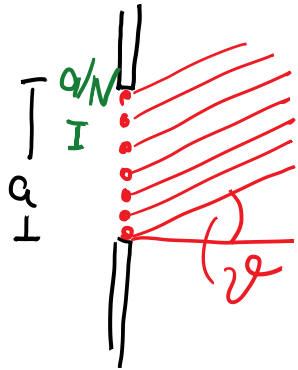


- Gangunterschied: $\frac{a}{2} \cdot \sin \vartheta$

- destruktive Interferenz für $\frac{a}{2} \sin \vartheta = \frac{\lambda}{2} \cdot m \quad (m=0,1,2,\dots)$
 $a \sin \vartheta = \lambda \cdot m$

Berechnung der Intensitätsverteilung eines Einfachspaltes:

- Aufteilung des Spaltes in N Quellpunkte, die im Abstand $b = \frac{a}{N}$ liegen



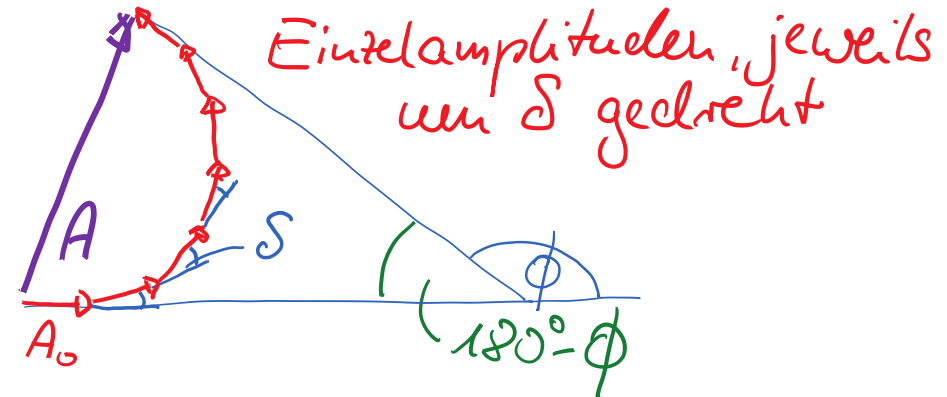
- Gangunterschied benachbarter Quellen $d \cdot \sin \vartheta$ mit der Phasendifferenz

$$S = 2\pi \cdot \frac{1}{\lambda} \cdot b \cdot \sin \vartheta$$

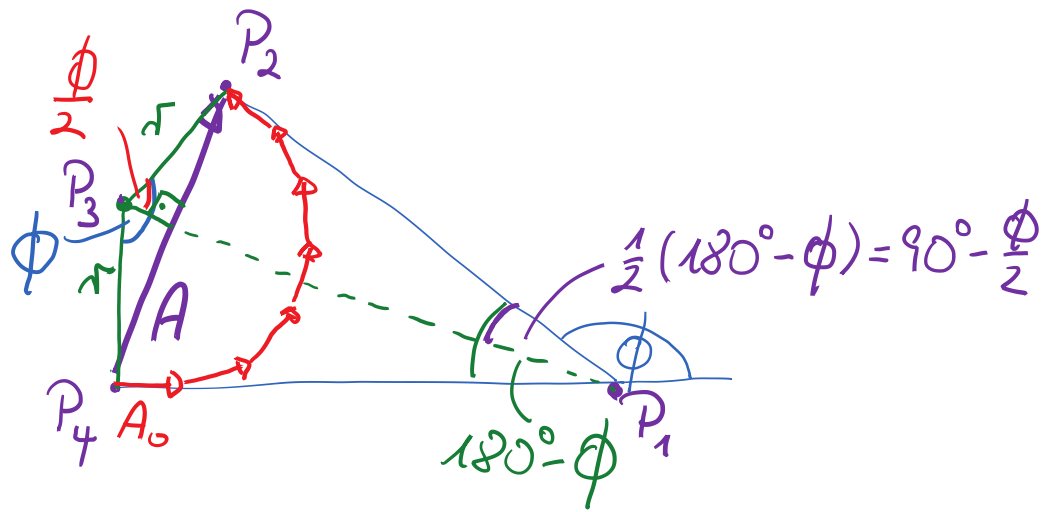
- jede Quelle: Amplitude A_0
- in Vorwärtsrichtung: $\vartheta = 0$
Amplitude $A_{\max} = N A_0$

- Phasen der Quellen
 $0, S, 2S, 3S, \dots (N-1)S$

Zeigerdiagramm zur Darstellung der Überlagerung



ϕ : Phasendifferenz zwischen erster und letzter Teilwelle



es gilt im Dreieck $\triangle P_1 P_2 P_3$:
 $\perp$ zwischen r und $\overline{P_1 P_2}$
 $\hookrightarrow$ Winkel $\angle P_3 P_2 P_1: \frac{\phi}{2}$

$$\sin\left(\frac{\phi}{2}\right) = \frac{A/2}{r}$$

$$\hookrightarrow A = 2r \cdot \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \quad (1)$$

Länge des Kreisbogens: $A_{\max} \approx N \cdot A_0$

• jeder Winkel ist $\frac{\text{Kreisbogen}}{\text{Radius}}$

$$\hookrightarrow \phi = \frac{A_{\max}}{r}$$

$$r = \frac{A_{\max}}{\phi}$$

$$\text{in (1): } A = 2 \frac{A_{\max}}{\phi} \cdot \sin\left(\frac{\phi}{2}\right)$$

$$\boxed{A = A_{\max} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\phi}{2}\right)}{\frac{\phi}{2}}} \quad \text{für Einzelspalt}$$

- die Lichtintensität ist proportional zu A^2
- Bezug zur Intensität im Zentrum $A_{\max}^2$ ($\delta = 0; \phi = 0$)

relative Intensität

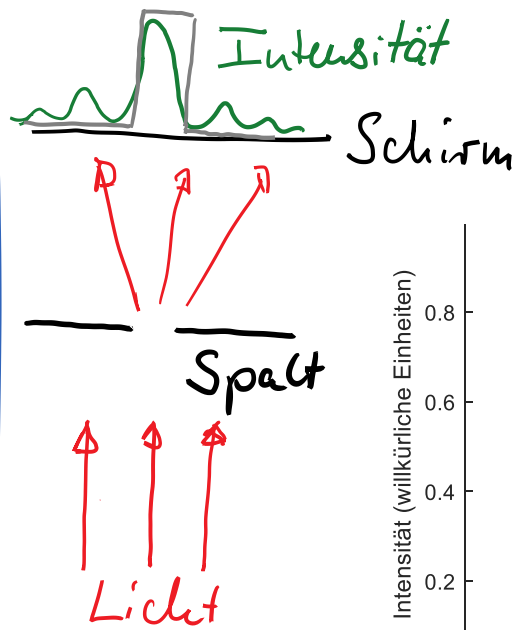
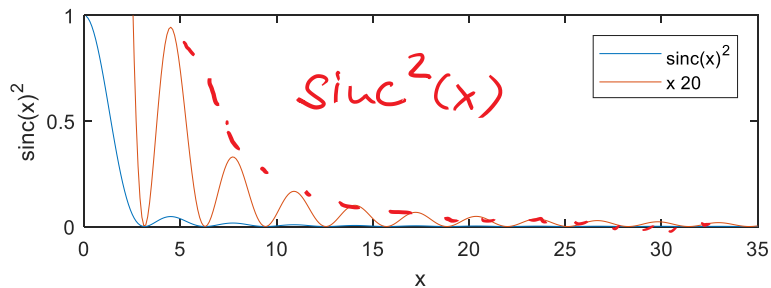
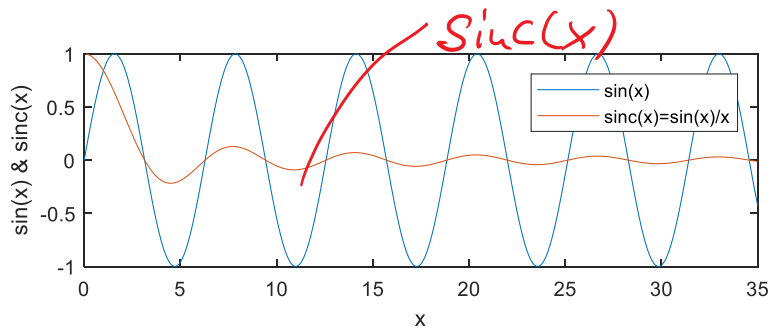
$$\frac{I}{I_0} = \frac{A^2}{A_{\max}^2} = \left(\frac{\sin\left(\frac{\phi}{2}\right)}{\frac{\phi}{2}}\right)^2$$

relative Intensität

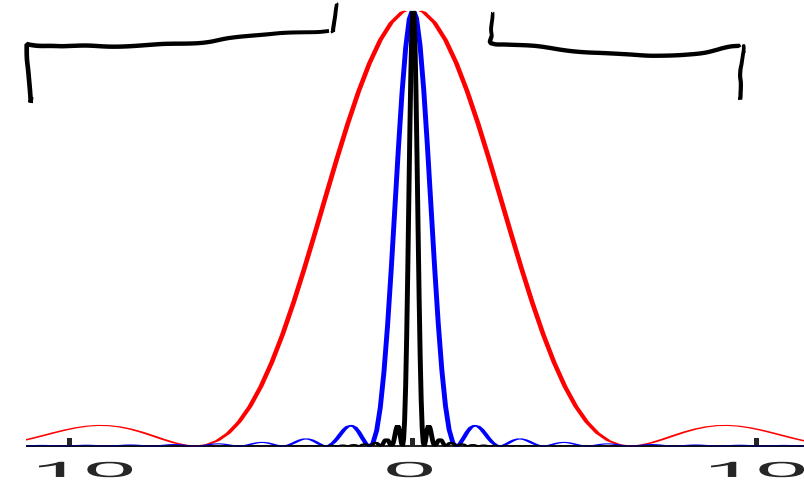
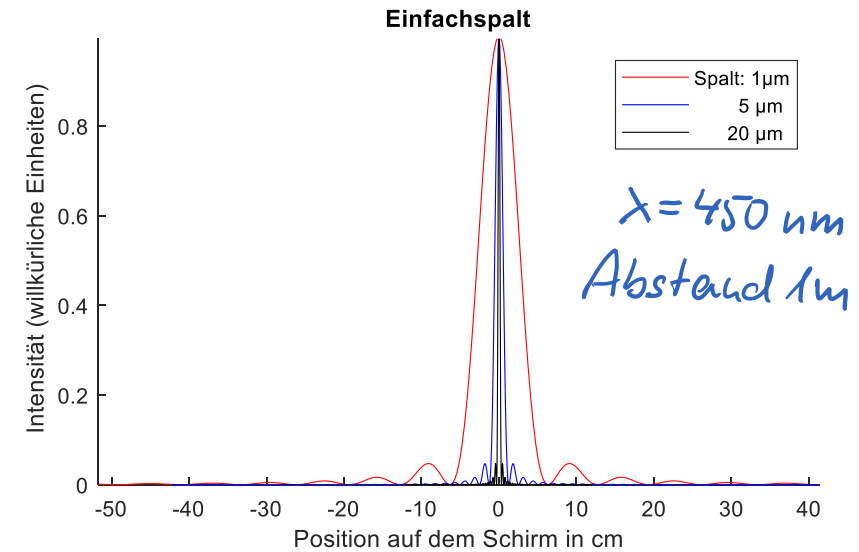
$$\frac{I}{I_0} = \frac{A^2}{A_{\max}^2} = \left(\frac{\sin(\frac{\phi}{2})}{\frac{\phi}{2}} \right)^2 = \text{sinc}^2\left(\frac{\phi}{2}\right)$$

mit $\phi = N\delta = N \cdot 2\pi \frac{b}{\lambda} \sin \vartheta$
 $= 2\pi \frac{a}{\lambda} \sin \vartheta$ $a = N \cdot b$

Sinc-Funktion $\text{sinc}(x) = \frac{\sin(x)}{x}$



- kein klarer "Schatten"
- Modulation der Intensität

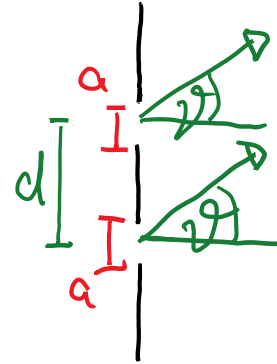


Vollständige Beschreibung der Interferenz am Doppelspalt:

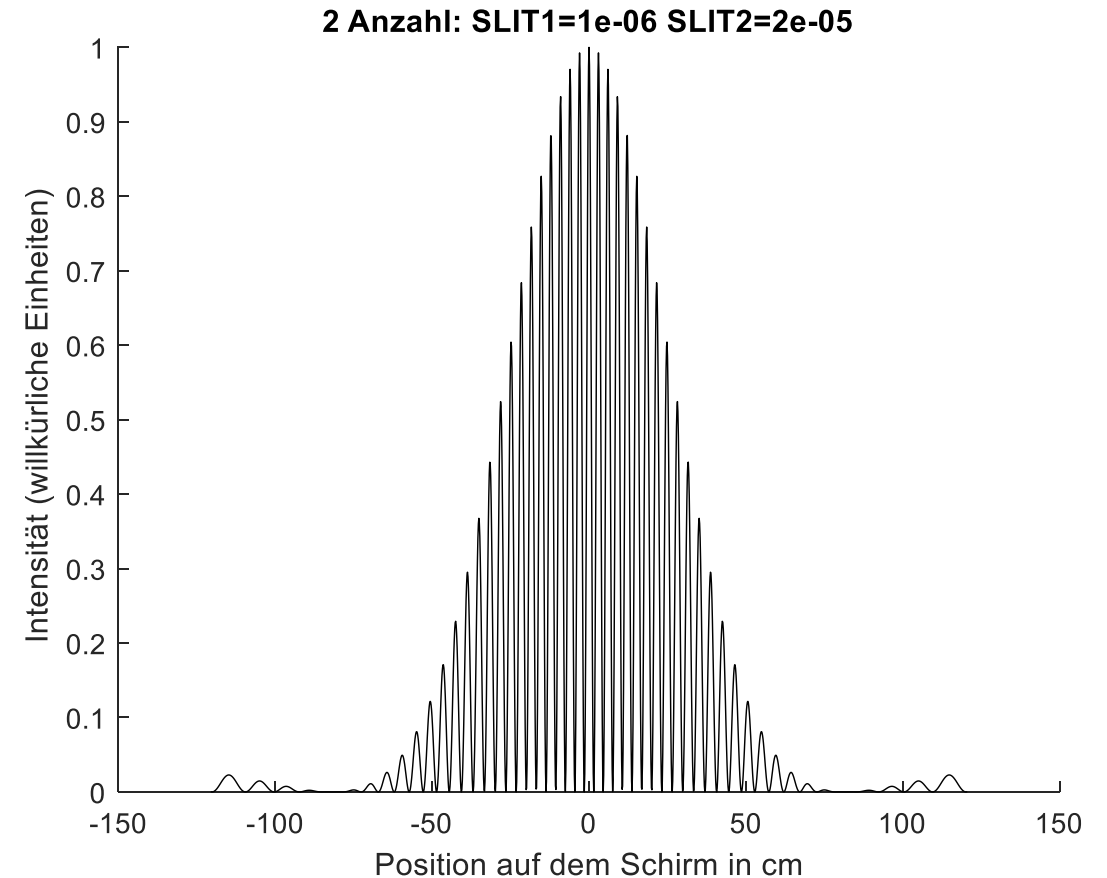
Überlagerung der Lösungen für

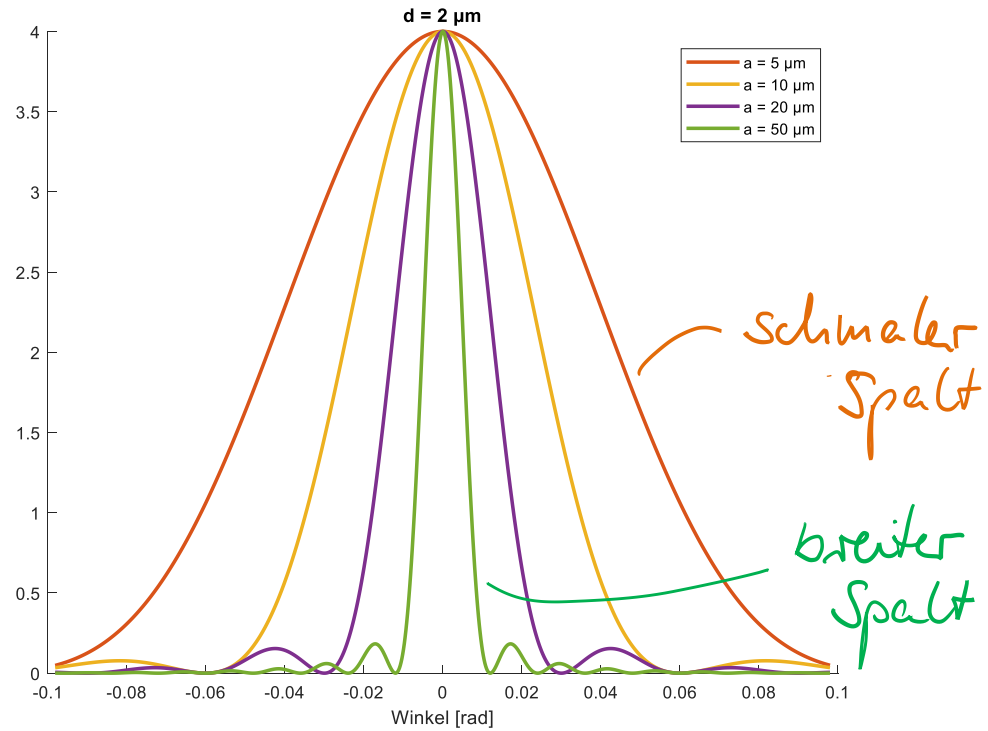
- Einfachspalt $I \sim \frac{\sin^2(\frac{\phi}{2})}{(\frac{\phi}{2})^2}$
mit $\phi = 2\pi \frac{a}{\lambda} \cdot \sin\vartheta$

- Doppelspalt $I \sim \cos^2(\frac{1}{2}\delta)$
mit $\delta = \frac{2\pi \cdot d \cdot \sin\vartheta}{\lambda}$



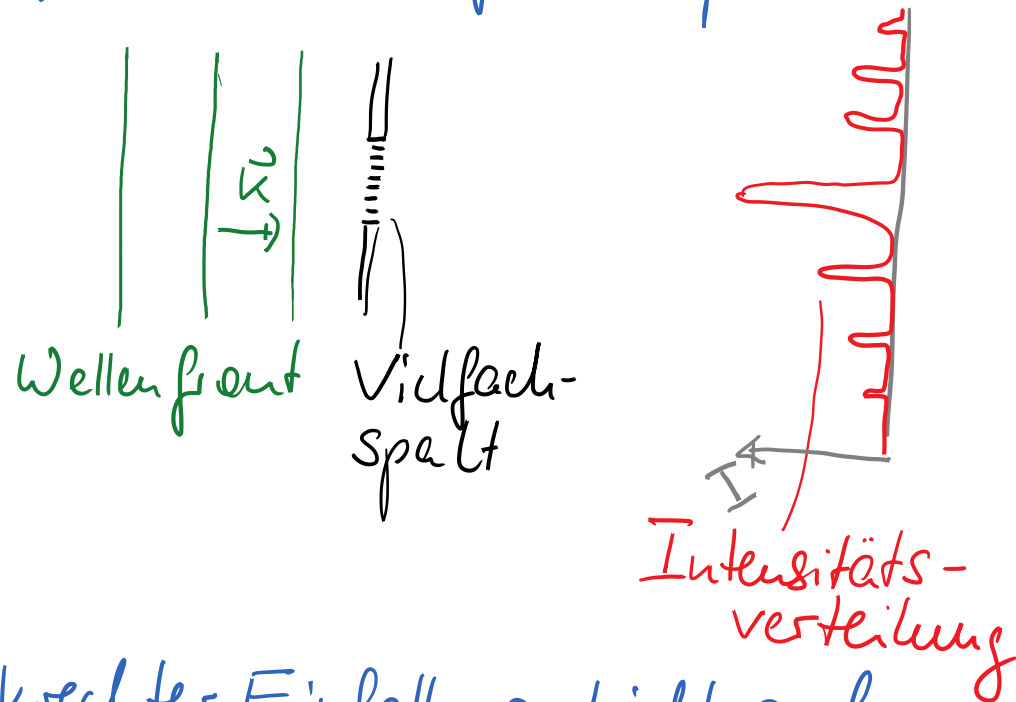
$$\hookrightarrow I = 4 \cdot I_0 \cdot \frac{\sin^2(\frac{\phi}{2})}{(\frac{\phi}{2})^2} \cdot \cos^2(\frac{\delta}{2})$$





• Intensität bezogen auf I_0
(Normierung)

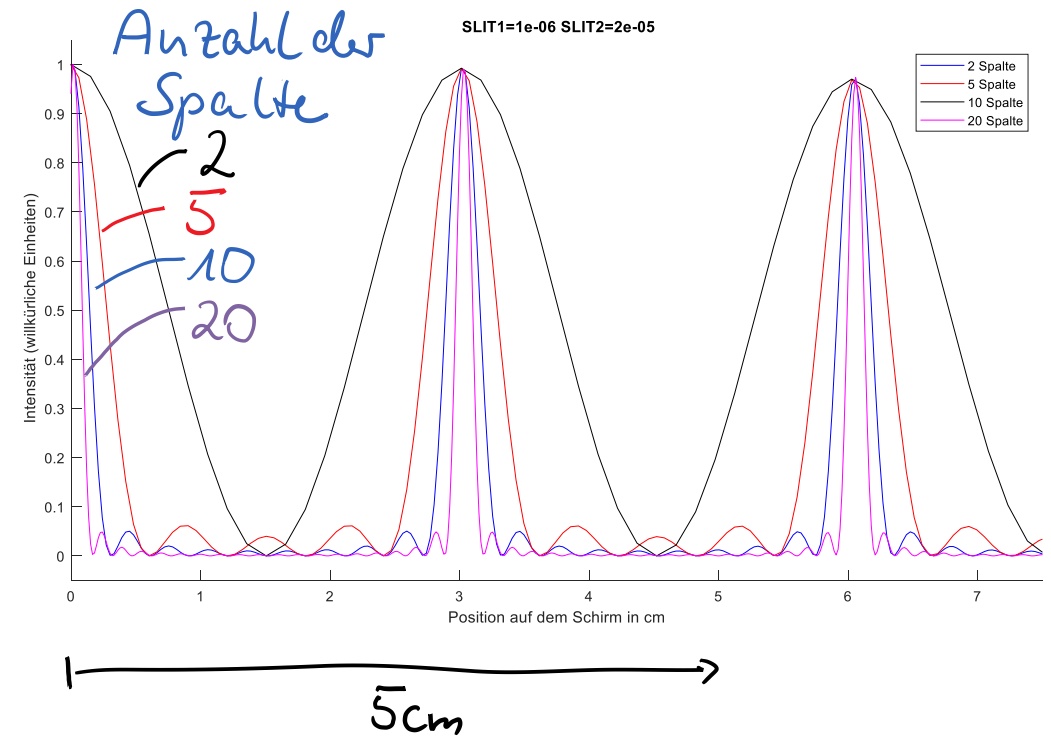
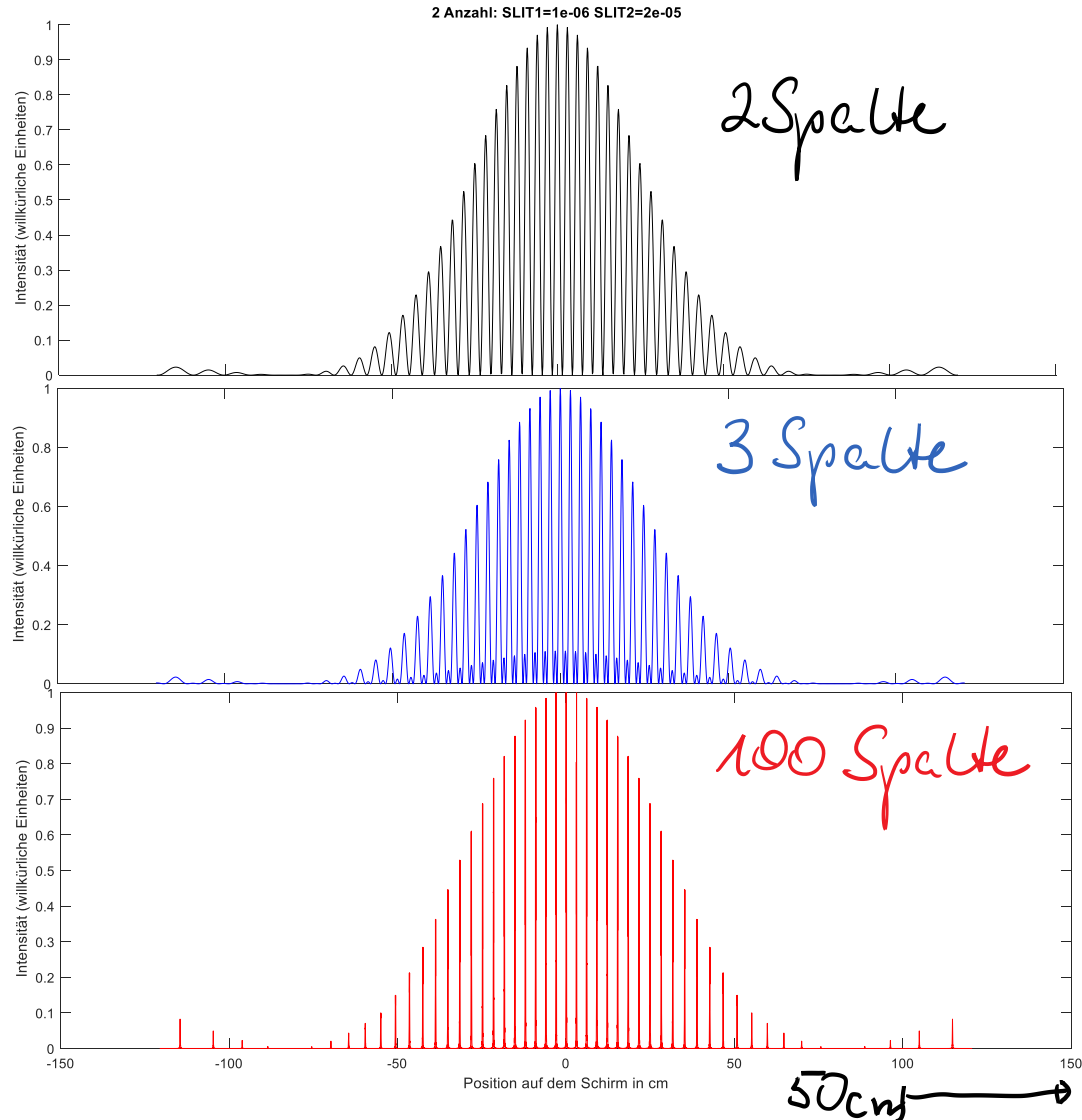
Interferenz an Vielfach-Spalten:



- Senkrechter Einfall von Licht auf Vielfachspalt

Beobachtung: scharfe Maxima der Intensität

- mehr Spalte $\rightarrow$ schmalere Linien



Biegung am Vielfachspalt:
Wellenlängenabhängigkeit

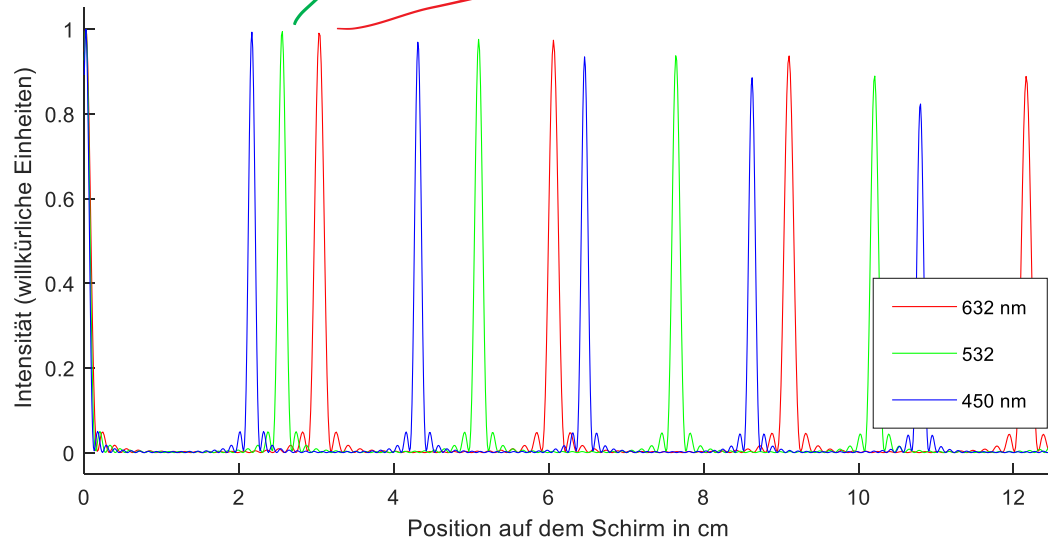
$$I = 4 \cdot I_0 \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{\phi}{2}\right)}{\left(\frac{\phi}{2}\right)^2} \cdot \cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right)$$

mit $\phi = 2\pi \frac{a}{\lambda} \cdot \sin\vartheta$
 $\delta = \frac{2\pi \cdot d \cdot \sin\vartheta}{\lambda}$

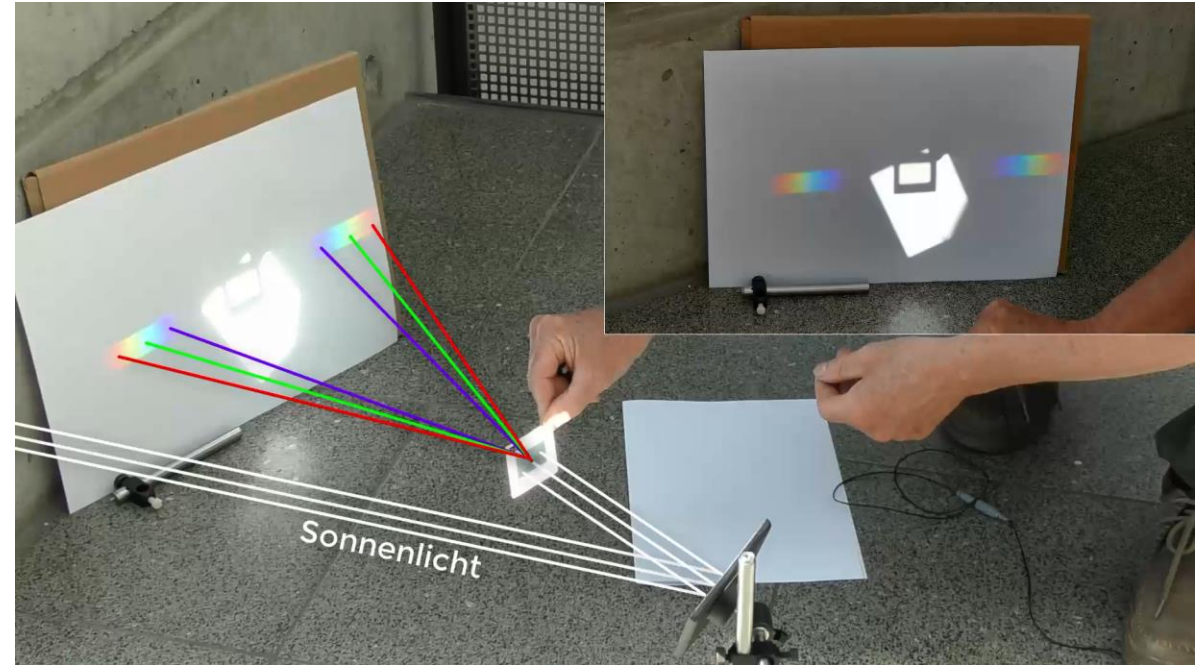
• hier für 20 Spalte

450nm 532nm 632nm

20 Anzahl: SLIT1=1e-06 SLIT2=2e-05



→ Aufspaltung von weißem Licht
in Farben: Spektrometer



Matlab-Programm: Beugung am Vielfachspalt

% Berechnung von Beugungsmustern einer monochromatischen Welle, die senkrecht auf ein Transmissionsgitter fällt.

clear all

% Definiere die Parameter

Anzahl = 1; % Anzahl der Gitterelemente
Schlitz = 1e-5; % Größe von Schlitz in Metern
Blende = 1e-5; % Größe von Blende in Metern
Abstand = 1; % Abstand from slit to screen in meters
Wellenlaenge = 633e-9; % Wellenlaenge

Parameter

% Hier beginnt's

T1 = 1; % Transmission des Schlitzes
 k = 2*pi/Wellenlaenge; % Wellenzahl
 Laenge = Schlitz + Blende; % Länge des beugenden Elementes

Schrittweite_Quelle = Wellenlaenge/100; % Schrittweite_Queller auf dem Schlitz (Quelle)

% Schrittweite_Schirm < Wellenlaenge/SLITX

Schrittweite_Schirm = Abstand / (Anzahl*20)*Wellenlaenge/mean([Schlitz Blende]);

% Schrittweite_Quelle auf dem Schirm (Ziel)

% Schirmgroesse > Wellenlaenge/SLITX

Schirmgroesse = 20*Abstand*Wellenlaenge/mean([Schlitz Blende]); % willkürlich

→ Projekt

1. for-Schleife: alle Punkte auf Schirm
2. for-Schleife: über alle Spalte
3. for-Schleife: Elementarwellen im Spalt

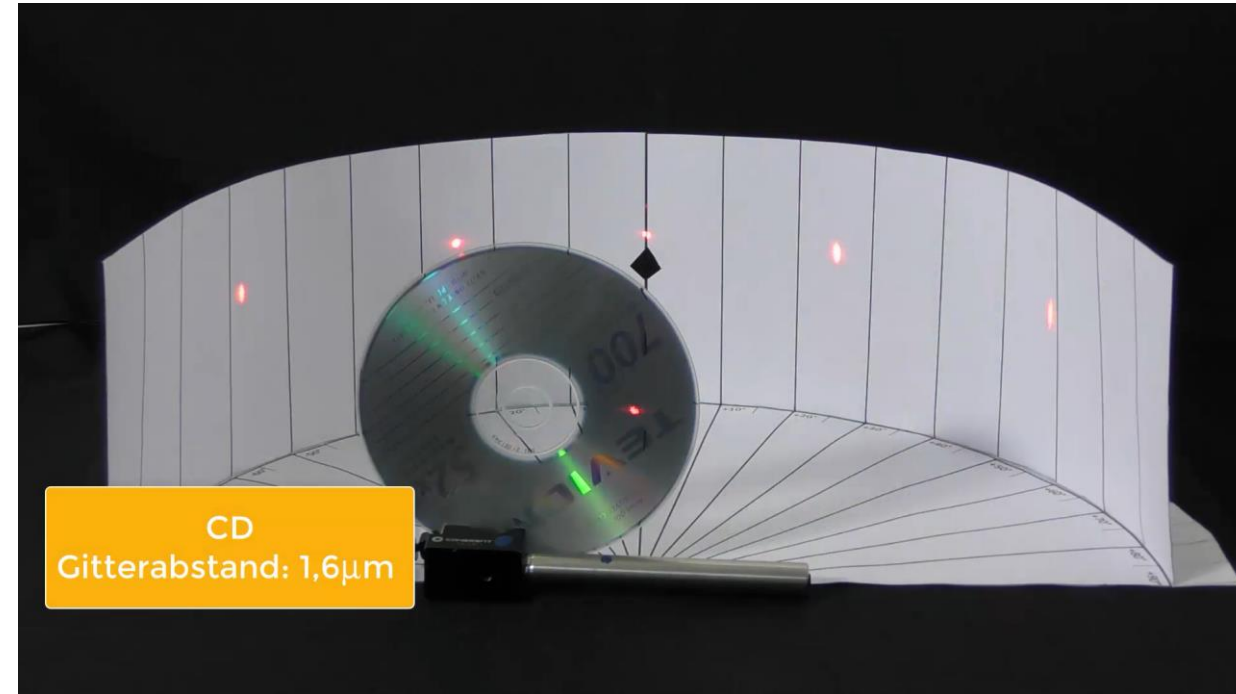
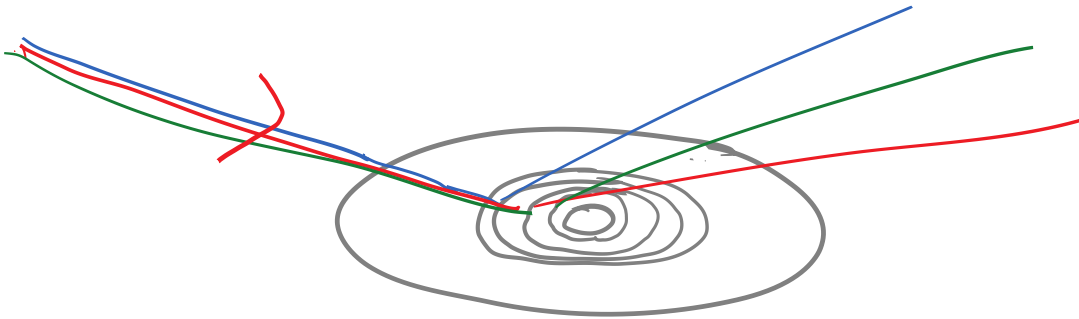
```
mag=zeros(0,2);
for Schirmpunkt=-Schirmgroesse:Schrittweite_Schirm:Schirmgroesse
    % Variation der Position vom Punkt auf dem Schirm
    Summe=0;
    for cellnum=0:(Anzahl-1)
        for Quellpunkt=0:Schrittweite_Quelle:Schlitz %Schlit
            Position=(Schirmpunkt-(cellnum*Laenge+Quellpunkt));
            x=sqrt(Position^2 + Abstand^2); % Entfernung
            Summe=Summe+T1*exp(i*k*x); %Addieren der Amplituden der Wellen
            in komplexer Form (entspricht dem elektrischen Feld)
        end
    end
    Intensitaet=(abs(Summe))^2; % Intensität ist das Quadrat der
    Amplitude
    newdata=[Schirmpunkt*100
    Intensitaet/(Anzahl*Laenge/Schrittweite_Quelle)]; % Normalisierung
    disp(newdata) % Ausgabe im Matlab-Control-Window
    mag(end+1,:) = newdata; % Anhängen an Daten
end

disp(toc)

plot( mag(:,1),mag(:,2)/max(mag(:,2)), 'k' );
title([num2str(Anzahl) ' Anzahl: SLIT1=' num2str(Schlitz) ' SLIT2='
num2str(Blende) ]);
xlabel('Position auf dem Schirm in cm')
ylabel(' Intensität (willkürliche Einheiten)')
```


Beispiel für Beugung:

Reflexion an CD oder DVD



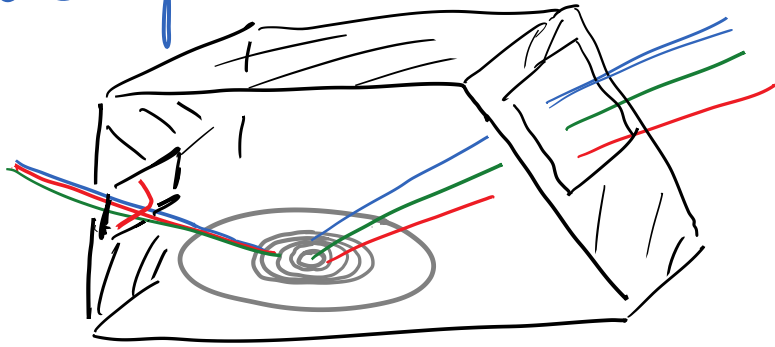
Strukturabstand:

CD : 1,6µm

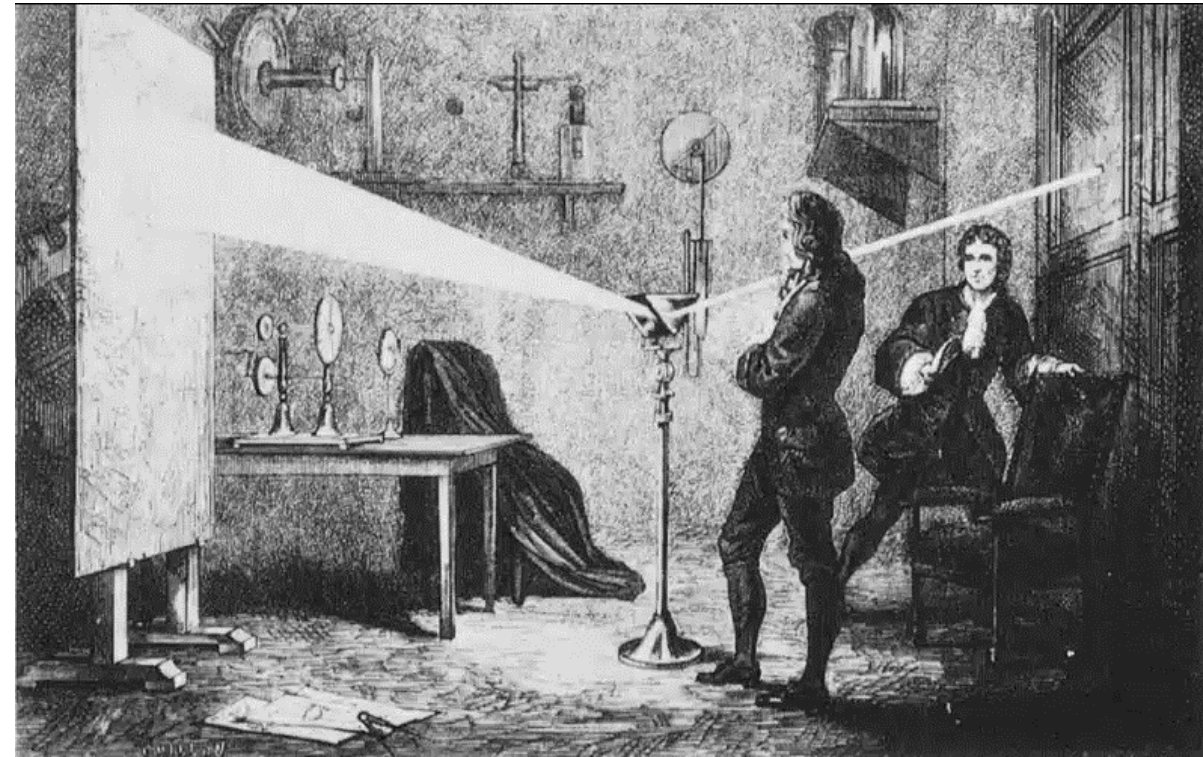
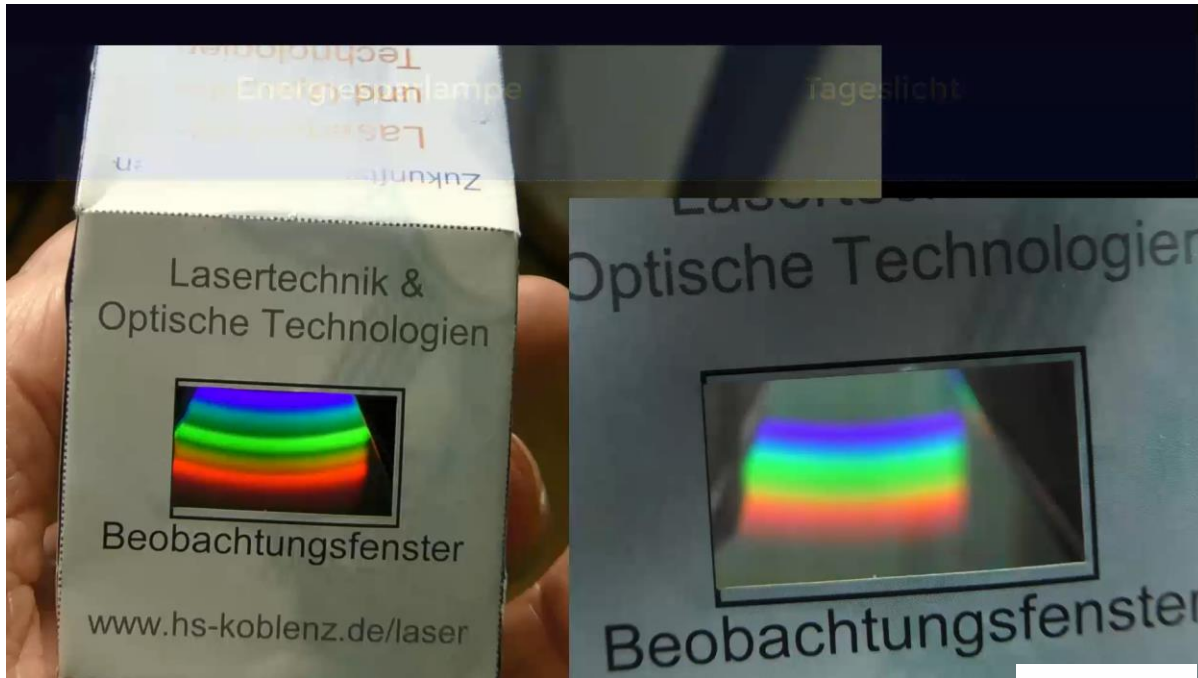
DVD : 0,74µm

Blu-Ray: 0,32µm

Seibtbau-Spektrometer:



→ Spektrometer: Intensitätsmessung
abhängig von λ basierend
auf Dispersion (Prisma) oder
Beugung (Gitter)

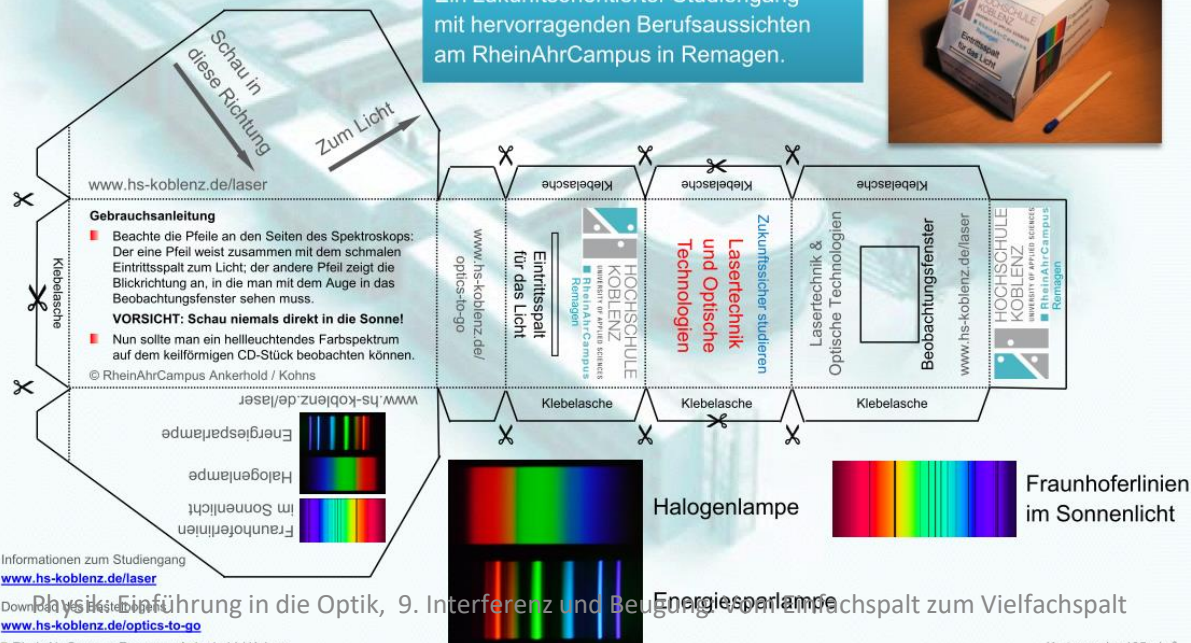


Vorlage zum
Basteln
(nicht nur für
kleine Kinder)

Das Null € – Spektroskop Laser – Optik – Zukunft

HOCHSCHULE
KOBLENZ
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES
■ RheinAhrCampus
Remagen
www.hs-koblenz.de/laser

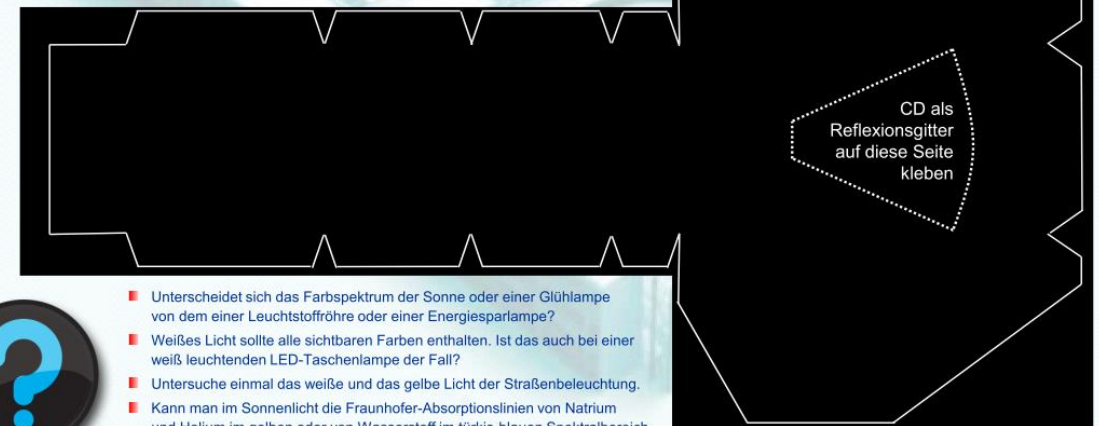
Lasertechnik & Optische Technologien
Ein zukunftsorientierter Studiengang
mit hervorragenden Berufsaussichten
am RheinAhrCampus in Remagen.



Das Null € – Spektroskop Laser – Optik – Zukunft

HOCHSCHULE
KOBLENZ
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES
■ RheinAhrCampus
Remagen
www.hs-koblenz.de/laser
www.hs-koblenz.de/optics-to-go

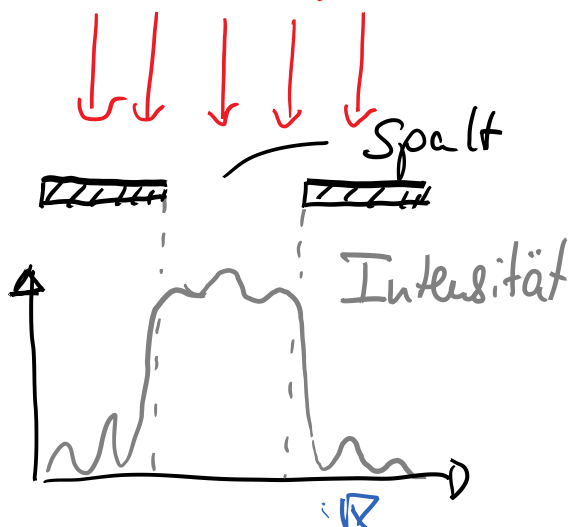
- Schneide die Vorlage des Spektroskops an den durchgezogenen Linien (—) aus.
- Das Beobachtungsfenster und der schmale max. 0.5 mm breite Eintrittsspalt für das Licht sind sehr wichtig. Schneide beide sorgfältig und sehr vorsichtig mit einem scharfen Messer aus.
- Verwende als Reflexionsgitter für das Licht das keilförmig zugeschnittene Stück einer CD (keine DVD) in der Größe wie auf dem Bastelbogen eingezeichnet. Am besten eignen sich kommerziell hergestellte CDs mit einer hellen reflektierenden Seite.
- Klebe nun das CD-Reflexionsgitter mit der nicht reflektierenden Seite auf das dunkle Papier.
- Falte das Papier-Spektroskop an allen gepunkteten Linien (···) und forme anschließend daraus eine kleine Papierbox. Die helle Papierseite muss außen sein.
- Falte nun die Papierbox wieder auseinander und benetze alle eingeschnittenen Papierlaschen mit etwas Klebstoff. Klebe anschließend das Selbstbau-Spektroskop an den Papierlaschen zusammen – fertig!



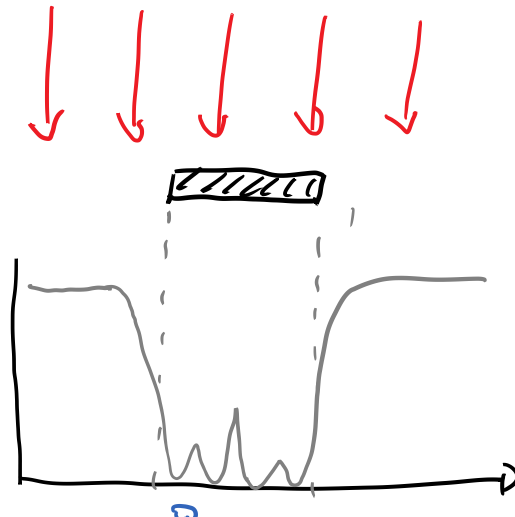
- Unterscheidet sich das Farbspektrum der Sonne oder einer Glühlampe von dem einer Leuchtstoffröhre oder einer Energiesparlampe?
- Weißes Licht sollte alle sichtbaren Farben enthalten. Ist das auch bei einer weiß leuchtenden LED-Taschenlampe der Fall?
- Untersuche einmal das weiße und das gelbe Licht der Straßenbeleuchtung.
- Kann man im Sonnenlicht die Fraunhofer-Absorptionslinien von Natrium und Helium im gelben oder von Wasserstoff im türkis-blauen Spektralbereich als schwach dunkle Linien erkennen?
- Lässt sich die zweite Beugungsordnung auch noch beobachten?

Beugung
Beobachtung: Muster aus hellen und dunklen Streifen

• Einzelspalt

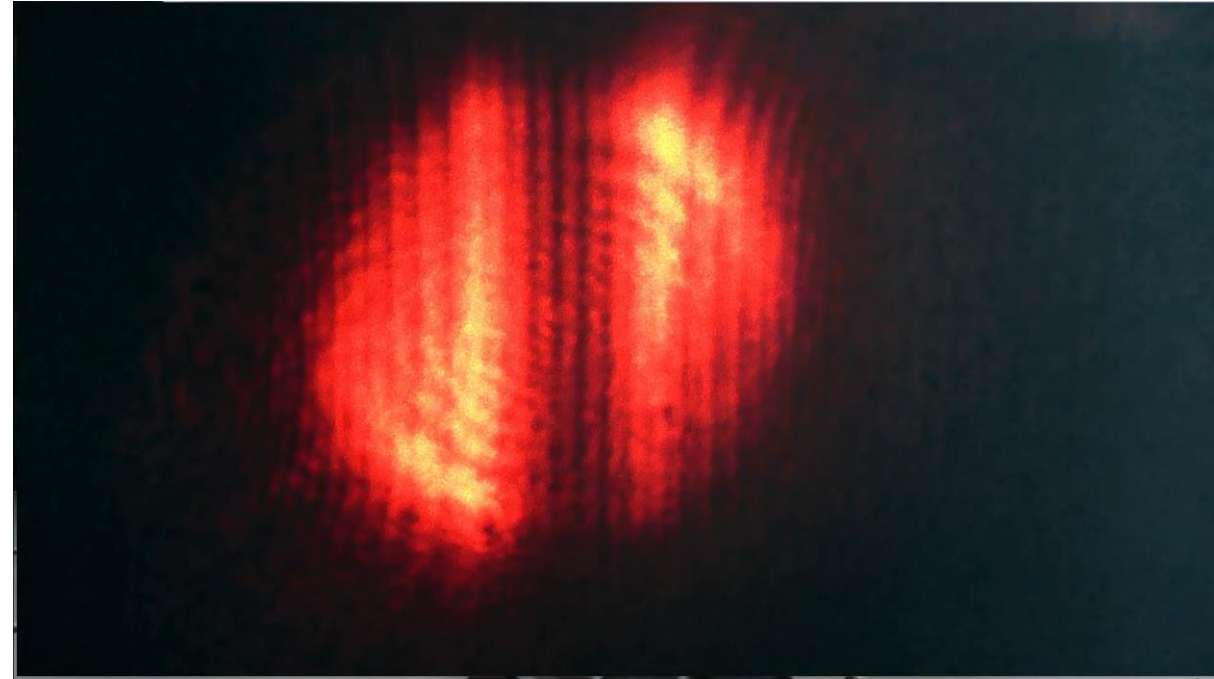


• Gitter



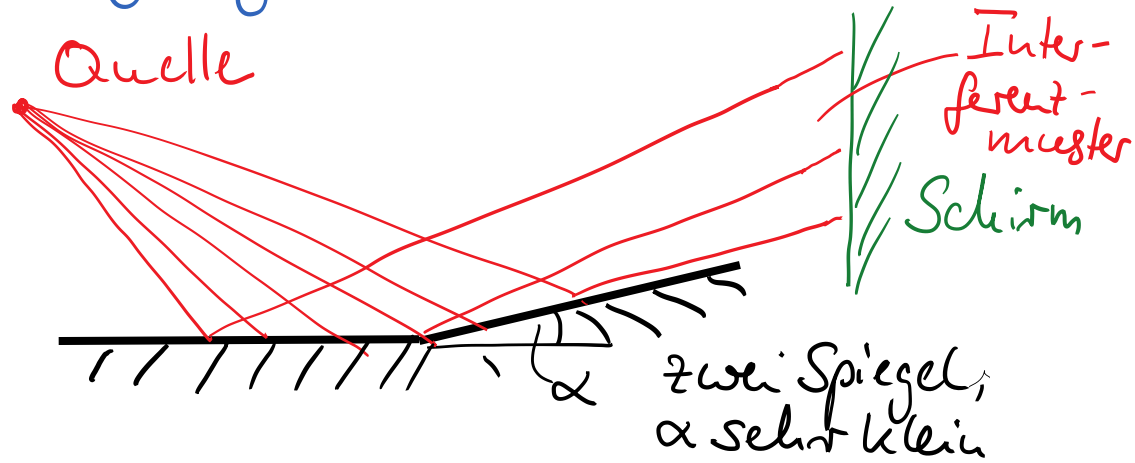
Intensität im Bereich des geometrischen Schattens

Beugungsmuster einer NaCl

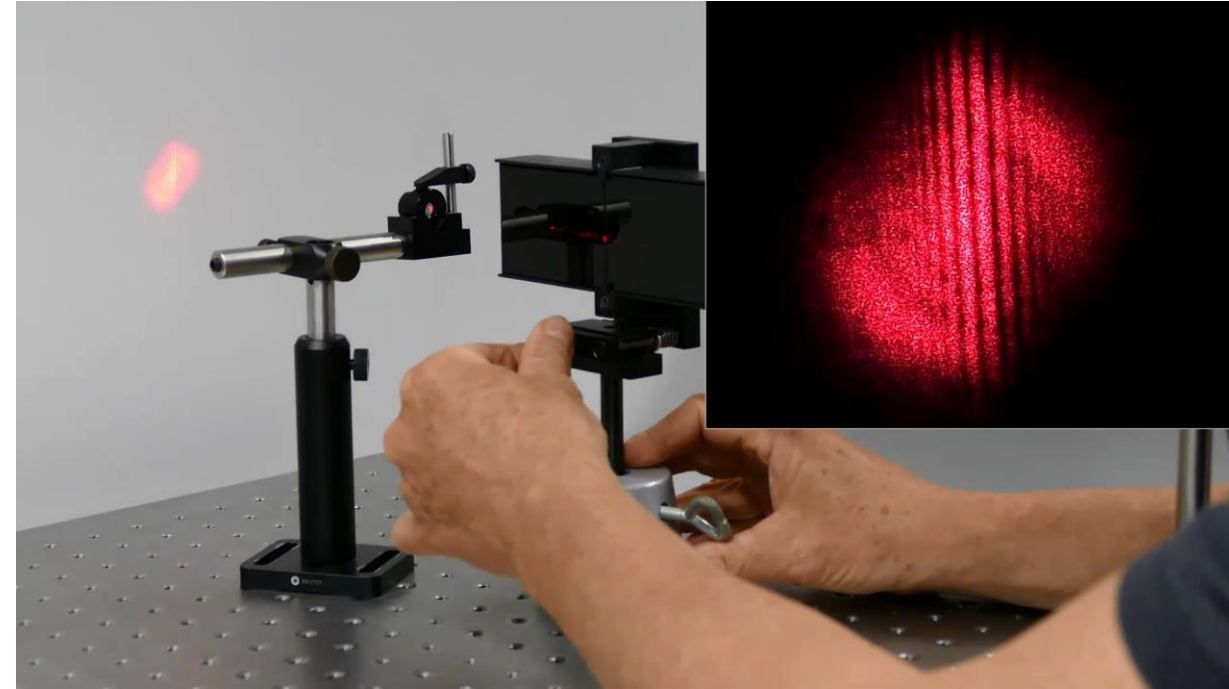


→ "Schatten" ist abhängig von Objektgröße & λ !

Beugung: Fresnel'sche Platten



- kohärente Quelle,
- Reflektion an zwei Spiegeln, deren Ausrichtung durch kleinen Winkel α verschleht ist
- auf dem Schirm entsteht ein Interferenzmuster / Streifen
- Erklärung: Gangunterschied der an den zwei Spiegeln reflektierten Licht



Physik: Einführung in die Optik

Prof. Dr. Matthias Kohl

10. Interferenz an
dünnen Schichten

Interferenz an dünnen Schichten

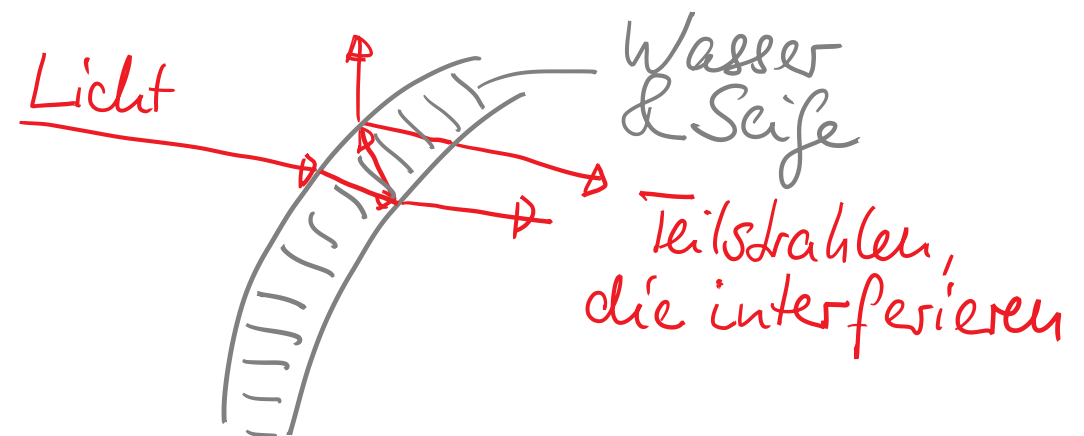
Beobachtung:

- Farben von Seifenblasen abhängig von Beleuchtung, Beobachtung, Größe etc.

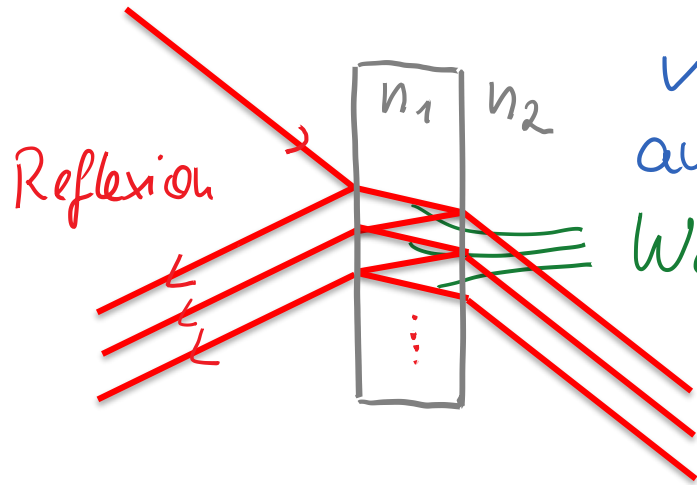


- Ölfilm auf Asphalt: Farben entstehen
- Libellenflügel
- Beschichtete Sonnenbrillen

↳ Erklärung durch Vielfach-Reflexion & Interferenz



allgemeine Betrachtung: Übergang
von Licht zwischen zwei Medien
mit n_1 & n_2



vielfache Reflexion
an jeder Grenzfläche
Wege unterschiedlich

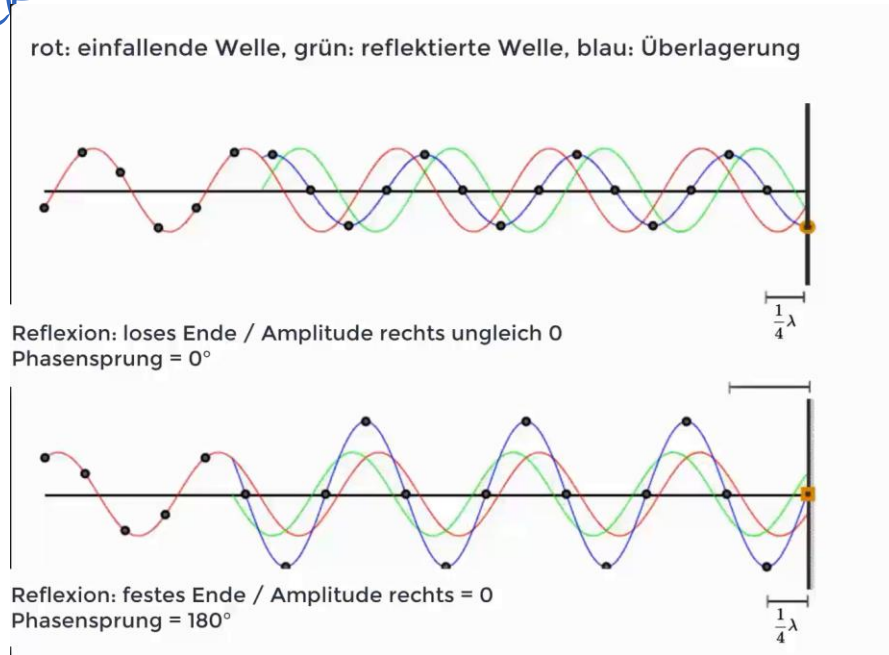
für einen endlich breiten einfallenden
Strahl $\rightarrow$ reflektierte bzw. transmittierte
Strahlen überlagern sich;
Wegdifferent abhängig von Schicht-
dicke & Winkel

– Phasendifferenz zwischen den
Strahlen zusätzlich abh. von n ,
da $\lambda = \frac{c_0}{n}$

$\hookrightarrow$ Interferenz der Teilstrahlen

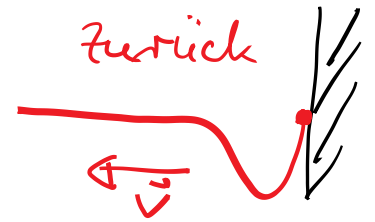
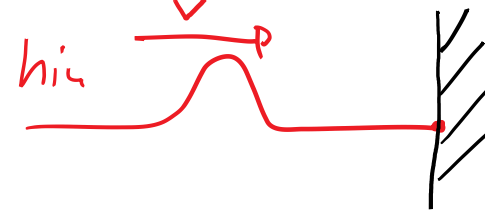
Phasensprung einer elektromag. Welle:

- für Reflexion an Grenzschicht von n_2 nach $n_1 < n_2$ (z.B. von Glas/Luft)
→ Phase ändert sich um π rad (180°)
- ebenso bei Reflexion an leitender Schicht

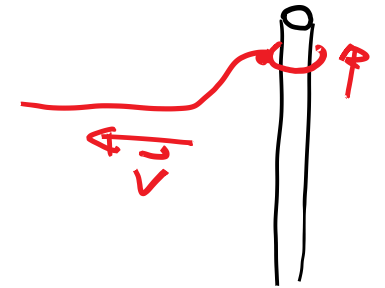
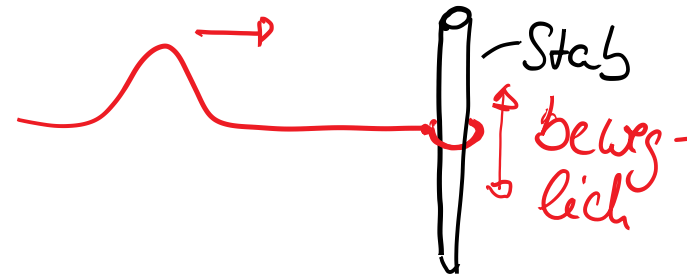


Analogie mit schwingendem Seil:

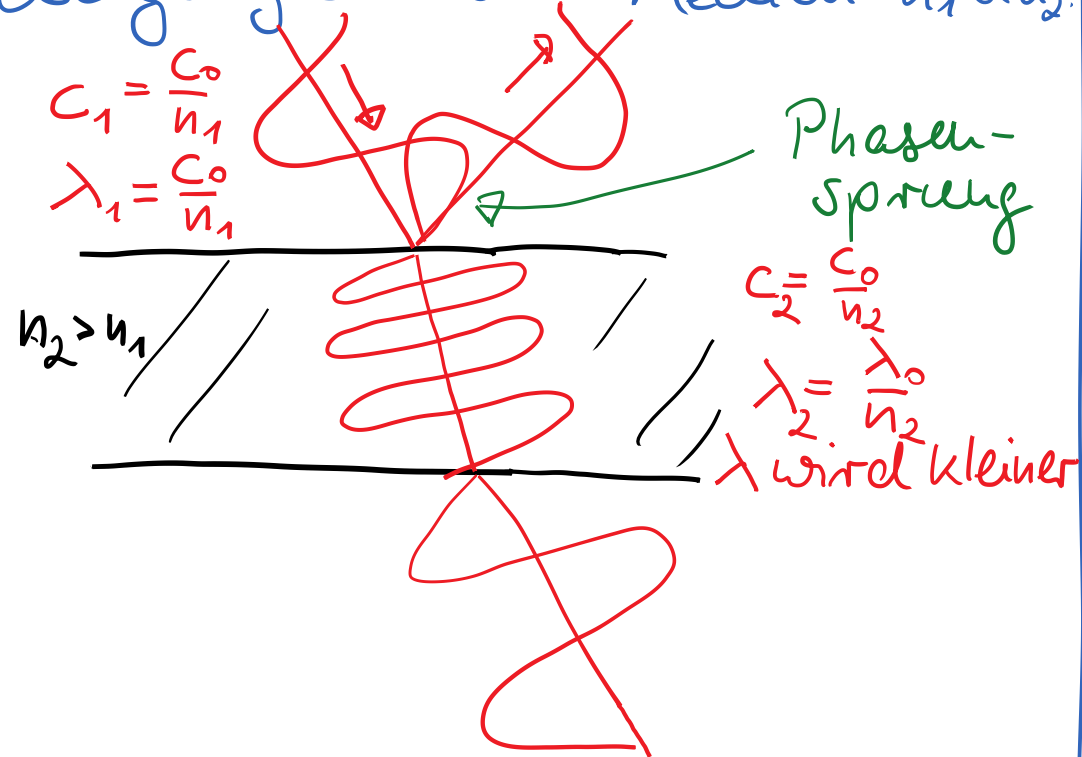
Seilende fest



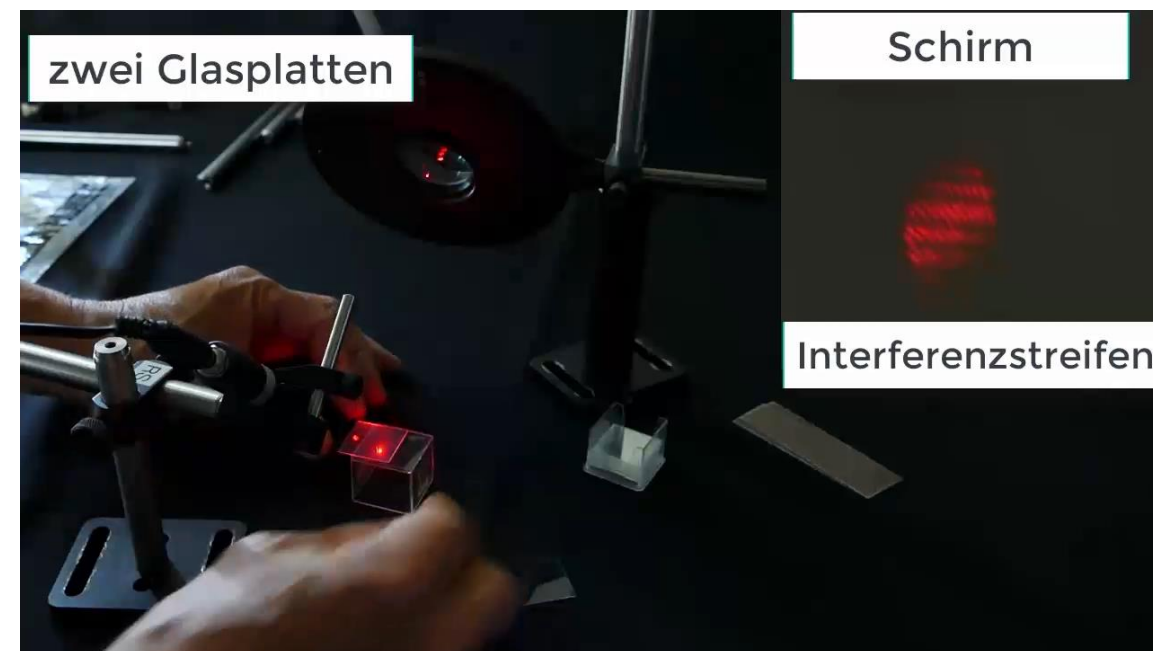
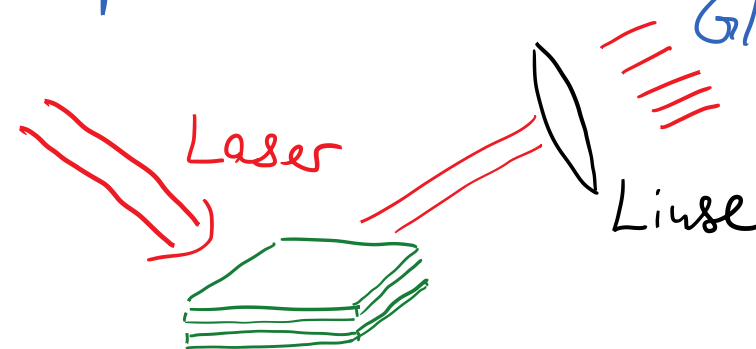
Seilende lose



Übergang zwischen Medien n_1 & n_2 :

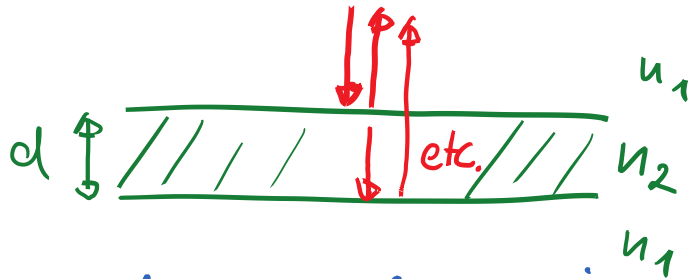


Beispiel: Interferenz an dünnen Glasplatten



Betrachtung für senkrechten Einfall

- Schichtdicke d , n_2
↳ zwei Grenzflächen, an denen Reflexion / Transmission auftritt



- Phasendifferenz der an den zwei Grenzflächen reflektierten Strahlen:

$$\Delta\varphi = \frac{2 \cdot d}{\lambda/n} \cdot 2\pi + \pi$$

Gangunterschied:

$$\Delta r = \Delta\varphi \cdot \frac{\lambda}{2\pi} = 2dn + \frac{\lambda}{2}$$

↖ Phasensprung

→ Destruktive Interferenz für

$$\Delta r = 2dn + \frac{\lambda}{2} = \lambda(m + \frac{1}{2}) \quad (m=0,1,2,\dots)$$

$$\hookrightarrow \boxed{\lambda \cdot m = 2dn}$$

Konstruktive Interferenz für

$$\Delta r = 2dn + \frac{\lambda}{2} = m \cdot \lambda \quad m=1,2,3,\dots$$

$$\lambda(m - \frac{1}{2}) = 2dn$$

Beispiel: Minimale Dicke eines Seifenblasenfilms, wenn konstruktive Interferenz bei $\lambda = 600\text{nm}$ beobachtet wird

$$m=1; \quad n \approx 1,33$$

$$\lambda/2 = 2 \cdot d \cdot n$$

$$d = \lambda \cdot \frac{1}{4 \cdot n} = \frac{600\text{nm}}{4 \cdot 1,33} = 113\text{nm}$$

Beispiele für Interferenz an dünnen Schichten:

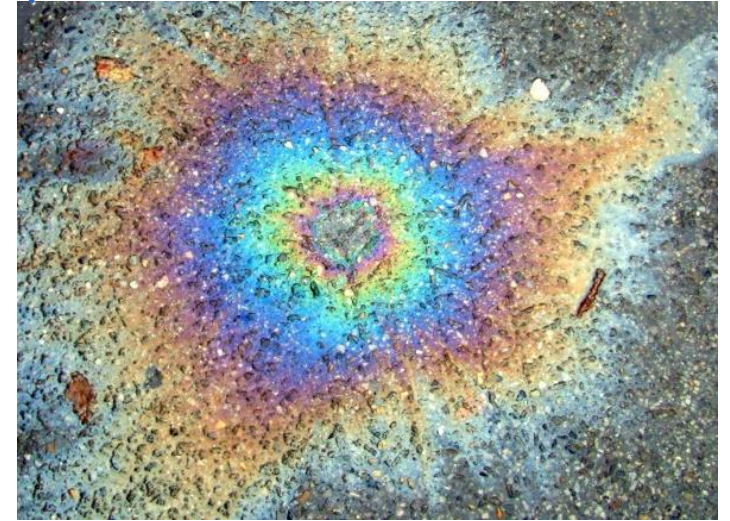
- Farben von Libellen & Fliegen (teils Absorption)



- Reflexe an manchen Fernsehern / Brillen / Scheiben

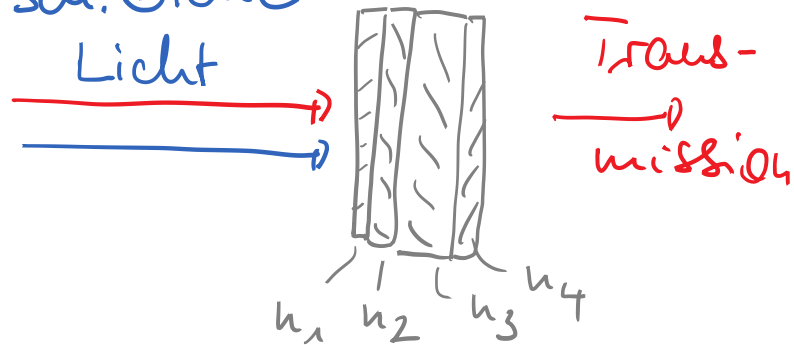


- Öl auf Asphalt

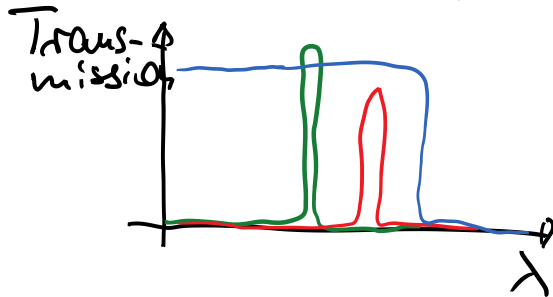


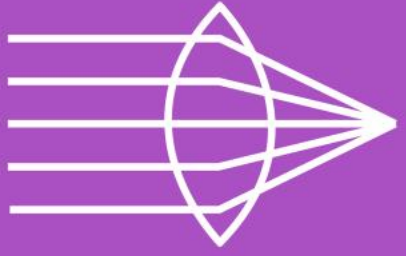
→ Farbe hängt vom Winkel der Strahlen / Beobachtung ab!
(für Farbentstehung durch Absorption nicht)

Anwendung:
Interferenzfilter: mehrere dünne
Schichten mit unterschiedlichen n
und untersch. Dicke

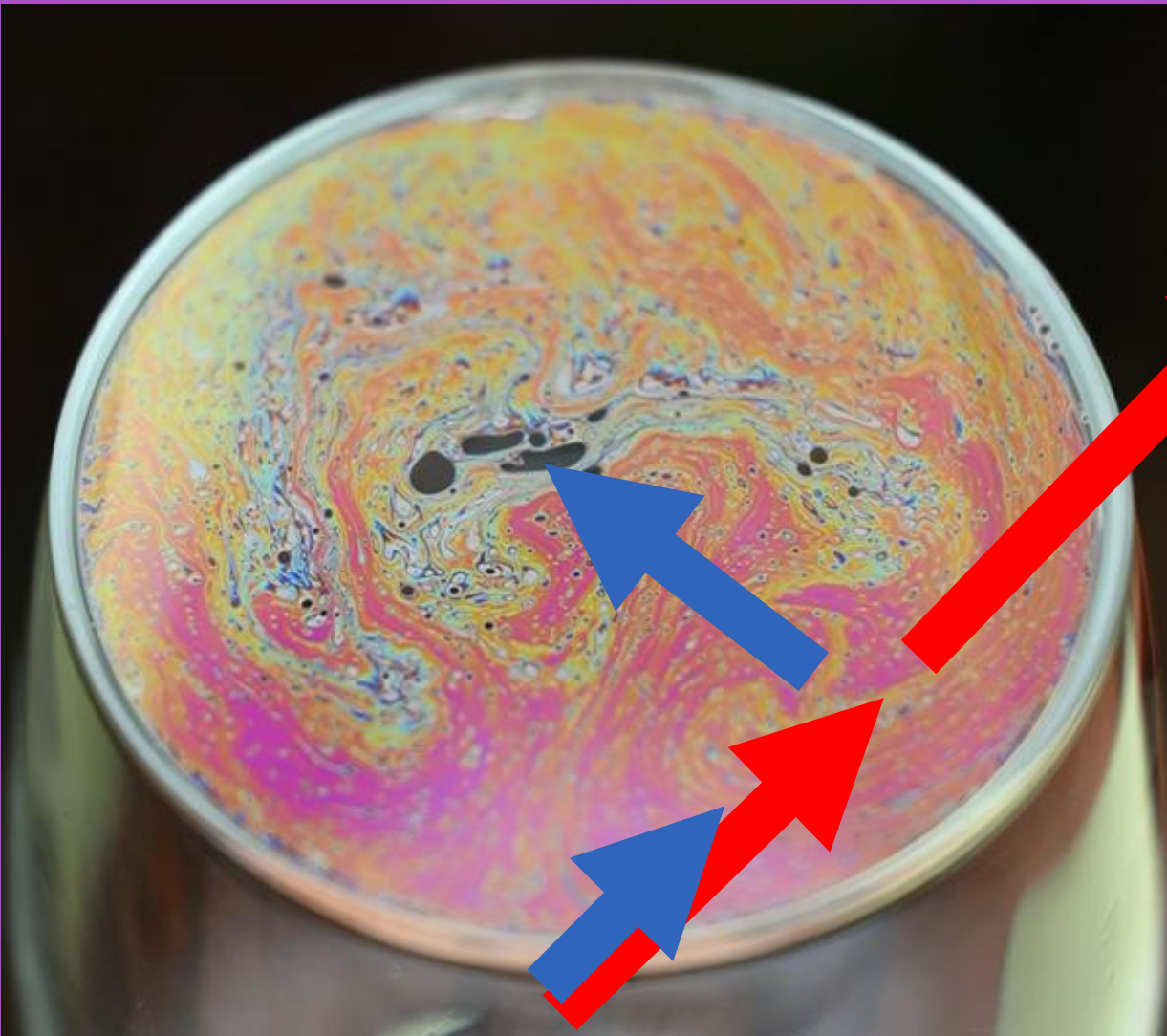


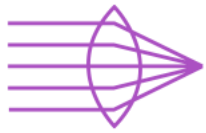
Vielfachinterferenz $\rightarrow$ Transmissions-
spektren mit klaren, steilen Kanten



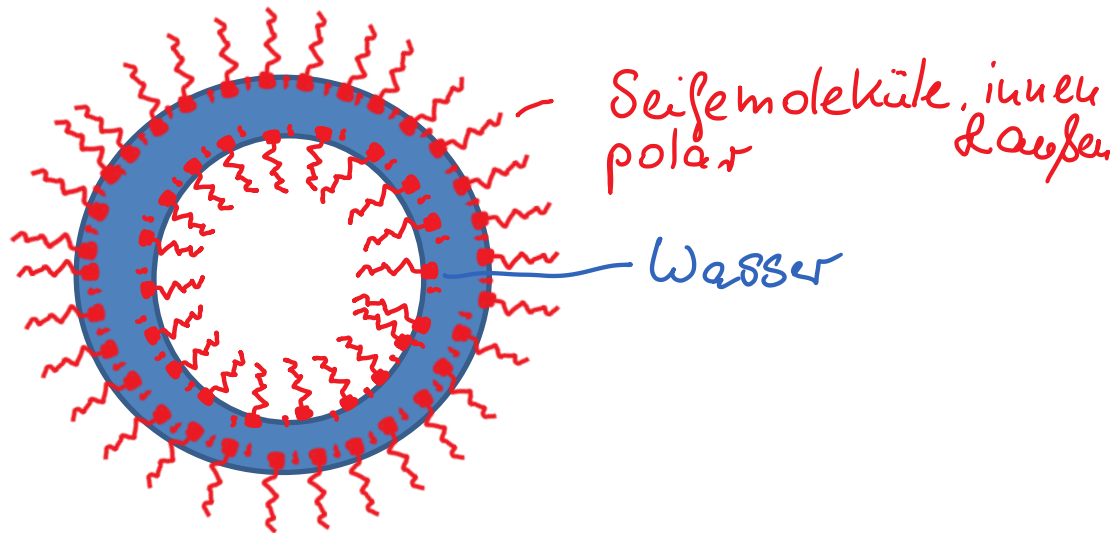
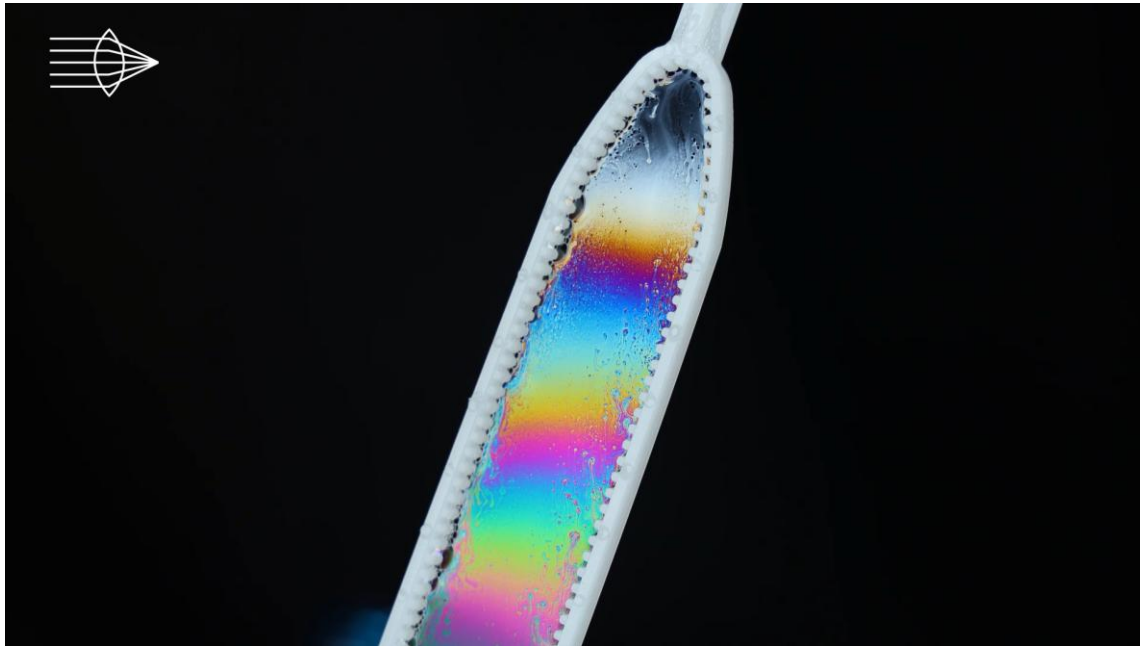


Seifenblasen - Interferenz

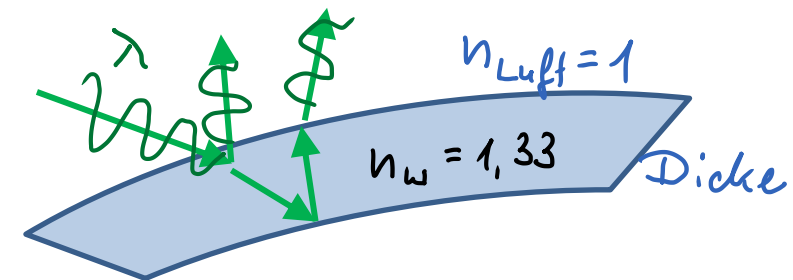


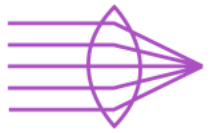


Beobachtung:



Farbentstehung: Interferenz

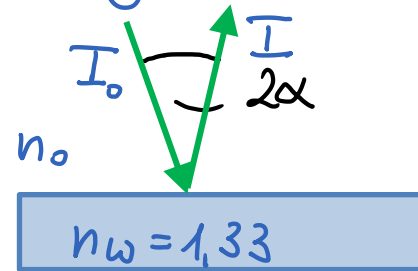
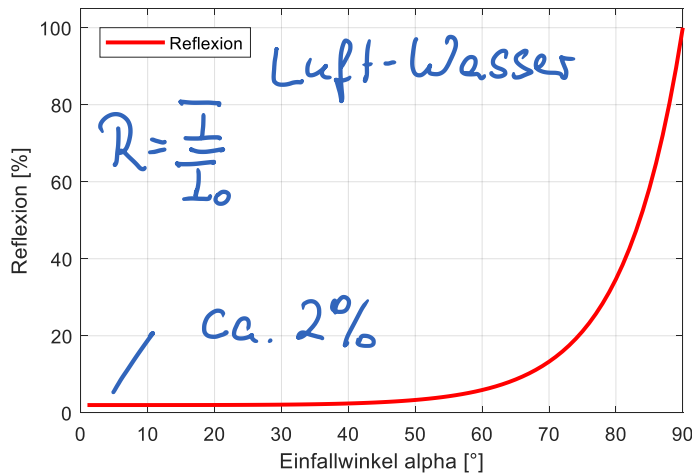




a) Reflexion, Transmission

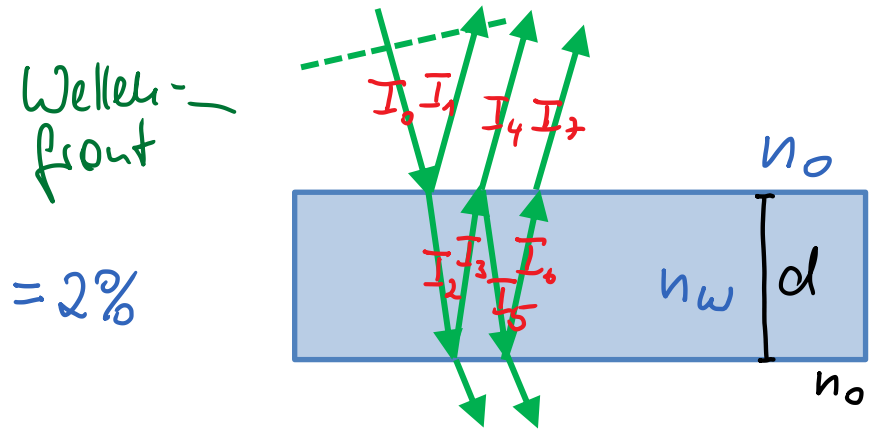


• Reflexion R abh. von Brechungsindex



Fresnel-Gleichung

• Reflexion an jeder Grenzschicht



$$R = 2\%$$

$$\hookrightarrow I_1 = 0,02 I_0$$

$$I_2 = 0,98 \cdot I_0$$

$$I_3 = 0,02 \cdot I_2 = 0,0196 \cdot I_0$$

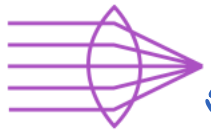
$$I_4 = 0,98 \cdot I_3 = 0,0192 \cdot I_0 \approx I_1$$

$$I_5 = 0,98 \cdot I_3 \quad I_6 = 0,02 \cdot I_5 = (0,02)^2 \cdot 0,98 \cdot I_0$$

$$I_7 = 0,98 \cdot I_6 \approx (0,0192)^2 I_0 \ll I_1 \quad \text{sehr klein!}$$

gleich

→ nur zwei Strahlen wichtig!
Zwei-Strahl-Interferenz



b) Interferenz an dünnen Schichten

- Zwei-Strahl-Interferometrie

mit E -Feldern: $E_1 = E_0 \cdot \cos(\omega t)$

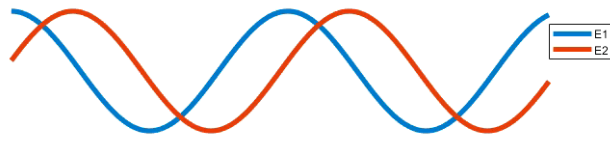
$$E_2 = E_0 \cdot \cos(\omega t - \Delta\varphi)$$

Intensität als Überlagerung:

$$I \sim \langle E^2 \rangle = \langle (E_1 + E_2)^2 \rangle$$

zeitlicher Mittelwert

abhängig von Phasendifferenz $\Delta\varphi$

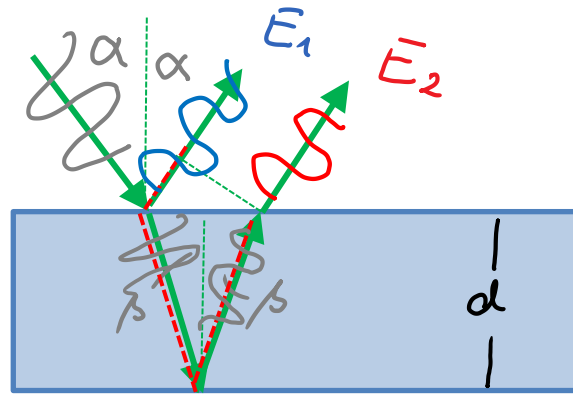


Phase = 800 °



$$\hookrightarrow I = I_0 \cdot [1 + \cos(\Delta\varphi)]$$

(siehe: Michelson-Interf.)



- Phasendifferenz $\Delta\varphi = 2\pi \frac{\text{Weg}}{\lambda}$
abhängig von

- α

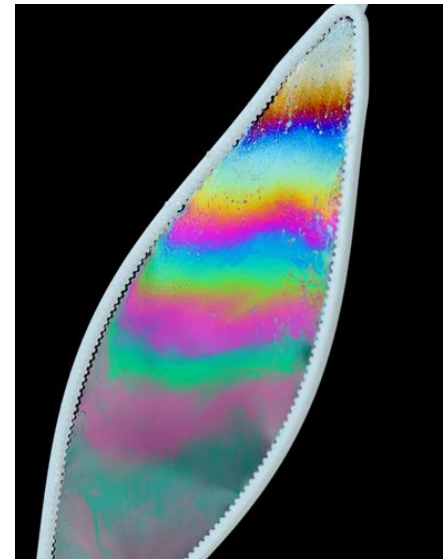
- β bzw. n_0, n_1

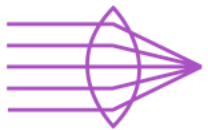
- d

- Wellenlänge λ !

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$$

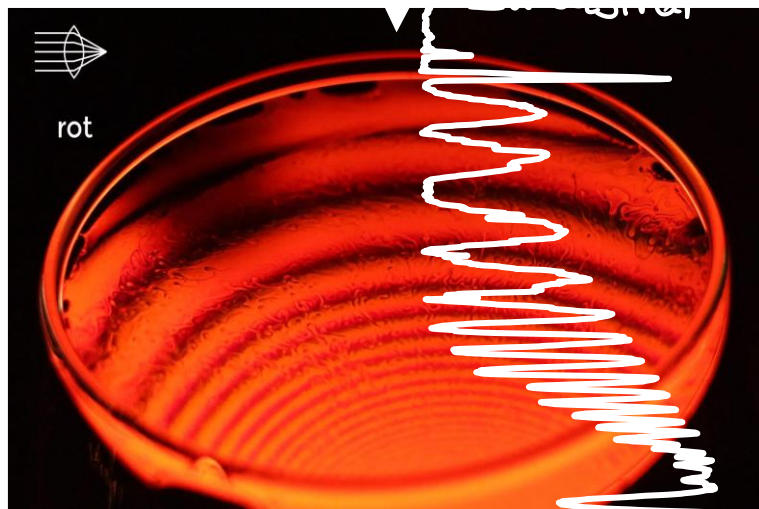
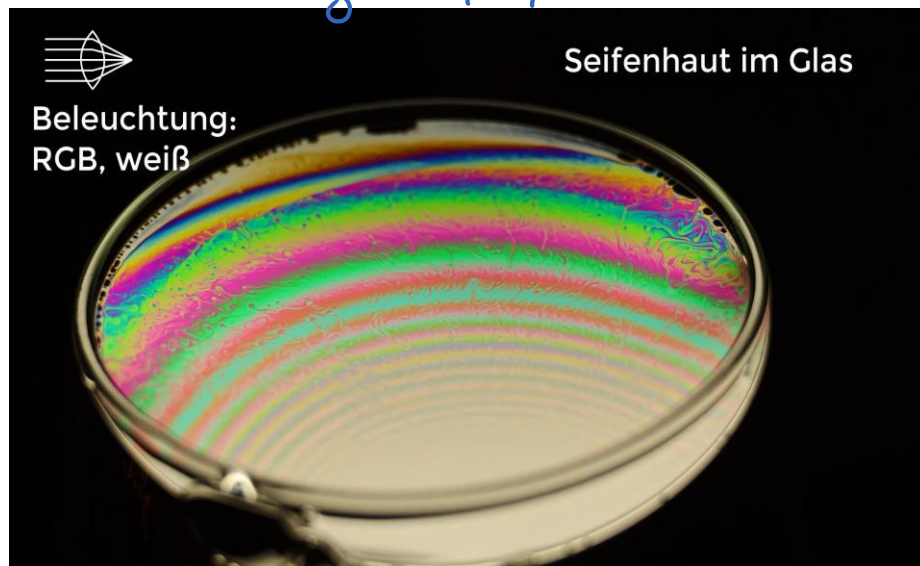
$\hookrightarrow$ konstruktive /
destruktive Interferenz



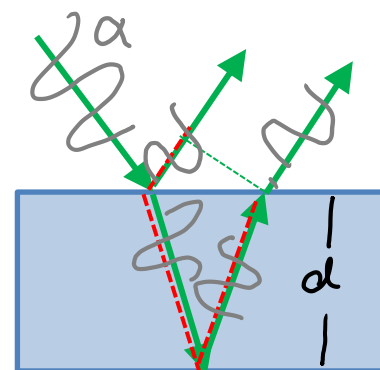


c) Einfarbige Seifenblasen

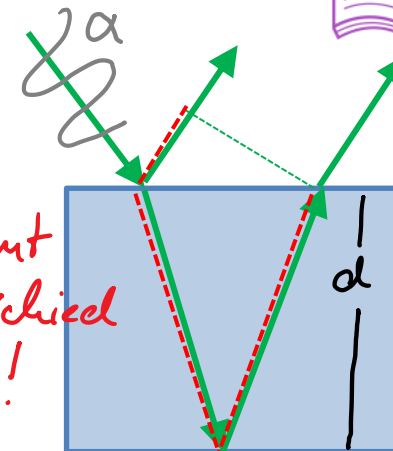
• Beleuchtung: R, G, B - LED



Schichtdicke

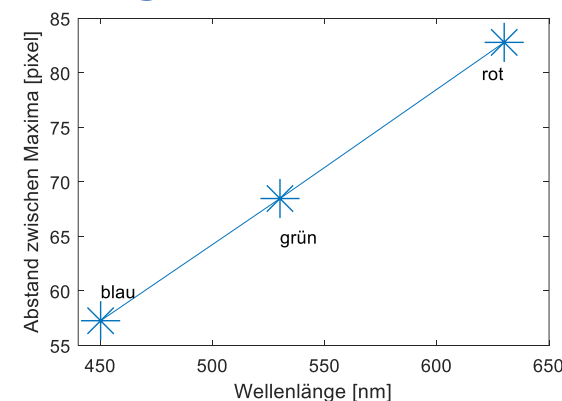
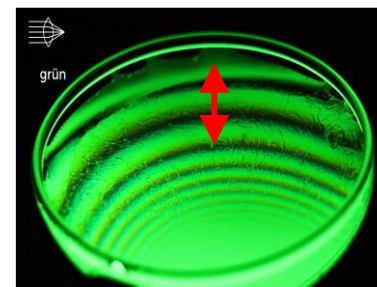


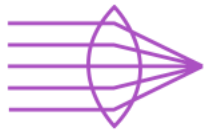
d bestimmt
Gangunterschied
und $\Delta\varphi$!



↳ Wechsel von destruktiver / konstruktiver
Interferenz
wenn Gangunterschied $\equiv \geq \frac{\lambda}{2}$ ($\frac{3}{2}\lambda, \frac{5}{2}\lambda$)
↳ Auslöschung $\equiv$ Schwarz

• Abstand zwischen Ringen $\sim$ Wellenlänge

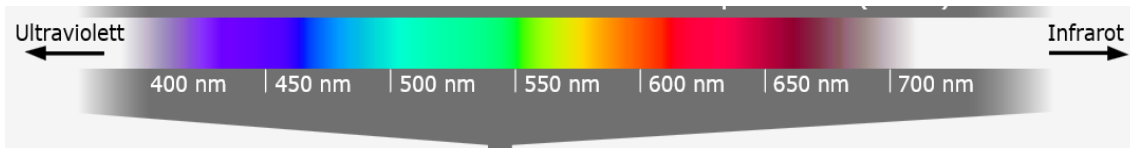




d) Farbwahrnehmung



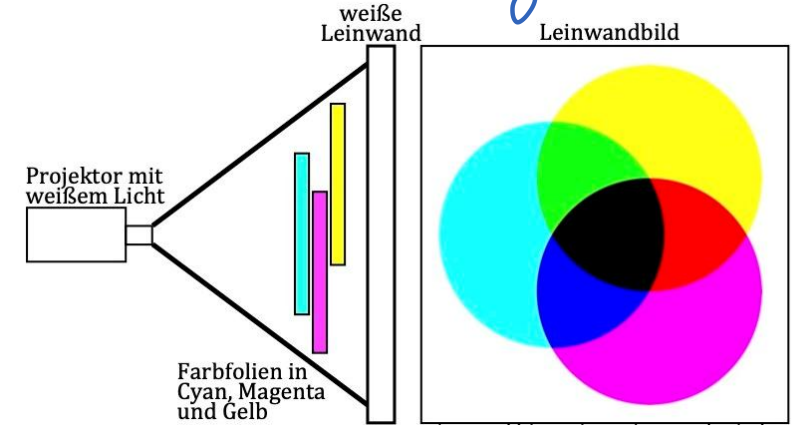
Beleuchtung: weiß $\equiv$ alle Wellenlängen



destruktive Interferenz für einzelne λ (Farbe)

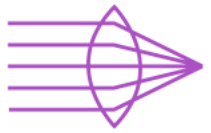


↳ subtraktive Farbmischung



https://de.wikipedia.org/wiki/Farbmischung/media/Datei:Subtraktive_Farbmischung.jpg

- die „fehlende“ Wellenlänge bestimmt, welche Farbe entsteht.
- Farbwahrnehmung: Physik & Physiologie

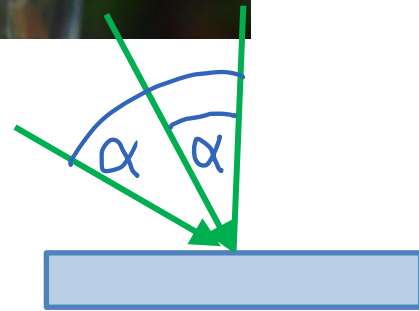


e) Winkelabhängigkeit:

Beobachtung:



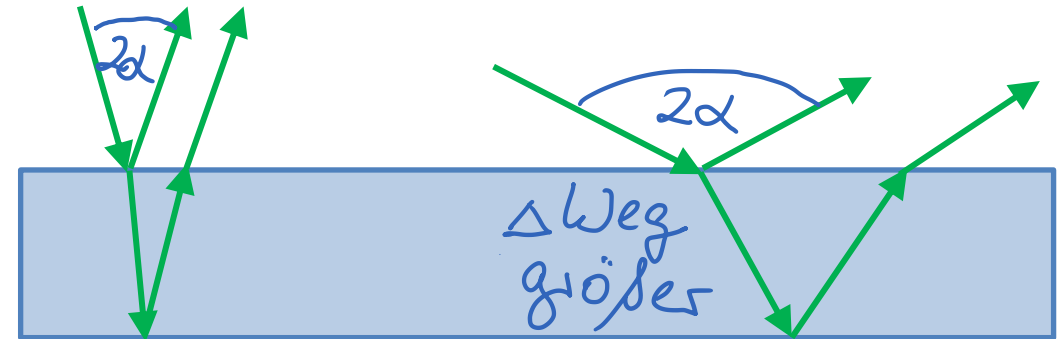
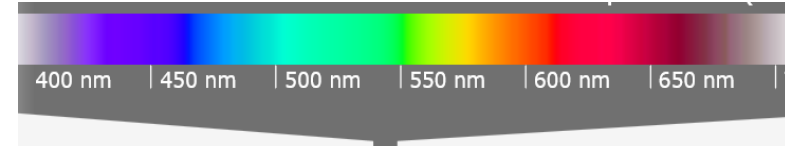
Farbe abhängig vom Betrachtungswinkel



α klein

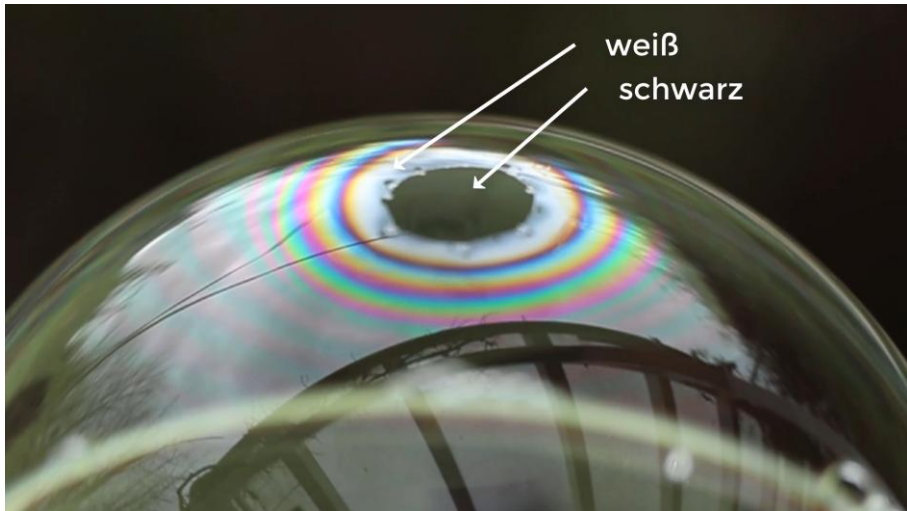
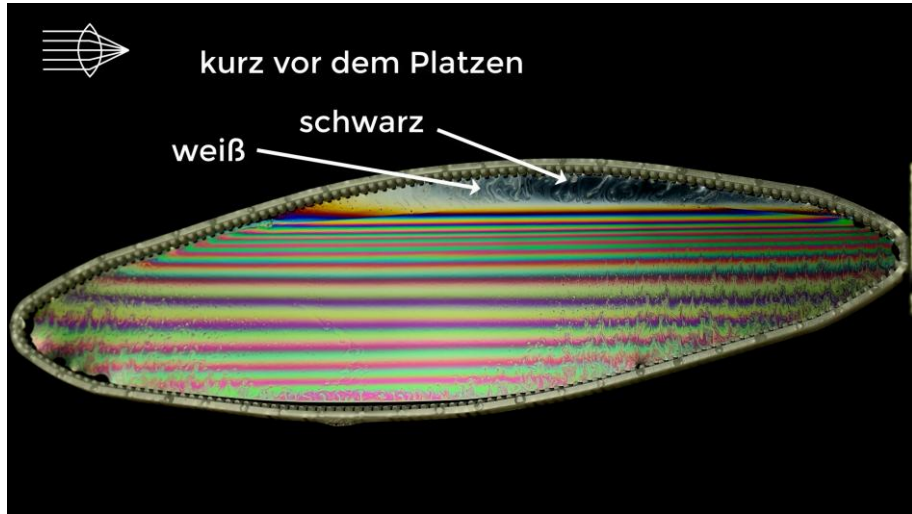


α groß



- 2α klein $\rightarrow$ Gangunterschied klein
 $\hookrightarrow$ kleine λ werden ausgelöscht
 $\hookrightarrow$ große λ bleiben $\rightarrow$ „rötlich“
- 2α groß
 $\hookrightarrow$ kleine λ bleiben $\rightarrow$ „bläulich“

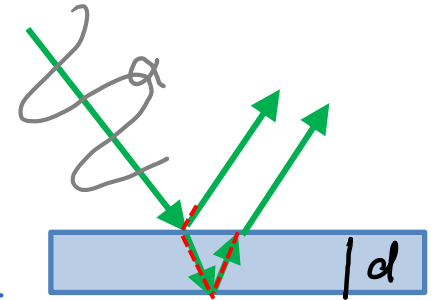
f) schwarz/weiß vor dem Platzen



Erklärung

- weiß $\equiv$ alle Farben
- für kleines $d < \lambda$

$\hookrightarrow$ für keine Wellenlänge ist $\Delta\varphi$ groß genug für destruktive Interf.

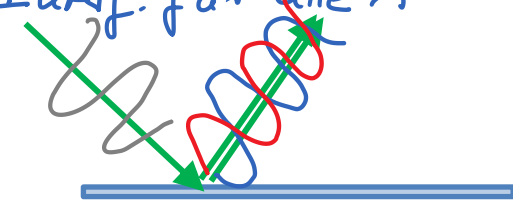


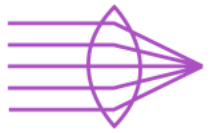
- Schwarz $\equiv$ destruktive Interf. für alle λ
• für $d \ll \lambda$

• Begründung:

für Reflexion an Grenze $n \rightarrow n_w > n_o$: Phasensprung $\Delta\varphi_s = \pi$ (180°)

$\hookrightarrow$ beide Wellen sind um π verschoben für alle $\lambda \rightarrow$ destr. Int. $\rightarrow$ schwarz!





g) Dicke der Seifenhaut

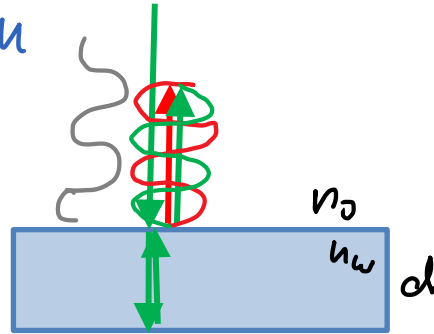
Abschätzung für senkrechten Einfall:

- destruktive Interferenz, wenn

$$E = E_0 \cdot \cos(\omega t)$$

$$E_2 = E_0 \cdot \cos(\omega t + \Delta\varphi_d)$$

$$\Delta\varphi_d = \pm \pi$$



- da Phasensprung von π für E_1 (Luft/W!)

↳ Weg in der Schicht ($2d$) muß
Vielfaches der Wellenlänge ($\frac{\lambda}{n}$) sein!

$$\text{↳ } 2d = \frac{\lambda}{n_w} \cdot m \quad m = 1, 2, 3,$$

$$\text{also: } d = \frac{\lambda}{2 \cdot n_w} \quad \text{für } m = 1$$

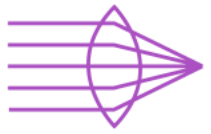


- für blaues Licht mit $\lambda = 450 \text{ nm}$ in Luft

↳ Auslöschung für

$$d = \frac{450 \text{ nm}}{2 \cdot 1,33} = 170 \text{ nm} = 0,17 \mu\text{m}$$

(Haardicke ca. $50 - 80 \mu\text{m}$)



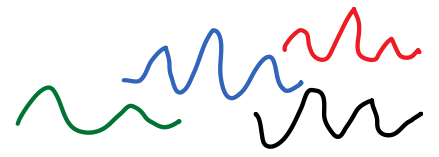
h) Farbige Glaskugel?

• Farben / Interferenzen an Seifenblasen

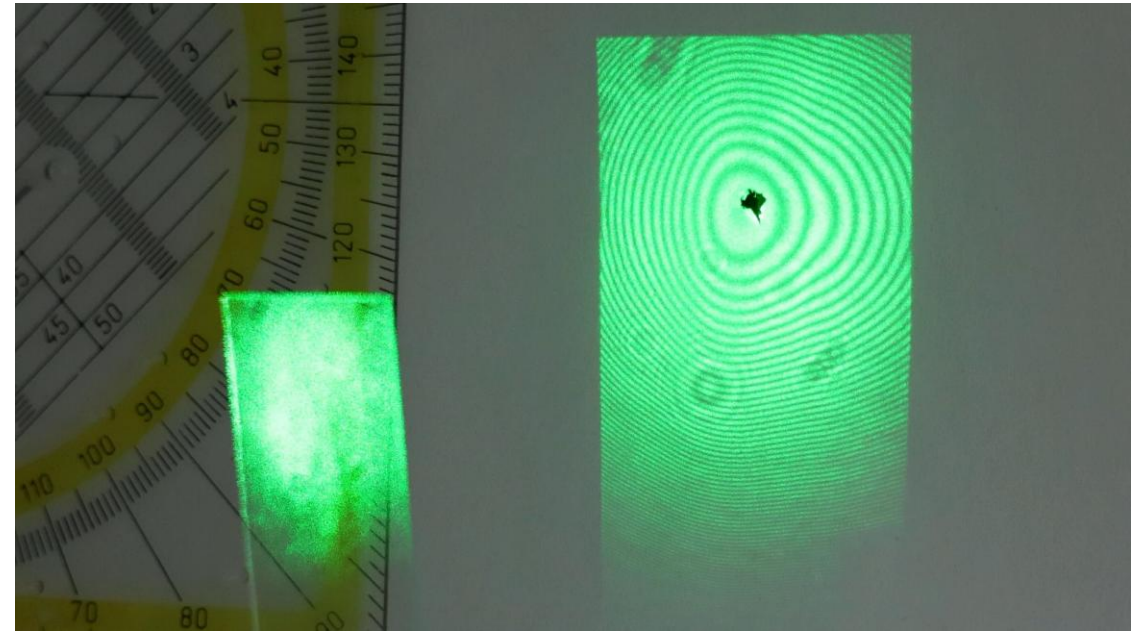
↳ an Glaskugel / Fensterglas?

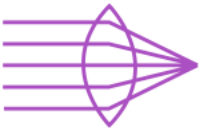
Kohärenz des Lichtes


kohärent

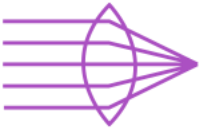

unkohärent

• weißes Licht: geringe Kohärenz
Laser : große Kohärenz



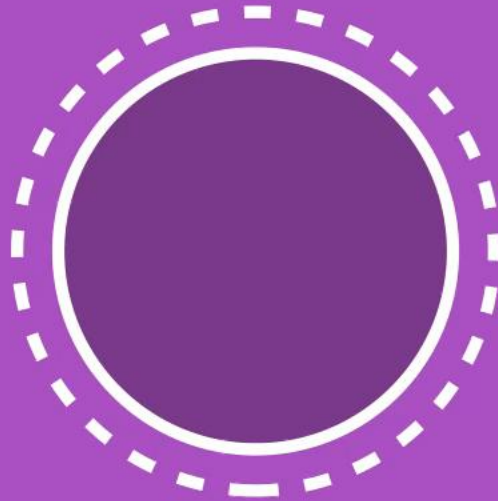


„Platzen der Seifenblase vom „schwarzen“ Bereich



Eingeformte Seifenblase

Abonnieren für mehr



Optik Vorlesung Playlist:



HOCHSCHULE
KOBLENZ

UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Prof. Dr. Matthias Kohl



Physik: Einführung in die Optik

Prof. Dr. Matthias Kohl

10. Interferenz an
dünnen Schichten

Interferenz an dünnen Schichten

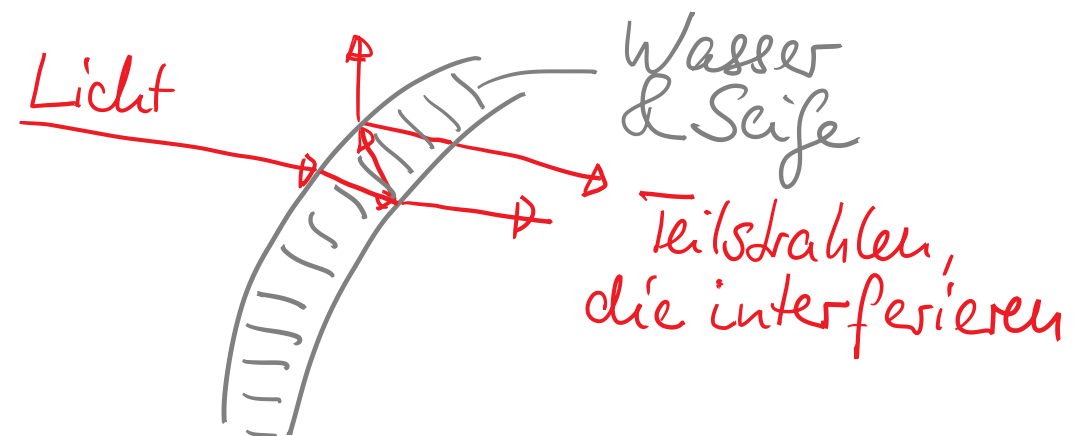
Beobachtung:

- Farben von Seifenblasen abhängig von Beleuchtung, Beobachtung, Größe etc.

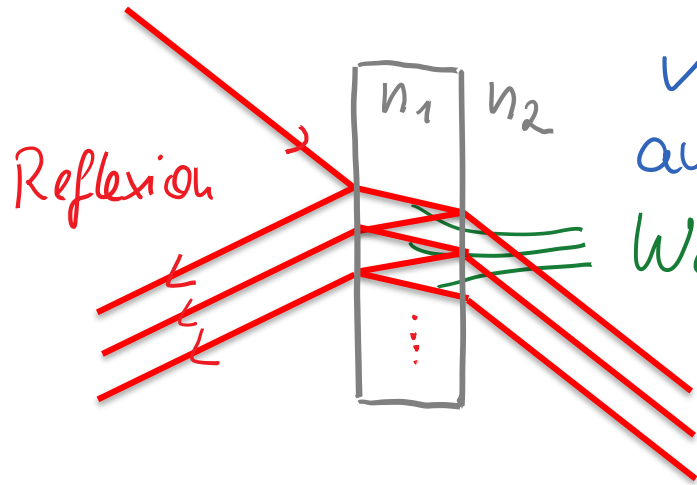


- Ölfilm auf Asphalt: Farben entstehen
- Libellenflügel
- Beschichtete Sonnenbrillen

↳ Erklärung durch Vielfach-Reflexion & Interferenz



allgemeine Betrachtung: Übergang
von Licht zwischen zwei Medien
mit n_1 & n_2



vielfache Reflexion
an jeder Grenzfläche
Wege unterschiedlich

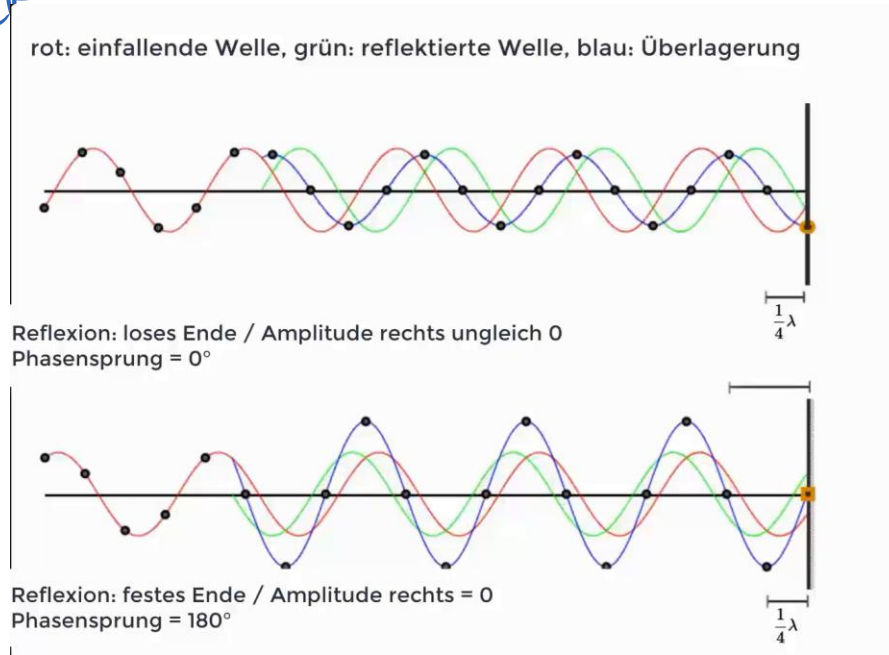
für einen endlich breiten einfallenden
Strahl $\rightarrow$ reflektierte bzw. transmittierte
Strahlen überlagern sich;
Wegdifferent abhängig von Schicht-
dicke & Winkel

– Phasendifferenz zwischen den
Strahlen zusätzlich abh. von n ,
da $\lambda = \frac{c_0}{n}$

$\hookrightarrow$ Interferenz der Teilstrahlen

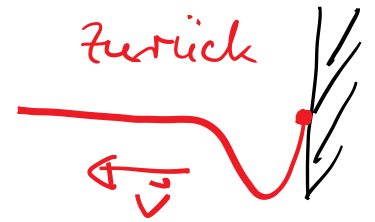
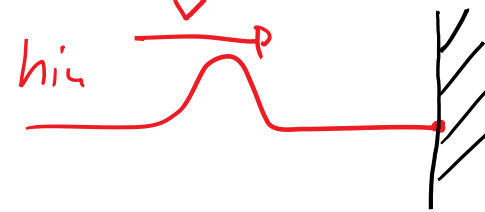
Phasensprung einer elektromag. Welle:

- für Reflexion an Grenzschicht von n_2 nach $n_1 < n_2$ (z.B. von Glas/Luft)
→ Phase ändert sich um π rad (180°)
- ebenso bei Reflexion an leitender Schicht

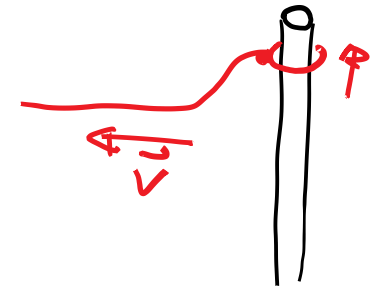
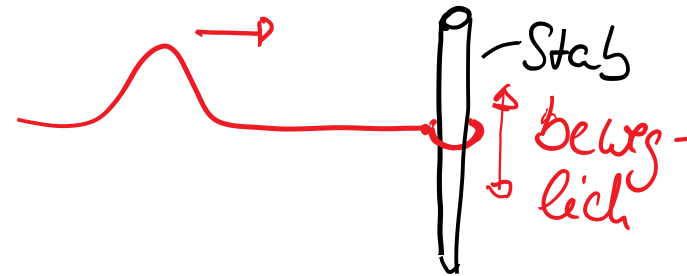


Analogie mit schwingendem Seil:

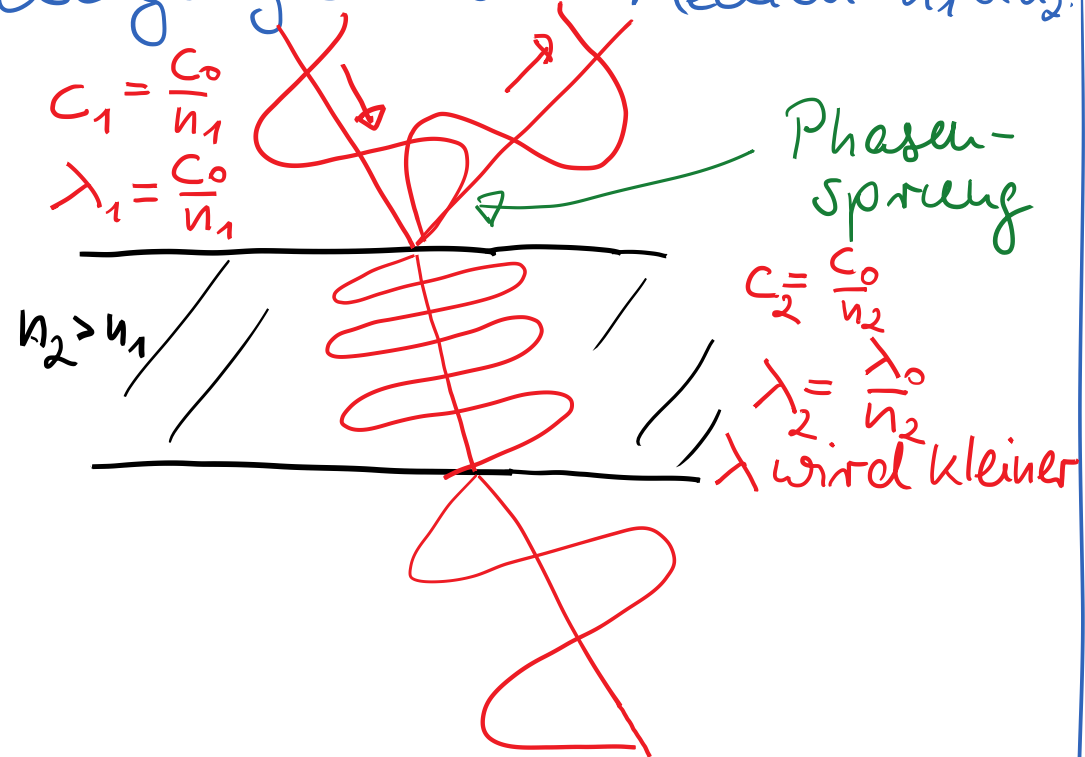
Seilende fest



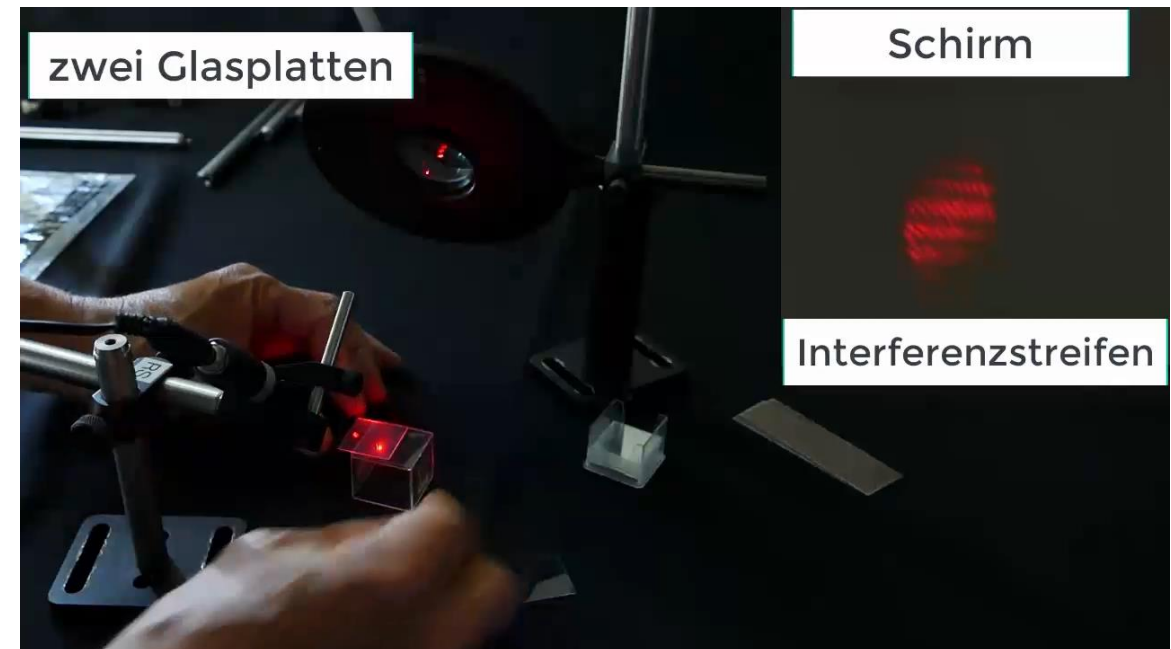
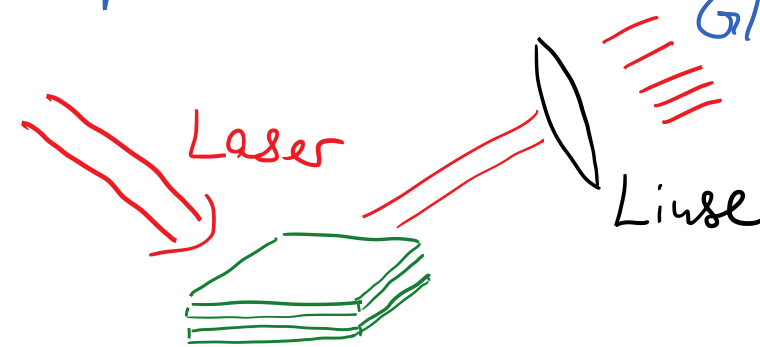
Seilende lose



Übergang zwischen Medien n_1 & n_2 :

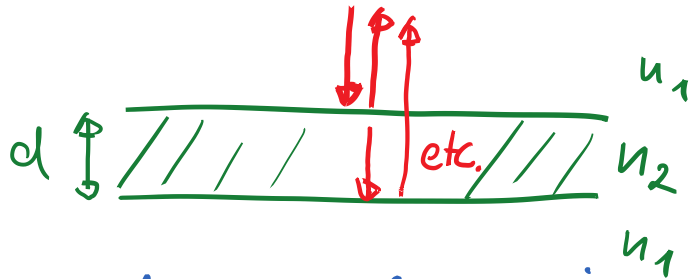


Beispiel: Interferenz an dünnen Glasplatten



Betrachtung für senkrechten Einfall

- Schichtdicke d , n_2
↳ zwei Grenzflächen, an denen Reflexion / Transmission auftritt



- Phasendifferenz der an den zwei Grenzflächen reflektierten Strahlen:

$$\Delta\varphi = \frac{2 \cdot d}{\lambda/n} \cdot 2\pi + \pi$$

Gangunterschied:

$$\Delta r = \Delta\varphi \cdot \frac{\lambda}{2\pi} = 2dn + \frac{\lambda}{2}$$

↖ Phasensprung

→ Destruktive Interferenz für

$$\Delta r = 2dn + \frac{\lambda}{2} = \lambda(m + \frac{1}{2}) \quad (m=0,1,2,\dots)$$

$$\hookrightarrow \boxed{\lambda \cdot m = 2dn}$$

Konstruktive Interferenz für

$$\Delta r = 2dn + \frac{\lambda}{2} = m \cdot \lambda \quad m=1,2,3,\dots$$

$$\lambda(m - \frac{1}{2}) = 2dn$$

Beispiel: Minimale Dicke eines Seifenblasenfilms, wenn konstruktive Interferenz bei $\lambda = 600\text{nm}$ beobachtet wird

$$m=1; \quad n \approx 1,33$$

$$\lambda/2 = 2 \cdot d \cdot n$$

$$d = \lambda \cdot \frac{1}{4 \cdot n} = \frac{600\text{nm}}{4 \cdot 1,33} = 113\text{nm}$$

Beispiele für Interferenz an dünnen Schichten:

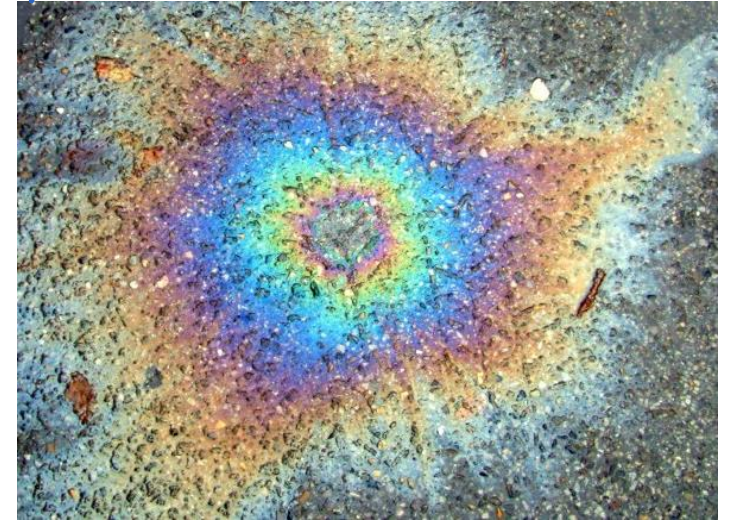
- Farben von Libellen & Fliegen (teils Absorption)



- Reflexe an manchen Fernsehern / Brillen / Scheiben

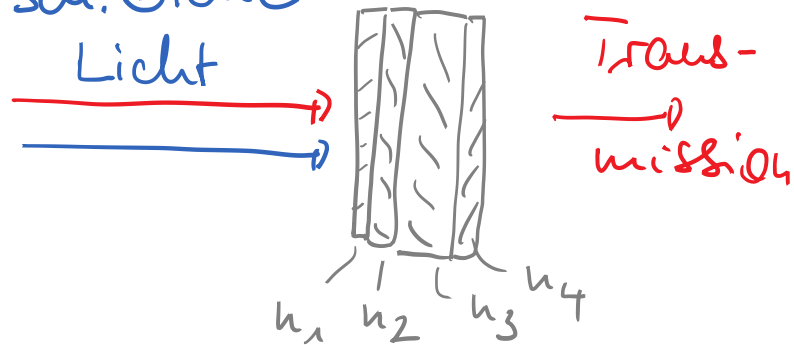


- Öl auf Asphalt

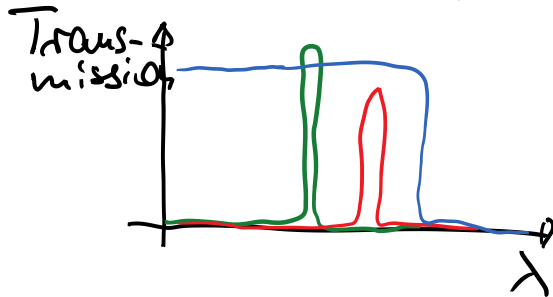


→ Farbe hängt vom Winkel der Strahlen / Beobachtung ab!
(für Farbentstehung durch Absorption nicht)

Anwendung:
Interferenzfilter: mehrere dünne
Schichten mit unterschiedlichen n
und untersch. Dicke



Vielfachinterferenz $\rightarrow$ Transmissions-
spektren mit klaren, steilen Kanten



Physik: Einführung in die Optik

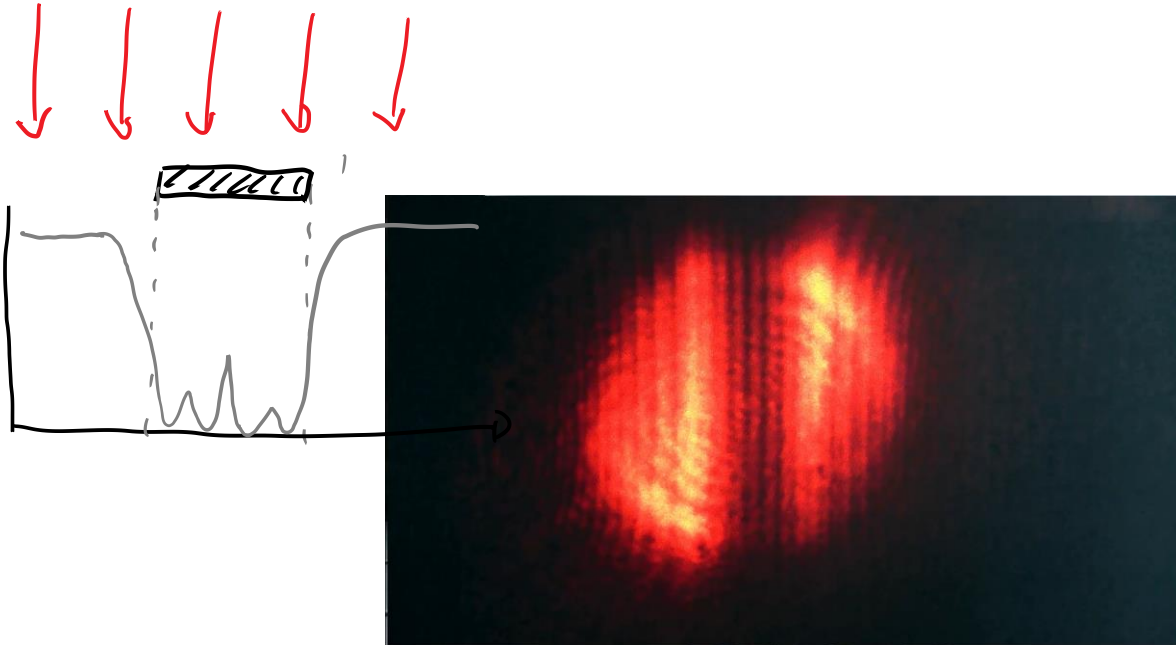
Prof. Dr. Matthias Kohl

*11. Beugung und
räumliche Auflösung*

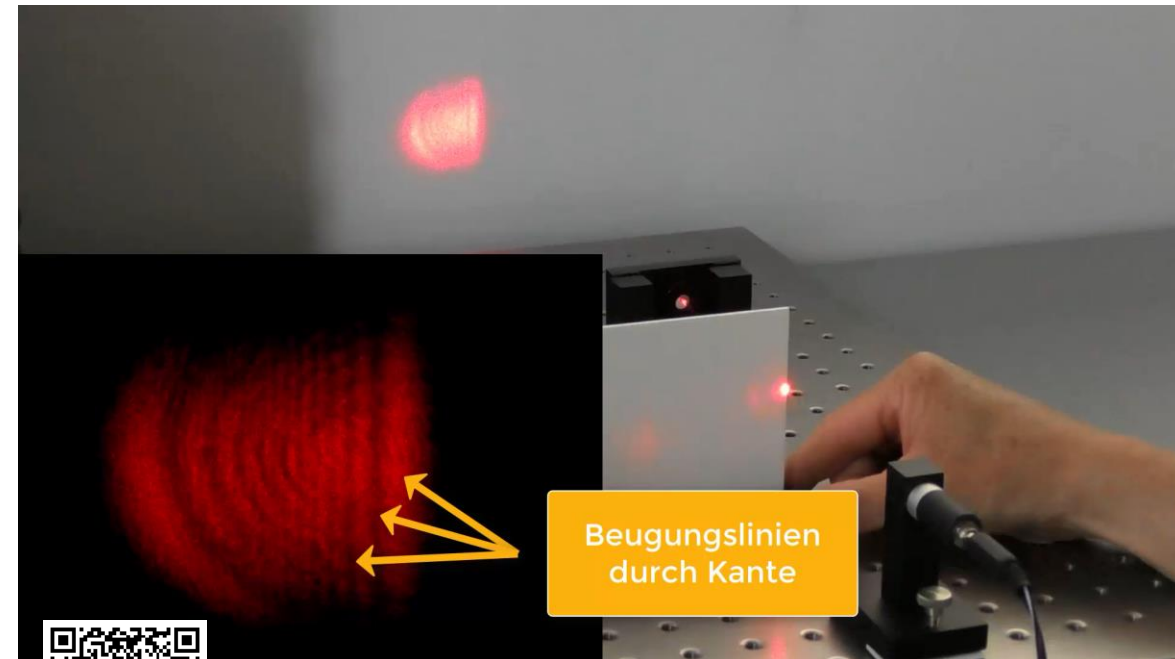
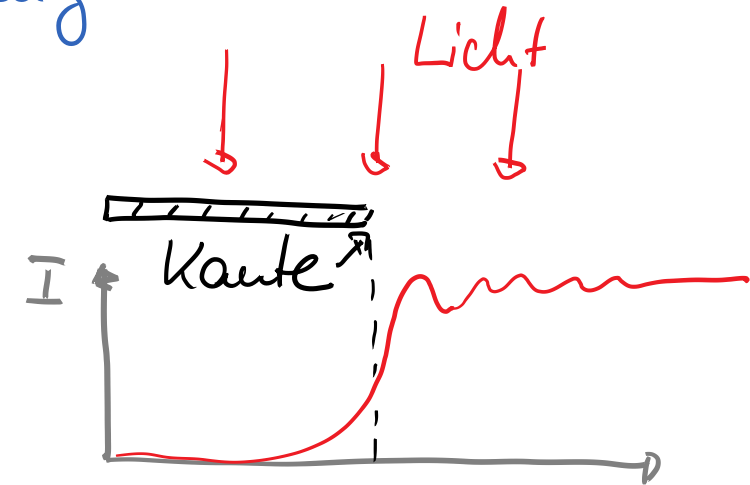
Beugung / Interferenz

- Schatten sind nicht scharf
- keine klare Kanten
- auch an einzelnen Objekten nicht

• Nadel

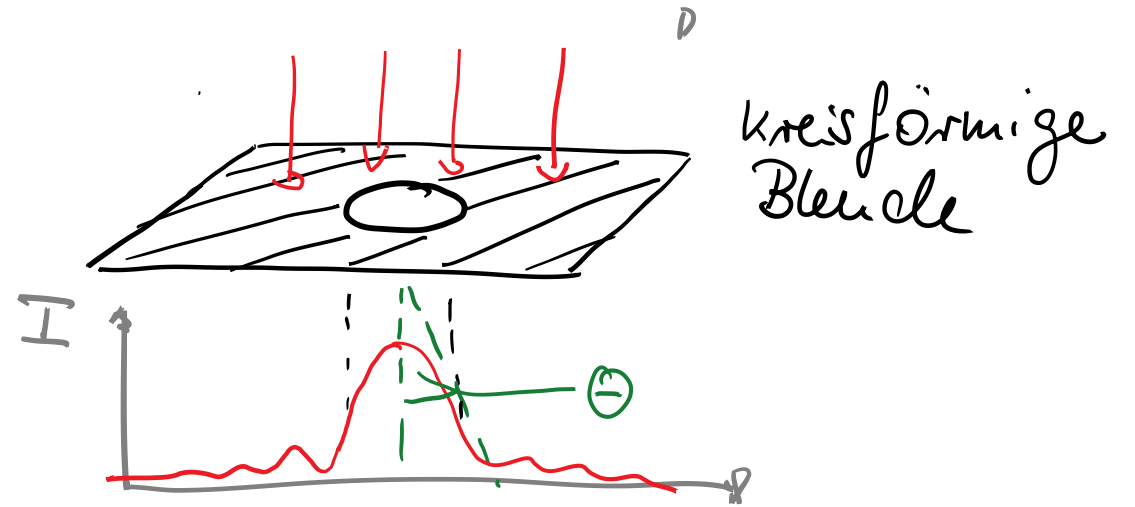


Beugung an Kante



Grundproblem: gemessen wird eine Intensitätsverteilung

→ Wie kann auf die Objektform geschlossen werden?

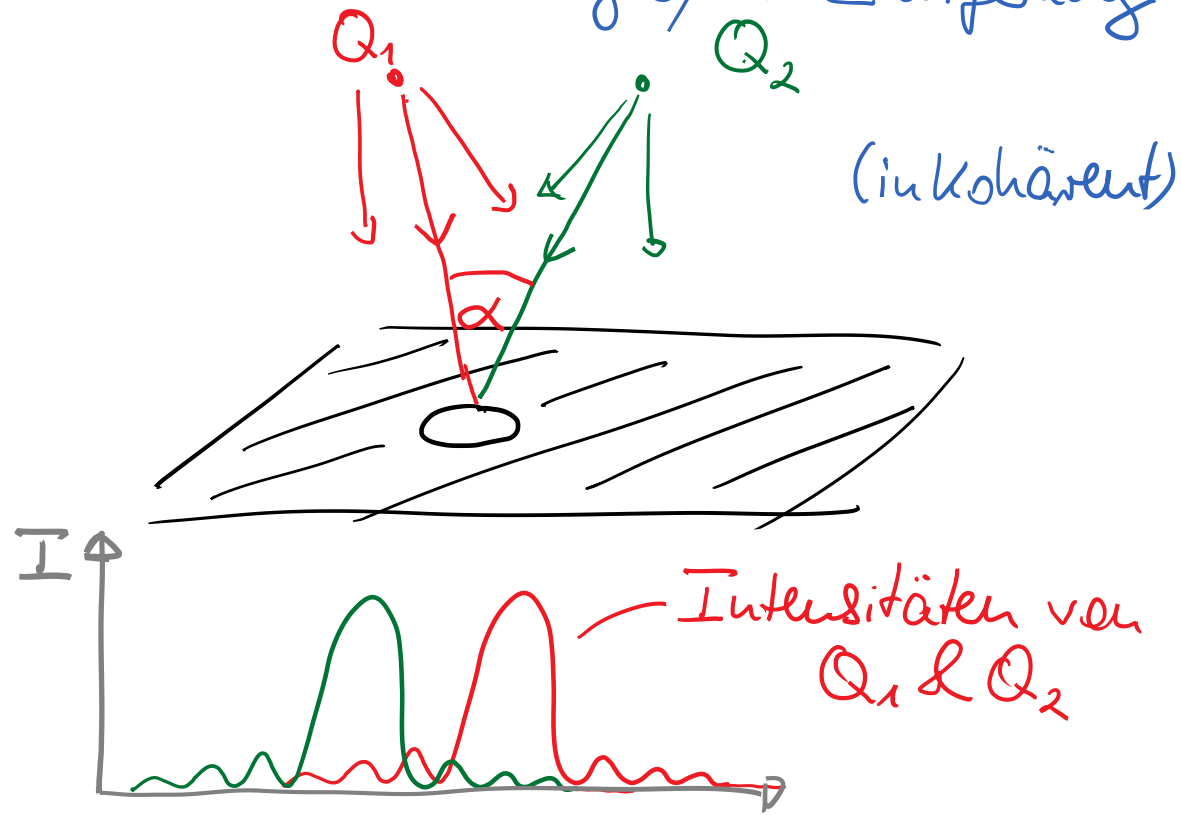


- Beugung abh. von λ
- für kreisförmige Blende: 1. Minimum tritt auf für den Winkel $\ominus$ mit

$$\sin \ominus = 1,22 \frac{\lambda}{d} \quad \text{--- Durchmesser}$$

(ohne Herleitung)

- für zwei Lichtquellen Q_1 & Q_2 in großer Entfernung



- wenn Q_1 und Q_2 nahe
↳ Intensitätsmuster überlappen

- die Quellen Q_1 & Q_2 lassen sich trennen bzw. unterscheiden, wenn für Winkel α , unter dem Quellen erscheinen gilt:

$$\alpha > 1,22 \frac{\lambda}{d}$$

- ↳ Rayleigh-Kriterium der räumlichen Auflösung: der Winkel muß größer sein als der kritische Winkel

$$\alpha_c \approx \sin \alpha_c = 1,22 \frac{\lambda}{d}$$

↳ die räumliche Auflösung ist begrenzt durch die Wellenlänge bzw. das Verhältnis Wellenlänge/Objektgröße

Anwendung: Mikroskopie

- Auflösung für blaues Licht größer als für rotes
- aber auch bessere Linsen oder Optiken können die Beugungsbegrenzung nicht umgehen

↳ Herabsetzung der Wellenlänge durch ÖL: $\lambda' = \lambda/n_{\text{öl}}$ → räumliche Auflösung vergrößert
→ Objekt wird in Öl getaucht (Immersionmikroskopie)

↳ Elektronenmikroskop: statt optisches Licht ($\lambda \approx 400-700\text{nm}$) werden Elektronen mit Wellenlängen $< 0,1\text{nm}$ verwendet
→ räumliche Auflösung bis ca. $0,1\text{nm}$

↳ Abbildung durch Linsen in
Kameras: beugungsbegrenzt

↳ Belichtung von Wafer in Chip-
herstellung: Beugungsbegrenzung
→ kurze Wellenlängen für kleine
Strukturen